

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด

CONCRETE-PICTORIAL-ABSTRACT: CPA

A STUDY OF MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING ABILITY IN LINEAR EQUATIONS
IN ONE VARIABLE OF GRADE 7 STUDENTS USING CONCRETE-PICTORIAL-
ABSTRACT: CPA APPROACH

นัฐวุฒิ โชติวิญญู*, ญานิน กองทิพย์ และธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์
Nuttavut Chotwinyu*, Yanin Kongthip and Teerasak Chaladgarn

Received: November 30, 2021

Revised: December 27, 2021

Revised: February 2, 2022

ABSTRACT

The goal of this study was to compare grade 7 students' abilities to solve mathematical problems in linear equations in one variable using the Concrete-Pictorial-Abstract: CPA technique with 60 percent of the maximum score criterion. A one-group posttest-only design was used in this study. The participants in this study were 44 Grade 7 students from Sriyudhya School who were in the second semester of the 2019 academic year. The cluster random sampling approach was used to choose them. The research instrument of this study comprised (1) linear equations in one variable lesson plans employing the CPA technique, (2) a test of mathematical problem-solving abilities in linear equations in one variable, and (3) a checklist for mathematical problem-solving behavior observation. Descriptive statistics and a Z-test for population proportion were used to analyze the quantitative data acquired. Alice F. Artz and Eleanor Armour-Thomas' observation framework was used to examine the qualitative data obtained. The results showed that at the statistical significance level of .05, more than 60% of the participants who studied mathematical problem-solving skills in linear equations in one variable earned a score greater than 60% of the maximum score requirement. The majority of students did the following: (1) highlighted significant facts or conditions provided by the problem, as well as the problem's aim, (2) created an equation from the graphic to demonstrate the link between the supplied information, (3) accurately solved an equation utilizing cancellation principles, and (4) comprehended the link between the equation's concrete, pictorial, and abstract concepts.

Keywords: Mathematical problem-solving ability; Mathematical problem solving; Concrete-Pictorial-Abstract; Linear equations in one variable

*Corresponding author E-mail: nuttavut.chotwinyu@g.swu.ac.th

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร 10110

Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University,

Bangkok 10110 Thailand

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract: CPA เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม การวิจัยนี้เป็นการวิจัยแบบกลุ่มเดียววัดผลหลังการทดลอง กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้ คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ (1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (2) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และ (3) แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณโดยใช้สถิติเชิงพรรณนา และการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z วิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียน ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพตามกรอบแนวคิดของ Artz และ Armour-Thomas ผลการวิจัยพบว่า หลังนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA นักเรียนที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์คะแนนร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยที่นักเรียนส่วนใหญ่แสดงพฤติกรรม ระบุข้อมูลสำคัญ เงื่อนไข และสิ่งที่โจทย์ต้องการ วาดแผนภาพเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลและสร้างสมการจากแผนภาพ แก้สมการโดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและการคูณได้ เชื่อมโยงความรู้และโน้ตค้น ระหว่างเชิงรูปธรรม เชิงรูปภาพ และเชิงนามธรรมได้

คำสำคัญ: ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์; การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์; Concrete-Pictorial-Abstract; สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการใช้เหตุผล การคิด และการแก้ปัญหา ประโยชน์ของการเรียนคณิตศาสตร์อาจแบ่งได้เป็น 2 ด้าน ได้แก่ (1) ด้านการพัฒนาศักยภาพของนักเรียน คือ ส่งเสริมให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ คิดสร้างสรรค์ รวมไปถึงคิดวิเคราะห์ปัญหาได้อย่างรอบด้าน (2) ด้านการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อการดำรงชีวิต คือ การนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือสำหรับศึกษาศาสตร์อื่น ๆ อาทิ วิทยาศาสตร์ มนุษยศาสตร์ ทั้งทางตรงและทางอ้อม โดยด้านการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้เพื่อการดำรงชีวิตอาจแบ่งได้เป็น 3 รูปแบบ ได้แก่ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการทำนายปรากฏการณ์ที่จะเกิดขึ้น และเป็นเครื่องมือที่ใช้ควบคุมความเป็นไปของปรากฏการณ์ ยกตัวอย่างเช่น ผู้ที่มีการคิดเชิงคณิตศาสตร์จะสามารถให้เหตุผล ใช้หลักการ กฎ หรือทฤษฎีบท เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตหรือแก้ปัญหาที่พบในชีวิตประจำวัน โดยอาศัยความรู้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาดังกล่าวได้ดี (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology [IPST], 2012a, p.1 ; IPST, 2012b, pp. 1-12) สอดคล้องกับกรอบแนวคิดทักษะแห่งศตวรรษที่ 21 ที่ใช้ในการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีศักยภาพที่เพียงพอต่อการดำรงชีวิตและยืนหยัดในฐานพลเมืองโลกได้อย่างมีคุณภาพ ซึ่งประกอบไปด้วยทักษะ 3 หมวดหมู่ ได้แก่ ด้านการเรียนรู้และนวัตกรรม ด้านทักษะสารสนเทศและเทคโนโลยี และด้านทักษะชีวิตและอาชีพ โดยทักษะการคิดแบบมีวิจารณญาณและการแก้ปัญหา เป็นส่วนหนึ่งของทักษะด้านการเรียนรู้และนวัตกรรม แสดงว่าทักษะการแก้ปัญหาเป็นหนึ่งในทักษะที่สำคัญสำหรับผู้เรียนที่จะใช้ชีวิตได้อย่างมีคุณภาพ (Battelle for Kids, 2019) โดยตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระบุว่านอกจากผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์จะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางแล้ว ยังต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (Office of the Basic Education Commission, 2017) ทั้งนี้ครูสามารถพัฒนาทักษะในการแก้ปัญหาให้นักเรียน ด้วยการฝึกให้นักเรียนใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลาย เช่น การเขียนภาพหรือแผนภาพ การสร้างตัวแบบ การเขียนสมการ เป็นต้น นอกจากนี้ความรู้เรื่องสมการยังมีความสำคัญอีก 2 ประการ ได้แก่ (1) จำเป็นในการศึกษาเนื้อหาอื่นในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การแปรผัน ฟังก์ชัน เป็นต้นและ (2) จำเป็นต่อการนำไปประยุกต์กับสถานการณ์จริง เช่น การหาอัตราปฏิกิริยาเคมี การแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทางฟิสิกส์ เป็นต้น (IPST, 2012b, pp. 1-12)

จากการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน (พุทธศักราช 2551) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาได้เรียนรู้สมการหลากหลายรูปแบบ เช่น สมการพหุนาม สมการกำลังสองตัวแปรเดียว สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นต้น ซึ่งสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเป็นสมการชนิดแรกที่นักเรียนจะได้เรียน เพราะเป็นสมการที่มีความซับซ้อนน้อยที่สุด และเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้เกี่ยวกับสมการเรื่องอื่น ๆ ที่สูงขึ้นต่อไป แต่จากการศึกษาปัญหาในการเรียน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน จากงานวิจัยของ Nasomtrug et al. (2012, pp. 75-88) พบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน ได้แก่ (1) การขาดการตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา (2) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (3) ด้านการตีความ (4) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และ (5) ด้านการใช้ข้อมูลผิด และจากงานวิจัยของ Luechai (2012, pp. 144-145) พบว่าในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีปัญหาในการสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนด การสร้างสมการคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และการดำเนินการแก้สมการ มากที่สุด โดยสาเหตุที่นักเรียนมักดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผิดพลาด มีดังต่อไปนี้ (1) การใช้สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและการคูณไม่ถูกต้อง (2) การใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง (3) การรวมพจน์ที่เหมือนกันไม่ถูกต้อง และ (4) การคำนวณไม่ถูกต้อง (Powell, 2012, p. 32)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract: CPA จะช่วยให้เด็กมีความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลาย (Multiple representation) มีความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational understanding) และช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน (Van de Walle et al., 2010, pp. 26-29) โดยความสามารถในการใช้ตัวแทนที่หลากหลายจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถเขียนนิพจน์พีชคณิตหรือสมการ จากสถานการณ์ที่กำหนดได้ดีขึ้น (The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2014, p. 25) อีกทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ยังทำให้ผู้เรียนเรียนรู้อย่างมีความหมาย ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ที่มีลักษณะเป็นนามธรรมได้ดีขึ้น ช่วยลดความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ ของผู้เรียน (Witzel et al., 2008, pp. 270-276)

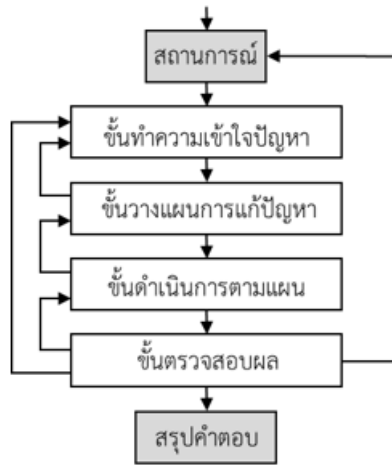
จากความสำคัญและปัญหาดังกล่าว จะเห็นว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีความสำคัญต่อผู้เรียน ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA และเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA กับเกณฑ์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้และทักษะเหล่านี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA หมายถึง แนวทางการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อพัฒนาความเข้าใจและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน ประกอบไปด้วยขั้นตอนการสอน 3 ขั้นตอน ที่มีการเชื่อมโยงกัน ได้แก่ (1) การสอนเชิงรูปธรรม (Concrete: C) (2) การสอนเชิงรูปภาพ (Pictorial: P) และ (3) การสอนเชิงนามธรรม (Abstract: A) (Ministry of Education Singapore, 2013, pp. 30-33) ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้รายละเอียดเพิ่มเติมไว้ในหัวข้อที่ 3.1 กรอบแนวคิดการวิจัย โดยประโยชน์ของแนวคิดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA คือจะลดภาระในการจดจำของนักเรียน เพิ่มความคงทนในการเรียนรู้ให้กับนักเรียน และช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน (Van de Walle et al., 2010, pp. 26-27) โดยที่นักศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่าน ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ในทิศทางเดียวกันว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical problem solving) หมายถึง กระบวนการการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์เดิมของผู้เรียน เพื่อใช้หาคำตอบของสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย (IPST, 2012a, p. 7; Szetela & Nicol, 1992, p. 1)

จากศึกษาพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical symbol) ที่เป็นนามธรรม กับสถานการณ์จริงที่เป็นรูปธรรมได้ (Lee et al., 2019, p. 37) และช่วยให้นักเรียนสามารถวาดรูปภาพหรือเขียนแผนภาพประกอบ การทำความเข้าใจปัญหาและการเขียนนิพจน์พีชคณิต (Algebraic expression) ได้ดียิ่งขึ้น (Souviney, 1994, p. 90) สอดคล้องกับงานวิจัยของ Chaisongkram and Vanichwatanavorachai (2020) ที่พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยเทคนิค TGT ร่วมกับบาร์โมเดล (ซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของ CPA) จะช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์

ระหว่างข้อมูลในโจทย์ปัญหา โดยใช้วิธีการพิจารณาบาร์โมเดลที่ตนเองวาดขึ้น จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานการวิจัยว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด



รูปที่ 1 กรอบแนวคิดการแก้ปัญหของ
Wilson et al.
ที่มา: Wilson et al. (1993, p. 61)

3. วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 กรอบแนวคิดการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือเนื้อหากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 อ้างอิงเนื้อหาจากหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 2 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (OBEC, 2017; IPST, 2018, pp. 10-67; OBEC, 2017)

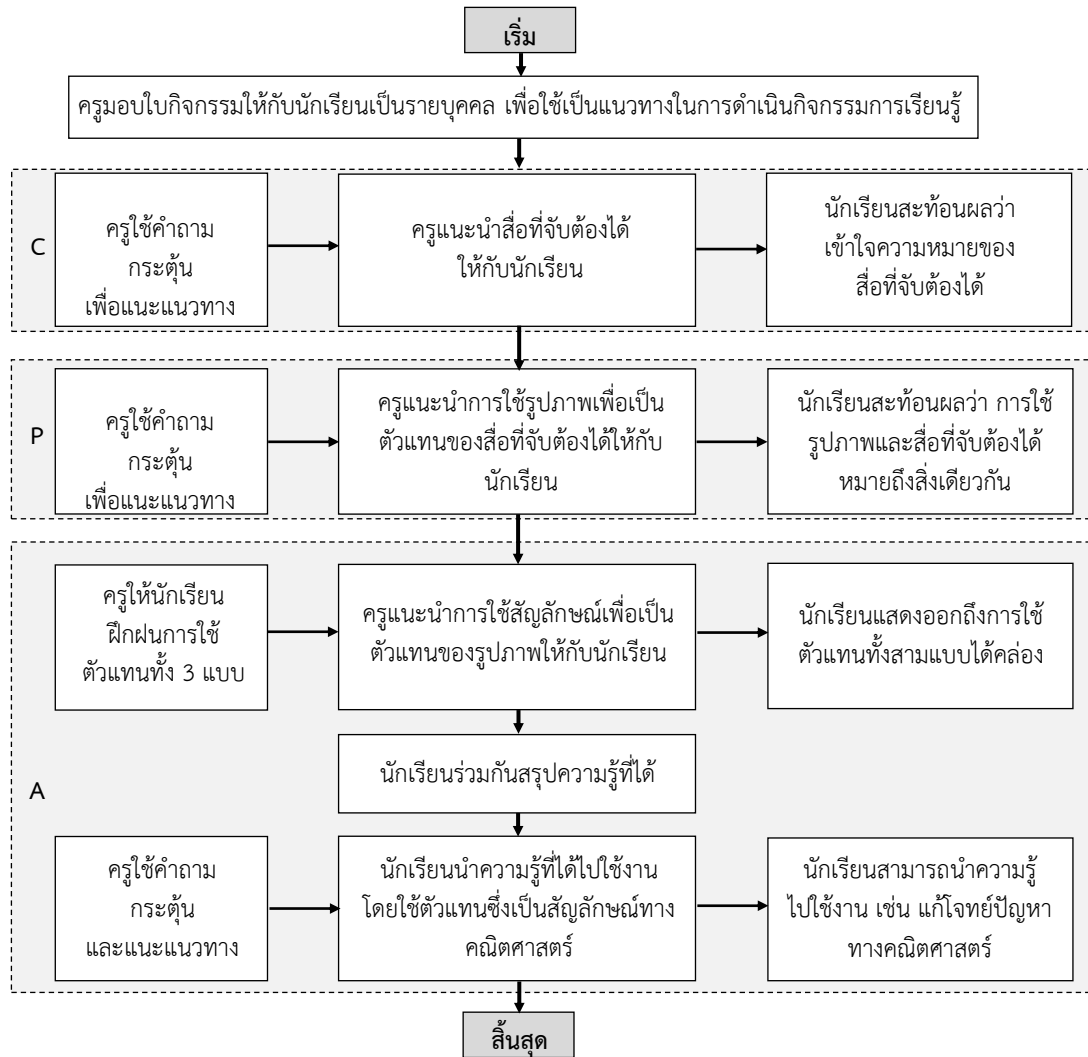
ตามกรอบแนวคิดของ Polya (1973, pp. 5-6) การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดหรือแนวทางหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยผ่านการใช้ความคิดที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์เดิมเพื่อให้ได้มาซึ่งแนวคิดหรือแนวทางในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ (1) ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (2) ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา (3) ขั้นดำเนินการตามแผน และ (4) ขั้นตรวจสอบผล ต่อมา Wilson et al. (1993, pp. 57-77) จึงปรับปรุงกระบวนการแก้ปัญหของ Polya (1973, pp. 5-6)

