

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครู
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว
A STUDY OF MISCONCEPTIONS IN MATHEMATICS ABOUT INDEFINITE INTEGRAL
FOR PRESERVICE TEACHER OF LAO PEOPLE'S DEMOCRATIC REPUBLIC

สันติสุข ขุนเพี้ย* ขวัญ เพี้ยชัย สุกัญญา หะยีสานและ และเอนก จันทจรูญ
Santisouk khounphia*, Khawn Piasai, Sukanya Hajisalah, and Anek Janjaroon
E-mail: soukhhounphia1989@gmail.com, khawn@g.swu.ac.th,
sukanyah@g.swu.ac.th, and anek@g.swu.ac.th

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร 10110
Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, Bangkok 10110 Thailand

*Corresponding author E-mail: soukhhounphia1989@gmail.com

(Received: November 5, 2020; Revised: December 14, 2020; Accepted: December 28, 2020)

ABSTRACT

The purpose of this research is to study the mathematical misconception of the indefinite integral preservice teachers at educational institutions in the southern region of the Lao People's Democratic Republic (Lao PDR). The sample in this research included 44 third-year preservice teachers, studying the curriculum of the Department of Secondary Teacher Building 2013, in the second semester of the 2019 academic year. The educational institutions in the southern region of the Lao PDR were obtained from the selection by purposive sampling, the tools in this research consisted of a misconceptions test on the indefinite integral with 18 items divided by three, with six sub-items to test the students in the sample group, then analyze and identify incorrect concepts which are by the definition of the concepts on the inaccuracies of the indefinite integral. The results of the research showed that misconceptions about indefinite integral included the following: (1) conceptual errors involving the use variables in integration. Errors in determining integration and mistakes in the use of formulas or integration features; (2) procedural errors are an error characteristic of algorithmic errors or the completion of integration and errors relating to the coefficients or addition of the constant C; (3) technical errors are an error characteristic related to applying varied basic mathematical knowledge in integrating operations, such as using incorrect power exponents, using incorrect algebraic properties, including incorrect operations.

Keywords: Misconceptions; Conceptual error; Procedural error; Technical error; Indefinite integral

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์การวิจัยเพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของ นักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยคือนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ สาขาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 ประจำปีการศึกษา 2 ปี การศึกษา ค.ศ. 2019 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว จำนวน 44 คน ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) เครื่องมือในงานวิจัยครั้งนี้ คือแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งประกอบด้วย ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 18 ข้อ โดยแบ่งการทดสอบออกเป็น 3 ครั้ง แต่ละครั้งมีข้อสอบ 6 ข้อ โดยนำไปทดสอบกับนักศึกษาที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจากนั้นนำมาวิเคราะห์เพื่อจำแนกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยอิงจาก ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ผลการวิจัยพบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่องอินทิกรัล ไม่จำกัดเขตประกอบด้วย 1) ความผิดพลาดเชิงมโนทัศน์ (Conceptual error) เป็นลักษณะความผิดพลาดเกี่ยวกับการใช้ตัวแปร ในการอินทิเกรต ความผิดพลาดเกี่ยวกับการกำหนด u ในการอินทิเกรต และความผิดพลาดเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการ อินทิเกรต 2) ความผิดพลาดเชิงกระบวนการ (Procedural error) เป็นลักษณะความผิดพลาดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการ ดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรต และความผิดพลาดเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C 3) ความผิดพลาดเชิง เทคนิค (Technical error) เป็นลักษณะความผิดพลาดเกี่ยวกับการใช้ความรู้พื้นฐานต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ในการดำเนินการ อินทิเกรตเช่น การใช้สมบัติเกี่ยวกับเลขยกกำลังไม่ถูกต้อง การใช้สมบัติทางพีชคณิตไม่ถูกต้องรวมถึงการดำเนินการไม่ถูกต้องเป็น ต้น

คำสำคัญ: มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน; ความผิดพลาดเชิงมโนทัศน์; ความผิดพลาดเชิงกระบวนการ; ความผิดพลาดเชิงเทคนิค; อินทิกรัลไม่จำกัด

1. บทนำ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จ ต้องเรียนรู้ให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ ต้องอาศัยแนวคิดและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง Makhanong [1] ได้กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ความสำคัญต่อกับลักษณะ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎี กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม ความคิดนามธรรมที่ทำให้ผู้เรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้นๆ ได้ และสามารถ ระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics concept) เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้งาน หรือแก้ปัญหา สำหรับนักศึกษาที่มีมโน ทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง มักสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานในการเชื่อมโยงและแนวคิด เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป [2] นอกจากนี้ Hiebert และ Carpenter [3] ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มี ความสำคัญเป็นอย่างมากต่อความรู้ความเข้าใจและการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักศึกษามีความ เข้าใจอย่างถ่องแท้เกี่ยวกับความรู้เฉพาะหรือแนวคิดเชิงลึกทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรเน้นที่การทำให้ นักศึกษาเกิดความเข้าใจ ดังนั้นการจัดการศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์จึงเป็นจุดมุ่งหมายสำคัญใน การพัฒนาคนในสังคม หน่วยงานทางด้านการศึกษาลหลายหน่วยงาน ทั้งภาครัฐและเอกชนจึงมุ่งเน้นการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ ความสามารถและทักษะทางคณิตศาสตร์สำหรับนำความรู้และทักษะดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือการดำรงชีวิตประจำวัน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ [4]

