ว.วิทย. มข. 41(4) 919-927 (2556) KKU Sci. J. 41(4) 919-927 (2013)

ความสวยงามวางนัยทั่วไป: จำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 และสมการเชิงเส้น

Generalized Beauty:Numbers of Digits as 1 at All and Linear Equations

อัยเรศ เอี่ยมพันธ์[1]

บทคัดย่อ

จุดประสงค์หลักของบทความนี้เพื่อศึกษาและหารูปแบบทั่วไปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 กับสมการเชิงเส้นที่ค่าคงตัวคือจำนวนหลักของจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1

ABSTRACT

The main purpose of this article is to study and find a general form and a relationship between numbers of digits as 1 at all and linear equations which constant is the number of all digit in numbers of digits as 1 at all.

คำสำคัญ: รูปแบบทั่วไปจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 สมการเชิงเส้น

Keywords: General form, Number ofdigitsas 1 at all, Linear equation

1.บทนำ

จากบทความของอัยเรศ (2554) ที่ได้แสดงถึงความสวยงามของคณิตศาสตร์ของผลการยกกำลังสองของจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 และได้พิสูจน์ไว้ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1 (อัยเรศ, 2554) กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n = {}_q r$ เมื่อ q และ r เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $0 \le r < 10$ จะได้ว่า

$$1_{[n]} \times 1_{[n]} = 123\ldots9_1 0_1 1\ldots {}_q(r-1)_q r_q (r-1)\ldots {}_1 1_1 09\ldots321$$

[1]สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยพะเยา อ.เมือง จ.พะเยา 56000

E-mail: aiyared.ia@up.ac.th

ดังนั้นบทความนี้จึงมีจุดประสงค์ที่จะแสดงให้เห็นถึงความสวยงามของคณิตศาสตร์อีกรูปแบบหนึ่งจากข้อสงสัยในแบบนักคณิตศาสตร์ซึ่งเกิดจากการอ่านหนังสือ “Math Wonders to Inspire Teachers and Students” (Posamentier, 2003) เล่มโปรดของผู้เขียนเล่มเดิม

2. ความสวยงามวางนัยทั่วไป

จากการอ่านหนังสือ “Math Wonders to Inspire Teachers and Students” มีความสวยงามอีกหนึ่งอย่างที่ผู้เขียนประทับใจ ซึ่งได้เขียนแสดงไว้ในหนังสือดังนี้

$$\begin{array}{rcll}
9\cdot(0)+1 &=& 1 & :\#(1)=1\\
9\cdot(1)+2 &=& 11 & :\#(1)=2\\
9\cdot(12)+3 &=& 111 & :\#(1)=3\\
9\cdot(123)+4 &=& 1111 & :\#(1)=4\\
9\cdot(1234)+5 &=& 11111 & :\#(1)=5\\
9\cdot(12345)+6 &=& 111111 & :\#(1)=6\\
9\cdot(123456)+7 &=& 1111111 & :\#(1)=7\\
9\cdot(1234567)+8 &=& 11111111 & :\#(1)=8\\
9\cdot(12345678)+9 &=& 111111111 & :\#(1)=9\\
9\cdot(123456789)+10 &=& 1111111111 & :\#(1)=10
\end{array} \qquad (1)$$

จาก (1) จะพบว่าจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 สามารถเขียนในรูปสมการเชิงเส้น $9\cdot x+n$ ได้ ซึ่งเลขโดดในหลักหน่วยของ x จะน้อยกว่า n อยู่หนึ่ง และจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 นี้มีจำนวนหลักเท่ากับ n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $n\le 10$ (จะใช้สัญลักษณ์ $\#(1)$ แทนจำนวนของเลข 1 ของจำนวน $\underbrace{111\ldots1}_{\#(1)=n}$)

ตัวอย่าง 1 จำนวน 11111 สามารถเขียนในรูปสมการเชิงเส้นได้ถูกต้องจากข้อสังเกตที่พบ เนื่องจาก $n=5$ จะได้ว่า $x=1234$ ดังนั้น

$$11111=9\cdot(1234)+5$$

จากหนังสือ “Math Wonders to Inspire Teachers and Students” พบว่า n มีค่าสูงสุดเท่ากับ 10 ฉะนั้นถ้า $n=11$ แล้วสมการเชิงเส้น $9\cdot x+n$ มีค่า x เป็นเท่าไรด้วยเหตุนี้ผู้เขียนจึงเกิดข้อสงสัยดังต่อไปนี้

1. เราสามารถเขียนจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 ในรูปสมการเชิงเส้นที่แน่นอน เมื่อ $n\ge 11$ ได้หรือไม่

2. ถ้าสามารถเขียนจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 ในรูปสมการเชิงเส้นที่แน่นอนได้ แล้วค่าของ x มีลักษณะเหมือนค่าของ x ใน (1) เมื่อ $1\le n\le 10$ หรือไม่

บทความนี้จะตอบข้อสงสัยสองข้อข้างบนของผู้เขียน และถ้าข้อสงสัยสองข้อข้างบนทำได้จริงก็คงไม่ผิดนักถ้าจะกล่าวว่านี้คือ **ความสวยงามวางนัยทั่วไป** (generalized beauty) ในแบบคณิตศาสตร์อีกหนึ่งรูปแบบ

เพื่อความสะดวกต่อการศึกษาจะแนะนำให้รู้จักกับสัญลักษณ์ดังต่อไปนี้

บทนิยาม 1 (อัยเรศ, 2554) สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n นิยาม

$$1_{[n]} := \underbrace{111\ldots1}_{\#(1)=n} \tag{2}$$

ทฤษฎีบท 2 หลักการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ (the principle of mathematical induction) (Clark, 2002)

กำหนดให้ $P(n)$ แทนข้อความเกี่ยวกับจำนวนเต็มบวก n และกำหนดให้ n_0 เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งสอดคล้องกับข้อความต่อไปนี้

1. $P(n_0)$ เป็นจริง
2. ถ้า $P(k)$ เป็นจริง แล้ว $P(k+1)$ เป็นจริงสำหรับจำนวนเต็มบวก $k \geq n_0$

สรุปได้ว่า $P(n)$ เป็นจริง สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก $n \geq n_0$

ทฤษฎีบท 3 ขั้นตอนวิธีการหาร (the division algorithm) (Clark, 2002)

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $b \neq 0$ แล้วมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงคู่เดียวเท่านั้น ซึ่ง

$$a = b \cdot q + r \text{ และ } 0 \leq r < |b|$$

จากขั้นตอนวิธีการหาร กำหนดให้ a เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ และ $b = 10$ จะได้ว่ามีผลหาร q และเศษเหลือ r ซึ่ง $a = 10 \cdot q + r$ และ $0 \leq r < 10$ นั่นคือ r เป็นเลขโดด นิยาม (อัยเรศ, 2554)

$$a := {}_q r \tag{3}$$

จาก (3) เราจะเรียกจำนวน ${}_q r$ นี้ว่า **จำนวนเศษเหลือ** (remainder number) เช่น

$$\begin{array}{lllll}
0 = {}_0 0 & 10 = {}_1 0 & 20 = {}_2 0 & 100 = {}_{10} 0 & 250 = {}_{25} 0 \\
1 = {}_0 1 & 11 = {}_1 1 & 21 = {}_2 1 & 101 = {}_{10} 1 & 251 = {}_{25} 1 \\
2 = {}_0 2 & 12 = {}_1 2 & 22 = {}_2 2 & 102 = {}_{10} 2 & 252 = {}_{25} 2 \\
\vdots\ \ \vdots\ \ \vdots & \vdots\ \ \vdots\ \ \vdots & \vdots\ \ \vdots\ \ \vdots & \vdots\ \ \vdots\ \ \vdots & \vdots\ \ \vdots\ \ \vdots \\
9 = {}_0 9 & 19 = {}_1 9 & 29 = {}_2 9 & 109 = {}_{10} 9 & 259 = {}_{25} 9
\end{array}$$