และได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหามีความเป็นพลวัต ดังรูปที่ 1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (CPA) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ริเริ่มโดยกระทรวงศึกษาธิการของประเทศสิงคโปร์ในช่วงปีคริสต์ศักราช 1980 (Hoong et al., 2015, pp. 1-18) ประกอบไปด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ได้แก่ (1) การสอนเชิงรูปธรรม (Concrete: C) (2) การสอนเชิงรูปภาพ (Pictorial: P) และ (3) การสอนเชิงนามธรรม (Abstract: A) ซึ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าว มีความสอดคล้องกันตามลำดับขั้นการเรียนรู้ตามทฤษฎีการเรียนรู้ของ Bruner (1966, pp. 44-45) แบบหนึ่งต่อหนึ่ง ซึ่งได้แก่ขั้นการเรียนรู้จากการกระทำ (Enactive) ขั้นการเรียนรู้จากจินตนาการ (Iconic) และขั้นการเรียนรู้จากการใช้สัญลักษณ์ (Symbolic) โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่เหมาะสมกับนักเรียนระดับชั้นปฐมวัยถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA คือ เมื่อผู้สอนต้องการสอนเนื้อหาหรือมโนทัศน์ใหม่ที่นักเรียนไม่คุ้นเคย ผู้สอนควรเริ่มแนะนำให้นักเรียนทำความเข้าใจความคุ้นเคยเนื้อหาใหม่ ผ่านการใช้สิ่งที่ เป็นรูปธรรม จับต้องได้เป็นอันดับแรก เช่น เหรียญ ผลไม้ ตัวนับ ลูกบาศก์ เป็นต้น เมื่อนักเรียนมีความคุ้นเคยกับสิ่งที่ เป็นรูปธรรม แล้ว ผู้สอนจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถเปลี่ยนความรู้จากเชิงรูปธรรมมาเป็นความรู้เชิงรูปภาพหรือ ตัวแทน เช่น การใช้วงกลม จุด รูปสี่เหลี่ยม เพื่อแทนจำนวนต่าง ๆ และเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ เป็นรูปธรรมและรูปภาพเป็นอย่างดีแล้ว ผู้สอนจึงจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนเปลี่ยนความรู้จากเชิงรูปธรรมและ เชิงรูปภาพ มาเป็นความรู้เชิงนามธรรม เช่น ตัวเลข ตัวดำเนินการ ตัวแปร เป็นต้น โดยเมื่อนักเรียนมีความชำนาญมากขึ้น ผู้สอน จะลดบทบาทและน้ำหนักของการสอนเชิงรูปธรรมและเชิงรูปภาพลง จนกระทั่งกลายเป็นการสอนเชิงนามธรรม (Ministry of Education Singapore, 2012; Wong, 2015, p. 40) โดยปกติแล้วกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ที่กล่าวมาทั้งหมด จะใช้เวลาและไม่ได้เสร็จสิ้นภายในคาบเรียนเดียว (Hoong et al., 2015, pp. 1-18)

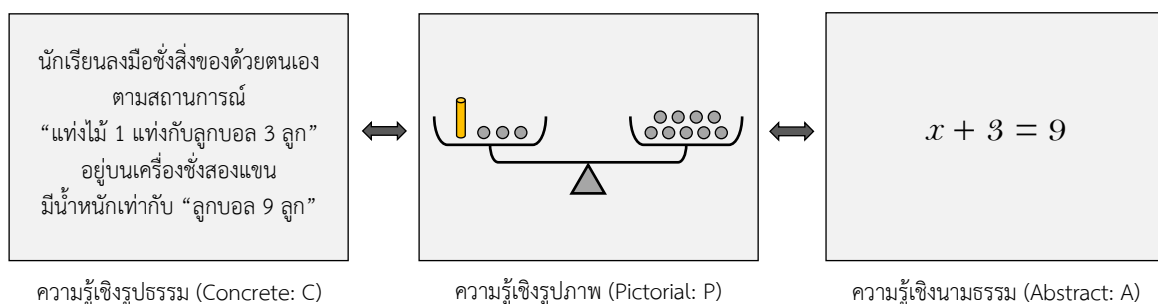
ดังนั้นจากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความหมายและ แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ผู้วิจัยจึงสร้างเป็นกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตามแนวคิด CPA เพื่อมุ่งหวังจะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียน โดยแบ่งได้เป็น 2 ช่วง ดังต่อไปนี้

(1) ช่วงที่ 1: คาบเรียนที่ 1 ถึงคาบเรียนที่ 5 มีเนื้อหาประกอบไปด้วยนิพจน์พีชคณิต คำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากัน เกี่ยวกับการบวก สมบัติของการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณ และการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นความรู้ที่จำเป็นสำหรับ ผู้เรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้สอนจะสอนแต่ละเนื้อหาและมโนทัศน์ให้กับผู้เรียน

โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาผ่านตัวอย่างที่เป็นรูปธรรม (C) ไปสู่การเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นตัวแทนเชิงรูปภาพ (P) และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม (A) ตามลำดับ ซึ่งแต่ละขั้นประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อย ๆ ได้แก่ การใช้คำถามกระตุ้นเพื่อแนะแนวทาง การแนะนำสื่อที่เกี่ยวข้อง และการประเมินความเข้าใจในความหมายและความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ในแต่ละขั้นที่ได้เรียน ซึ่งสามารถเขียนเป็นกรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ดังรูปที่ 2 และผู้วิจัยได้แสดงตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้เชิงรูปธรรม เชิงรูปภาพ และเชิงนามธรรมดังรูปที่ 3

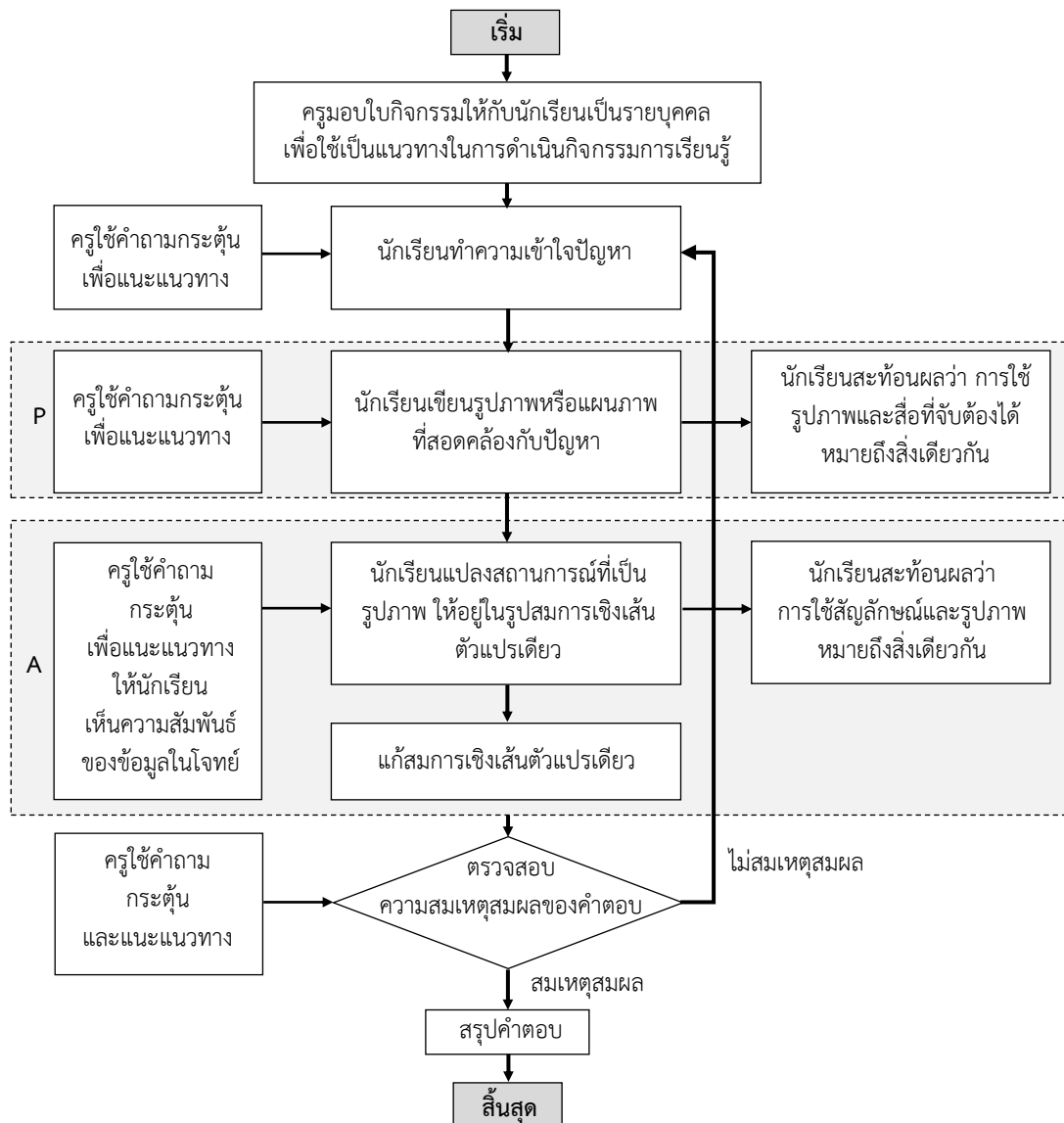


รูปที่ 2 กรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ช่วงที่ 1



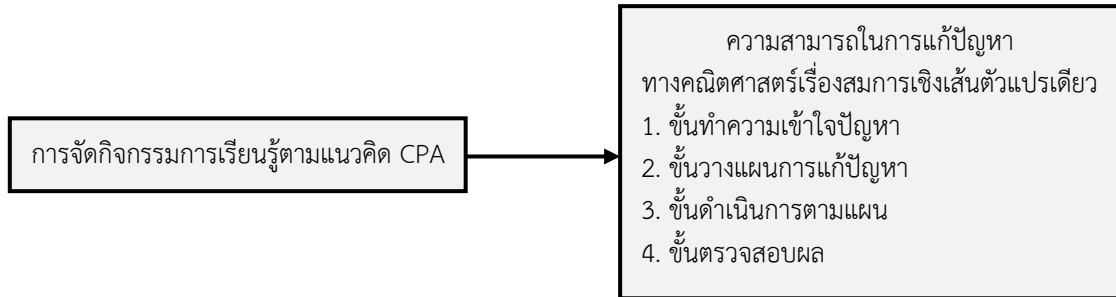
รูปที่ 3 ตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้เชิงรูปธรรม ความรู้เชิงรูปภาพ และความรู้เชิงนามธรรม