เพื่อความสะดวก เราเขียน ${}_0 r$ แทนด้วย r สำหรับทุกจำนวนเต็ม $0 \leq r < 10$

จากการแปลงเลขฐานสิบใน (3) นั้นจะเห็นว่าเลขที่ถูกแปลงขึ้นมาไม่ใช่เลขฐานสิบปกติ ฉะนั้นก่อนที่จะกล่าวถึงทฤษฎีบทที่สำคัญและนำทฤษฎีบทไปใช้เพื่อให้เข้าใจผลลัพธ์ได้ง่าย จะแนะนำการแปลงเลขจาก (3) กลับไปเป็นเลขฐานสิบที่ทุกคนคุ้นเคย

การแปลงเลขที่ได้จาก (3) เป็นเลขฐานสิบปกติทำได้โดยการบวกทแยงจากเศษเหลือตัวขวากับผลหารตัวซ้าย เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายจะขอยกตัวอย่างการแปลงเลข $237{}_3 9{}_1 4{}_2 601$ เป็นเลขฐานสิบ ดังนี้

$$\begin{aligned} 237_3 9_1 4_2 601 &= 23(7+3)(9+1)(4+2)601 \\ &= 23_1 0_1 06601 \\ &= 2(3+1)(0+1)06601 \\ &= 24106601 \end{aligned}$$

บทตั้ง 1 (อัยเรศ, 2554) กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n = {}_q r$ เมื่อ q และ r เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $0 \le r < 10$ จะได้ว่าข้อความต่อไปนี้เป็นจริง

1. ถ้า $0 \le r+1 < 10$ แล้ว

$$n+1 = {}_q(r+1)$$

2. ถ้า $r+1 = 10$ แล้ว

$$n+1 = {}_{q+1}0$$

จำนวนหลักของการเรียงกันของจำนวนเศษเหลือ เมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบสามารถคำนวณได้จากบทตั้งต่อไปนี้

บทตั้ง 2 กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n = {}_q r$ เมื่อ q และ r เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $0 \le r < 10$ จะได้ว่า

$$123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_q(r-2)_q(r-1)_q r$$

มีจำนวนหลักทั้งหมด $10 \cdot q + r$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบ

การพิสูจน์ กำหนดให้ $P(n)$ แทนข้อความ

$$123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_q(r-2)_q(r-1)_q r$$

มีจำนวนหลักทั้งหมด $10 \cdot q + r$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบ

เนื่องจาก 1 มีจำนวนหลักทั้งหมด 1 หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบจะได้ว่า $P(1)$ เป็นจริง สมมุติว่า $P(k)$ เป็นจริง สำหรับจำนวนเต็มบวก k และกำหนดให้ $k = {}_s t$ เมื่อ s และ t เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \le t < 10$ จะได้ว่า

$$123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s(t-2)_s(t-1)_s t$$

มีจำนวนหลักทั้งหมด $10 \cdot s + t$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบ

กรณีที่ 1 ถ้า $0 \le t+1 < 10$ แล้ว $k+1 = {}_s(t+1)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} &123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s(t-2)_s(t-1)_s t\,{}_s(t+1) \\ &= (123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s(t-2)_s(t-1)_s t)10 + {}_s(t+1) \end{aligned}$$

เนื่องจาก $123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s(t-2)_s(t-1)_s t$ มีจำนวนหลักทั้งหมด $10\cdot s+t$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบจะได้ว่า $(123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s(t-2)_s(t-1)_s t)10$ มีจำนวนหลักทั้งหมด $10\cdot s+(t+1)$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบและเนื่องจาก ${}_s(t+1)=s(t+1)$ มีจำนวนหลักทั้งหมด คือจำนวนหลักของ s บวกหนึ่งหลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบดังนั้น

$$123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s(t-2)_s(t-1)_s t_s(t+1)$$

มีจำนวนหลักทั้งหมด $10\cdot s+(t+1)$ หลักด้วยเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบ

กรณีที่ 2 ถ้า $t+1=10$ แล้ว $k+1={}_{s+1}0$ จะได้ว่า

$$123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s7_s8_s9_{s+1}0=(123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s7_s8_s9)\cdot 10+{}_{s+1}0$$

เนื่องจาก $123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s7_s8_s9$ มีจำนวนหลักทั้งหมด $10\cdot s+9$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบจะได้ว่า $(123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s7_s8_s9)\cdot 10$ มีจำนวนหลักทั้งหมด $10\cdot s+(9+1)=10\cdot(s+1)$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบและเนื่องจาก ${}_{s+1}0=(s+1)0$ มีจำนวนหลักทั้งหมด คือจำนวนหลักของ $s+1$ บวกหนึ่งหลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบดังนั้น

$$123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_s7_s8_s9_{s+1}0$$

มีจำนวนหลักทั้งหมด $10\cdot(s+1)=10\cdot(s+1)+0$ หลักด้วยเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบ

โดยหลักการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ จะได้ว่า

$$123\ldots 9_1 0_1 1\ldots {}_q(r-2)_q(r-1)_q r$$

มีจำนวนหลักทั้งหมด $10\cdot q+r$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบสำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n เมื่อ $n={}_q r$ □

ตัวอย่าง 2 จงหาจำนวนหลักของ $123\ldots {}_4 3_4 4_4 5$ เมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบ

วิธีทำ โดยบทตั้ง 2จะได้ว่า $123\ldots {}_4 3_4 4_4 5$ มีจำนวนหลัก $10\cdot(4)+5=45$ หลักเมื่อแปลงเป็นเลขฐานสิบ ตรวจคำตอบโดยการแปลงเป็นเลขฐานสิบ

$$123\ldots {}_4 3_4 4_4 5=123456790123456790123456790123456790123456785$$

ซึ่งมีทั้งหมด 45 หลัก

ต่อไปเป็นทฤษฎีบทที่สำคัญที่สุดของบทความนี้

ทฤษฎีบท 4 กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n={}_q r$ เมื่อ q และ r เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $0\le r<10$ จะได้ว่า

$$\underbrace{111\ldots 111}_{\#(1)={}_q r}=9\cdot\left[123\ldots {}_q(r-3)_q(r-2)_q(r-1)\right]+{}_q r \tag{4}$$

การพิสูจน์ กำหนดให้ $P(n)$ แทนข้อความ

$$\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_q r} = 9\cdot\left[123\ldots{}_q(r-3)_q(r-2)_q(r-1)\right] + {}_q r$$

เนื่องจาก $1 = 9\cdot(0)+1$ จะได้ว่า $P(1)$ เป็นจริง สมมุติว่า $P(k)$ เป็นจริง สำหรับจำนวนเต็มบวก k และกำหนดให้ $k = {}_s t$ เมื่อ s และ t เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $0 \le t < 10$ จะได้ว่า

$$\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_s t} = 9\cdot\left[123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1)\right] + {}_s t$$

กรณีที่ 1 ถ้า $0 \le t+1 < 10$ แล้ว $k+1 = {}_s(t+1)$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
& 9\cdot\left[123\ldots{}_s(t-2)_s(t-1)_s t\right] + {}_s(t+1) \\
&= 9\cdot\left[(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + {}_s t\right] + {}_s(t+1) \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + 9\cdot({}_s t)\right] + {}_s(t+1) \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + 9\cdot({}_s t) + {}_s t\right] + {}_s(t+1) - {}_s t \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + 10\cdot({}_s t)\right] + 1 \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1)) + {}_s t\right]\cdot 10 + 1 \\
&= (\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_s t})\cdot 10 + 1 \\
&= \underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_s(t+1)}
\end{aligned}$$

ฉะนั้น $P(k+1)$ เป็นจริง

กรณีที่ 2 ถ้า $t+1 = 10$ แล้ว $k+1 = {}_{s+1}0$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
& 9\cdot\left[123\ldots{}_s(t-2)_s(t-1)_s t\right] + {}_{s+1}0 \\
&= 9\cdot\left[(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + {}_s t\right] + {}_{s+1}0 \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + 9\cdot({}_s t)\right] + {}_{s+1}0 \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + 9\cdot({}_s t) + {}_s t\right] + {}_{s+1}0 - {}_s t \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1))\cdot 10 + 10\cdot({}_s t)\right] + 1 \\
&= \left[9\cdot(123\ldots{}_s(t-3)_s(t-2)_s(t-1)) + {}_s t\right]\cdot 10 + 1 \\
&= (\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_s t})\cdot 10 + 1 \\
&= \underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_s(t+1)} \\
&= \underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_{s+1}0}
\end{aligned}$$