(2) ช่วงที่ 2: คาบเรียนที่ 6 ถึงคาบเรียนที่ 11 เป็นการฝึกกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้ความรู้ที่ได้เรียนมาจากช่วงที่ 1 จนลดความเป็นรูปธรรมไปสู่การแสดงแทนด้วยภาพได้ ครูจึงใช้เพียงตัวแบบเชิงรูปภาพ (P) เชื่อมโยงไปสู่เชิงนามธรรม (A) เท่านั้น และหลังจากที่นักเรียนหาสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาได้แล้ว ครูให้นักเรียนดำเนินการแก้สมการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ หากคำตอบที่ได้สมเหตุสมผล ให้นักเรียนสรุปคำตอบนั้น แต่ถ้าคำตอบที่ได้ไม่สมเหตุสมผล ให้นักเรียนย้อนกลับตามลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Wilson et al. (1993, pp. 57-77) เพื่อตรวจสอบว่าตนเองแก้โจทย์ปัญหาผิดพลาดในขั้นตอนใด ซึ่งสามารถเขียนเป็นกรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 กรอบแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ช่วงที่ 2

จากหลักการและแนวทางข้างต้น จึงนำไปสู่การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ซึ่งเขียนเป็นกรอบแนวคิดการวิจัยได้ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 กรอบแนวคิดการวิจัย

3.2 ขอบเขตการวิจัย

3.2.1 ประชากร คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 12 ห้องเรียน มีนักเรียน 522 คน

3.2.2 กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ แขวงถนนพญาไท เขตราชเทวี กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน มีนักเรียน 44 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) จากนั้นจึงจำแนกนักเรียนกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่มเก่ง ปานกลาง และอ่อน โดยใช้คะแนนรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ของภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 เป็นเกณฑ์ และแบ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างออกเป็นกลุ่ม จำนวน 11 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียน 4 คน ซึ่งประกอบไปด้วยนักเรียนกลุ่มเก่ง 1 คน กลุ่มปานกลาง 2 คน และกลุ่มอ่อน 1 คน จากนั้นผู้วิจัยเลือกนักเรียนเป้าหมาย 1 กลุ่ม เพื่อศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.3 ตัวแปรที่ศึกษา

3.3.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (CPA)

3.3.2 ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.4 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

3.4.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เป็นแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 11 แผน ใช้เวลาเรียนแผนละ 1 คาบเรียน (50 นาที) โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบไปด้วย จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สื่อและแหล่งการเรียนรู้ และการวัดประเมินผล โดยได้รับการตรวจสอบคุณภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พบว่าแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทุกแผน มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00

3.4.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ประกอบไปด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ตรวจสอบให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic rubric scoring) ตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบจากความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน พบว่าข้อสอบทุกข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) เท่ากับ 1.00 ผู้วิจัยได้ดำเนินการปรับปรุงข้อสอบตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นจึงนำแบบทดสอบดังกล่าวไปทดลองกับกลุ่มนักร้อง พบว่าค่าความยาก (p) ของข้อสอบอยู่ในช่วง 0.26-0.35 ค่าอำนาจจำแนก (r) ของข้อสอบอยู่ในช่วง 0.40-0.52 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบโดยวิธีหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟาเท่ากับ 0.83

3.4.3 แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ใช้สำหรับสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนขณะลงมือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ประกอบไปด้วยข้อคำถาม 15 ข้อ โดยปรับปรุงกรอบแนวคิดการวิเคราะห์พฤติกรรมของ Artz and Armour-Thomas (1992, pp. 137-175) โดยได้รับการตรวจสอบคุณภาพของแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากความเห็นของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ซึ่งพบว่าข้อคำถามในแบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) อยู่ในช่วง 0.67-1.00

3.5 ขั้นตอนการวิจัยและการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองตามแบบแผนการวิจัยกลุ่มเดียววัดหลังการทดลอง (One-group posttest only design) มีรายละเอียดการดำเนินการดังนี้

3.5.1 ผู้วิจัยดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 11 คาบเรียน

3.5.2 เมื่อนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 11 คาบเรียน ในคาบเรียนที่ 12 ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังเรียนเพื่อเก็บข้อมูลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งประกอบไปด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ

3.5.3 ผู้วิจัยตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนแบบวิเคราะห์ (Analytic rubric scoring) จากนั้นจึงนำไปคำนวณหาค่าสถิติเชิงพรรณนา และนับจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มขึ้นไป เพื่อนำไปตรวจสอบสมมติฐานการวิจัยต่อไป

3.5.4 หาค่าสถิติเชิงพรรณนา ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งได้มาจากเครื่องมือวิจัยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.5.5 ทดสอบภาวะปกติ (Normality test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ใช้การทดสอบของ Shapiro-wilk เพื่อยืนยันข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z