ฉะนั้น $P(k+1)$ เป็นจริง

โดยหลักการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ จะได้ว่า

$$\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_q r} = 9\cdot\left[123\ldots{}_q(r-3)\,{}_q(r-2)\,{}_q(r-1)\right] + {}_q r$$

สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n เมื่อ $n = {}_q r$ □

จากทฤษฎีบท 4 จะได้บทแทรก 1 และ 2 ตามมาทันที ซึ่งคือ

บทแทรก 1 กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n = {}_q r$ เมื่อ q และ r เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $0 \le r < 10$ จะได้ว่า

$$123\ldots{}_q(r-2)\,{}_q(r-1)\,{}_q r = \frac{\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_q(r+1)} - {}_q(r+1)}{9}$$

บทแทรก 2 กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก โดยที่ $n = {}_q r$ เมื่อ q และ r เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $0 \le r < 10$ จะได้ว่า

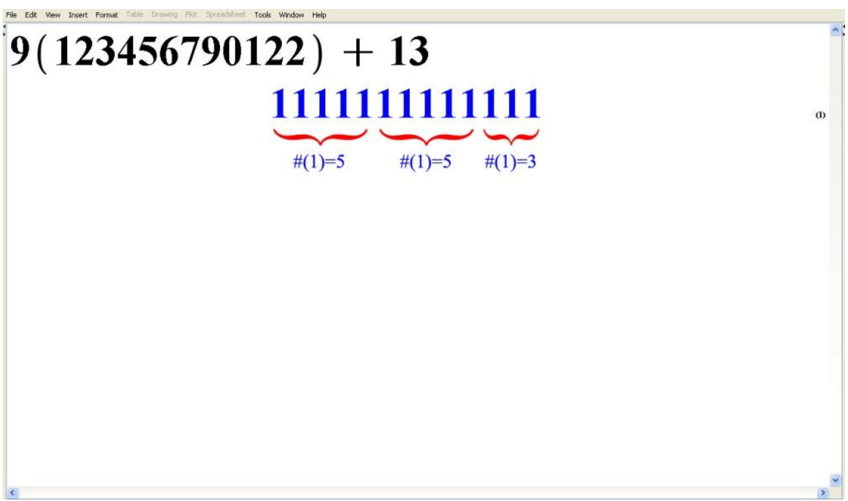
$$\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_q(r+1)} \equiv {}_q(r+1) \pmod 9$$

ตัวอย่าง 3 จงหา $\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)=13}$

วิธีทำ โดยทฤษฎีบท 4 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)=13} &= \underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_1 3}\\ &= 9\cdot(123\ldots{}_1 0\,{}_1 1\,{}_1 2) + {}_1 3\\ &= 9\cdot(123456790122) + 13\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบโดยคอมพิวเตอร์



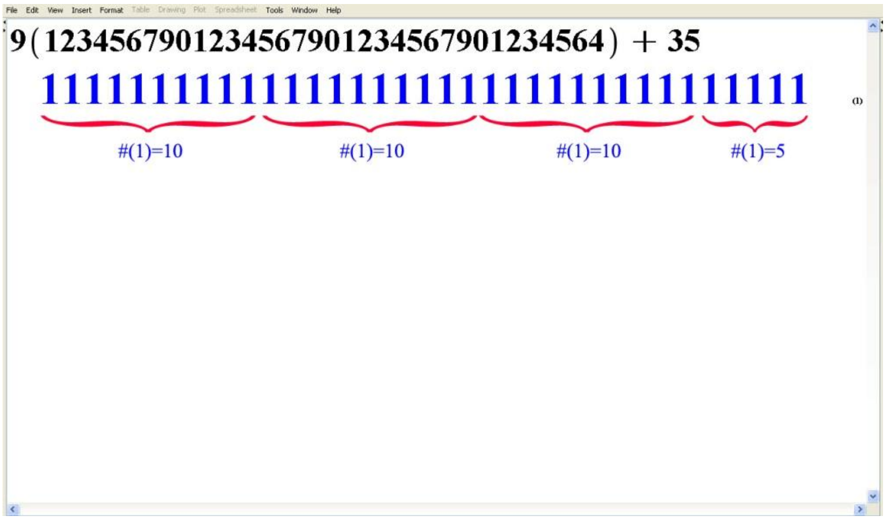
รูปที่1. $\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)=13}$

ตัวอย่าง 4 จงหา $\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)=35}$

วิธีทำ โดยทฤษฎีบท 4 จะได้ว่า

$$\begin{aligned}\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)=35} &= \underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_{3}5}\\ &= 9\cdot(123\ldots{}_{3}2{}_{3}3{}_{3}4)+{}_{3}5\\ &= 9\cdot(1234567901234567901234567901234564)+35\end{aligned}$$

ตรวจคำตอบโดยคอมพิวเตอร์



รูปที่ 2. $\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)=35}$

กำหนดให้

$$\begin{aligned}f_1(x) &= 9\cdot x+1 &;\quad L_1(x) &= 1\\ f_2(x) &= 9\cdot x+2 &;\quad L_2(x) &= 11\\ f_3(x) &= 9\cdot x+3 &;\quad L_3(x) &= 111\\ \vdots\quad &\ \vdots\quad \vdots &;\quad \vdots\quad &\ \vdots\quad \vdots\\ f_{{}_q r}(x) &= 9\cdot x+{}_{q}r &;\quad L_{{}_q r}(x) &= \underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_{q}r}\end{aligned}$$

โดยทฤษฎีบท 4 จะได้ว่า

f_1 ตัดกับเส้นตรง L_1 ที่จุด $(0,1)$

f_2 ตัดกับเส้นตรง L_2 ที่จุด $(1,11)$

f_3 ตัดกับเส้นตรง L_3 ที่จุด $(12,111)$

จนถึง $f_{{}_q r}$ ตัดกับเส้นตรง $L_{{}_q r}$ ที่จุด $(123\ldots{}_{q}(r-3){}_{q}(r-2){}_{q}(r-1),\underbrace{111\ldots111}_{\#(1)={}_{q}r})$

นอกจากนี้จะพบว่าฟังก์ชัน $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_{q^r}$ มีความชันเท่ากับ 9 ทั้งหมด

3. บทสรุป

ข้อสงสัยจากหนังสือที่ได้อ่านและทฤษฎีบทพื้นฐาน ซึ่งมีความสำคัญอย่างเช่นขั้นตอนวิธีการหารและหลักการอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ทำให้ได้รูปแบบทั่วไปและความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข1กับสมการเชิงเส้นที่ค่าคงตัวคือจำนวนหลักของจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 ฉะนั้นบทความนี้สามารถตอบข้อสงสัยทั้งสองข้อข้างต้นได้ดังนี้

1. เราสามารถเขียนจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข 1 ในรูปสมการเชิงเส้นที่แน่นอน เมื่อ $n \geq 11$ ได้ดังทฤษฎีบท 4

2. ค่าของ x จากสมการเชิงเส้น $f_n(x) = 9 \cdot x + n$ ที่ได้มีลักษณะเหมือนค่าของ xใน(1) เมื่อ $1 \leq n \leq 10$

4. กิตติกรรมประกาศ

บทความนี้ได้รับการสนับสนุนจากกลุ่มวิจัย: Group for Young Algebraists in University of Phayao (GYA) ผู้เขียนขอขอบพระคุณผู้ประเมินบทความวิชาการทุกท่านสำหรับข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์อย่างมากในการปรับปรุงบทความให้สำเร็จลุล่วงได้อย่างสมบูรณ์

5. เอกสารอ้างอิง

อัยเรศ เอี่ยมพันธ์. (2554). ความสวยงามวางนัยทั่วไป: การยกกำลังสองของจำนวนที่ทุกหลักเป็นเลข1. วารสารนเรศวรพะเยา. 4(2): 29-35.

Clark, W. E. (2002). Elementary Number Theory. Department of Mathematics, University of South Florida. USA.

Posamentier, A. S. (2003). Math Wonders to Inspire Teachers and Students. Virginia: Association for Supervision and Curriculum Development.