3.5.6 การทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for population proportion) เพื่อทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า “นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีความสามารถในการแก้ปัญหา เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด”

3.5.7 วิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ ด้วยการสังเกตจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนทั้งชั้นเรียน และสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาของนักเรียนเป้าหมาย จำนวน 4 คน โดยใช้แบบตรวจสอบรายการสำหรับสังเกตพฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4. ผลการวิจัย

หลังนักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นจำนวน 11 คาบเรียน ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียน โดยใช้เครื่องมือวิจัยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ผลการวิจัยดังต่อไปนี้

4.1 การหาค่าสถิติเชิงพรรณนาของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

ตารางที่ 1 ค่าสถิติเชิงพรรณนาของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	n	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	S.D.
การทดสอบหลังเรียน	44	20	14.06	3.24

จากตารางที่ 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เท่ากับ 14.06 จากคะแนนเต็ม 20 คะแนน (คิดเป็นร้อยละ 70.30 ของคะแนนเต็ม) และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.24

4.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตารางที่ 2 การจำแนกนักเรียนตามความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้จุดตัดร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มเป็นเกณฑ์

ผลการจำแนกนักเรียนตามความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	n	Observed prop.	Test prop.	Z	p
ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม	35	0.795	0.600	2.65	0.005*
ไม่ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม	9	0.215			

*มีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

ผู้วิจัยได้ทดสอบภาวะปกติ (Normality test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้การทดสอบของ Shapiro-wilk พบว่าการกระจายของข้อมูลไม่แตกต่างจากการแจกแจงแบบปกติ (Normal distribution) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบสัดส่วนของประชากรด้วยสถิติ Z (Z-test for population proportion) โดยจากตารางที่ 2 พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.3 พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA

จากการวิเคราะห์พฤติกรรมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA และจากร่องรอยการทำงานของนักเรียน พบว่านักเรียนแสดงพฤติกรรมการอ่านโจทย์ปัญหา ระบุข้อมูลสำคัญที่โจทย์กำหนดและระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ จากนั้นจึงนำข้อมูลดังกล่าวไปใช้ในการวาดแผนภาพและกำหนดตัวแปร แล้วใช้แผนภาพที่วาดขึ้นเป็นเครื่องมือในการสร้างสมการที่สอดคล้องกับโจทย์ปัญหา เมื่อพิจารณาร่องรอยการแก้สมการ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการบวกและลบสมบัติการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจถึงความเชื่อมโยงกันระหว่างมโนทัศน์เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เป็นเชิงรูปธรรม เชิงรูปภาพ และเชิงนามธรรม

5. สรุปและอภิปรายผลวิจัย

จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ทำให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมกับสถานการณ์จริงที่มีความเป็นรูปธรรม (Lee et al., 2019, pp. 35-53) การวาดรูปภาพหรือแผนภาพเพื่อช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เป็นอีกหนึ่งกลวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (Souviney, 1994, p. 90) ส่งผลให้นักเรียนเขียนนิพจน์พีชคณิตและสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ดีขึ้น และทำให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงระหว่างความรู้เชิงกระบวนการกับความรู้เชิงมโนทัศน์ได้ดีขึ้น จึงลดภาระในการจดจำกฎหรือทฤษฎีบท ทำให้นักเรียนจดจำและเข้าใจในหลักการเท่ากันเกี่ยวกับการบวก และหลักการเท่ากันเกี่ยวกับการคูณได้ดีขึ้น ลดข้อผิดพลาดในการดำเนินการแก้สมการโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้อง (Van de Walle et al., 2010, pp. 26-29) สอดคล้องกับงานวิจัยของ Pakpiankij (2015, p. 103) ที่กล่าวว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดโมเดลเมธอดซึ่งเป็นรูปแบบหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แนวคิด CPA มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งด้านการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาและดำเนินการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา เพราะแนวคิดโมเดลเมธอดทำให้นักเรียนสร้างสมการที่สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ง่ายขึ้น และยังสอดคล้องกับงานวิจัยของ Thaneepoon and Viriyapong (2020, p. 103) ที่จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยา ร่วมกับบาร์โมเดลให้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 เพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวได้ส่งเสริมให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอน

6. ข้อเสนอแนะ

ผู้สอนควรจัดสรรเวลาให้กับแต่ละเนื้อหาให้มีความเหมาะสม เพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ระยะเวลานานเมื่อเทียบกับปริมาณเนื้อหาและมโนทัศน์ที่นักเรียนจะได้รับ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อนำไปใช้สอนนักเรียนที่ไม่เคยได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA มาก่อน และทางผู้สอนควรให้ความสำคัญในการประเมินความสามารถของนักเรียนเป็นระยะ เพื่อให้มั่นใจว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงรูปธรรมกับความรู้เชิงรูปภาพ และนักเรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เชิงรูปภาพกับความรู้เชิงนามธรรมได้ก่อนที่จะเปลี่ยนแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปยังขั้นตอนถัดไป มิเช่นนั้นผู้เรียนอาจไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของ

ความรู้เชิงรูปธรรม ความรู้เชิงรูปภาพ และความรู้เชิงนามธรรมเข้าด้วยกันได้ อย่างไรก็ตามแม้ผลการวิจัยจะแสดงให้เห็นว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA สามารถส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ แต่กลับพบว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA นี้ ไม่ช่วยส่งเสริมผู้เรียนในด้านทักษะการคำนวณ เช่น การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็ม ทศนิยม และเศษส่วน ซึ่งทำให้ผู้เรียนที่มีพื้นฐานการคำนวณที่ไม่ดี มักคำนวณไม่ถูกต้อง และได้คำตอบของโจทย์ปัญหาไม่ถูกต้องอยู่บ่อยครั้ง ดังนั้นผู้สอนควรตรวจสอบพื้นฐานการคำนวณของผู้เรียน และพิจารณาสอนซ่อมเสริมให้กับผู้เรียนที่มีพื้นฐานการคำนวณที่ไม่ดี ก่อนจะเริ่มดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA น่าจะทำให้ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รูปแบบนี้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นได้ และหากมีโอกาส ควรนำการวิจัยเกี่ยวกับการเรียนรู้ตามแนวคิด CPA ไปปรับใช้กับนักเรียนระดับชั้นอื่น ๆ หรือใช้กับเนื้อหาในวิชาส่วนอื่น ๆ เพิ่มเติมในอนาคต เช่น จำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม และจำนวนเต็ม อัตราส่วนและร้อยละ การดำเนินการเกี่ยวกับพหุนามและการแยกตัวประกอบพหุนาม เป็นต้น และเสนอแนะให้ทำการวิจัยกับตัวแปรตามอื่น ๆ นอกเหนือจากความสามารถในการแก้ปัญหา เช่น การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เป็นต้น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณทุนโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สควค.) จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ให้งบประมาณสนับสนุนการทำวิจัยครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- Artz, A. F., & Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and Instruction*, 9(2), 137-175.
- Battelle for Kids. (2019). *Framework for 21st century learning definitions*. <https://www.battelleforkids.org/networks/p21/frameworks-resources>
- Bruner, J. S. (1996). *Toward a theory of instruction* (2nd ed.). Harvard University Press.
- Chaisongkram, S., & Vanichwatanavorachai, S. (2019). *The development of mathematics problem solving of fifth grade students taught by TGT technique with bar model method*. [Master's thesis]. Silpakorn University. (in Thai).
- Hoong, L. Y., Kin, H. W., & Pien, C. L. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-18.
- Lee, N. H., Ng, W. L., & Lim, L. G. P. (2019). The intended school mathematics curriculum. In T. L. Toh, B. Kaur, & E. G. Tay (Eds.), *Mathematics Education in Singapore* (pp. 35-53). Springer.
- Luechai, A. (2012). *An analysis of skills used for solving mathematical word problems of seventh grade students*. [Master's thesis]. Chulalongkorn University. (in Thai)
- Ministry of Education Singapore. (2012). *Mathematics syllabus primary one to six*. https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics_syllabus_primary_1_to_6.pdf
- Ministry of Education Singapore. (2013). *Nurturing early learners curriculum volume 6*. Ministry of Education.
- Nasomtrug, T., Suwapanich, S., & Jansila, A. (2012). Analysis of mathematical misconception on linear equation in one variable in Matayomsueksa I students. *Academic Journal of Humanities and Social Sciences Buriram Rajabhat University*, 4(1), 75-88. (in Thai)
- Office of the Basic Education Commission (OBEC). (2017). *Indicators and learning standards of mathematics learning area (revised in B.E. 2560) in accordance with the basic education core curriculum B.E. 2551*. Press of the agricultural co-operative federation of Thailand.

- Pakpiankij, T. (2015). *Effect of organizing learning activities by using the model method and cognitively guided instruction on mathematical problem solving ability of eighth grade student*. [Master's thesis]. Chulalongkorn University. (in Thai)
- Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton University Press.
- Powell, A. N. (2012). *A study of middle school and college students' misconceptions about solving multi-step linear equations*. [Master's thesis]. State University of New York at Fredonia.
- Souviney, R. J. (1994). *Learning to teach mathematics* (2nd ed.). Merrill.
- Szetela, W., & Nicol, C. (1992). Evaluating problem solving in mathematics. *Educational Leadership*, 49(8), 42-45.
- Thaneepoon, C., & Viriyapong, N. (2020). Development of the arithmetic problem solving abilities of Prathomsuksa 3 students using Polya's problem solving process with bar model. *Journal of Humanities and Social Sciences Surin Rajabhat University*, 22(1), 93-106. (in Thai)
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2012a). *Mathematical skills and processes* (3rd ed.). 3Q Media. (in Thai)
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2012b). *Professional mathematics teacher: The road to success*. 3Q Media. (in Thai)
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (IPST). (2018). *Basic mathematics student book for Mathayomsuksa 1 volume 2*. Chulalongkorn University Press. (in Thai)
- The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Author
- Van de walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics teaching developmentally* (7th ed.). Pearson.
- Wilson, J. W., Fernandez, M. L., & Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In P.S Wilson (Ed). *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 57-77). Macmillan.
- Witzel, B. S., Riccomini, P. J., & Schneider, E. (2008). Implementing CRA with secondary students with learning disabilities in mathematics. *Intervention in School and Clinic*, 43(5), 270-276.
- Wong, K. Y. (2015). *Effective mathematics lessons through an eclectic Singapore approach*. World Scientific.