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนไปจากสิ่งที่ถูกต้องหรือเป็นจริงในทาง คณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นจากสาเหตุหลายประการ ทั้งสาเหตุจากการละเอียดในเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยามทาง คณิตศาสตร์ และสาเหตุอื่นที่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ ซึ่งเมื่อเกิดขึ้นแล้วจะมีผลกระทบต่อการ เรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก โดยอาจจะทำให้ผู้เรียนนำความรู้ไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง หรือไม่สมารถนำความรู้ไปใช้ได้ รวมทั้ง อาจทำให้ความรู้พื้นฐานไม่ดีพอที่จะเรียนรู้มโนทัศน์อื่น [5] มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนส่วนใหญ่เกี่ยวกับการเรียนรู้แคลคูลัสนั้นเกิด จากช่องว่างของความรู้ในพีชคณิตพื้นฐาน ขาดความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดพื้นฐานส่งผลต่อการเลือกกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ของนักเรียน [6]

รายวิชาแคลคูลัส เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต เป็นเนื้อหาหนึ่งในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยมในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวที่มีความสำคัญและเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไป แต่จากการเรียนการสอนในช่วง 4-5 ปีที่ผ่านมา มีนักศึกษาครูส่วนหนึ่งยังไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนเนื้อหาเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จากการสอบถามความคิดเห็นของนักศึกษาครูเบื้องต้น นักศึกษาครูมีความคิดเห็นว่า เนื้อหาเรื่องอินทิกรัลไม่จำกัดเขตเป็นเนื้อหาค่อนข้างยากและต้องใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์หลายเรื่อง นอกจากนี้ผู้วิจัยทดสอบความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับอินทิกรัลไม่จำกัดเขต โดยมีนักศึกษาครูจำนวนหนึ่งทำโจทย์เกี่ยวกับเรื่องอินทิกรัลโดยการแทนค่าตัวแปร ผลการทดสอบพบว่า มีนักศึกษาครูบางคนใช้สมบัติทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง และมีนักศึกษาครูบางคนกำหนดตัวแปร (กำหนด u) ไม่ถูกต้องหรือไม่เหมาะสมในกระบวนการทำโจทย์อินทิกรัลโดยการแทนค่าตัวแปร นอกจากนี้มีนักศึกษาครูจำนวนหนึ่งไม่สามารถจัดรูปที่โจทย์กำหนดให้อยู่รูปที่จะอินทิเกรตได้ เป็นต้น ดังนั้น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากนักเรียนควรได้รับการระบุและแก้ไขให้ถูกต้องเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเรียนรู้ในระดับอุดมศึกษา ในเรื่องนี้การบันทึกมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในการเรียนรู้เรื่องแคลคูลัสเป็นสิ่งสำคัญสำหรับผู้สอนที่จะทำความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ความเข้าใจของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น [7]

จากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ประกอบกับในสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาวการวิจัยในลักษณะที่เกี่ยวข้องกับการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ยังมีน้อยมาก ผลการวิจัยครั้งนี้เป็นแนวทางหนึ่งเพื่อให้ทราบถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาครูเกี่ยวกับเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งจะเป็ข้อมูลให้กับผู้ที่เกี่ยวข้องดำเนินการแก้ไข ปรับปรุง พัฒนา ออกแบบการเรียนการสอน เรื่องดังกล่าวให้เหมาะสมกับนักศึกษาครูต่อไป นอกจากนี้ผลการวิจัยที่ได้ยังสามารถใช้เป็นข้อมูลให้กับองค์กรที่เกี่ยวข้องในการสร้างหรือปรับปรุงหลักสูตรที่เกี่ยวกับการผลิตหรือพัฒนานักศึกษาครูต่อไป

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

3. ขอบเขตของการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัย

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของ สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในงานวิจัยครั้งนี้เป็นนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นปีที่ 3 ที่ศึกษาในหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 ประจำปีการศึกษา 2 ปีการศึกษา ค.ศ. 2019 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งได้มาจากการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) ได้แก่

มหาวิทยาลัยสะหวันนะเขต จำนวน 16 คน

วิทยาลัยครูปากเซ จำนวน 28 คน

3.2 เนื้อหาที่ใช้ในงานวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ซึ่งมีเนื้อหาย่อย ได้แก่ 1) การอินทิเกรตเกี่ยวกับฟังก์ชันพหุนาม 2) การอินทิเกรตเกี่ยวกับฟังก์ชันเลขชี้กำลัง และ 3) การอินทิเกรตที่ให้ผลลัพธ์ในรูปของลอการิทึม โดยเนื้อหาดังกล่าวนี้อยู่ในรายวิชา แคลคูลัส 1 ตามหลักสูตรกรมสร้างครูมัธยม 2013 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของสาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว

4. วิธีการดำเนินงานวิจัย

4.1 ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือ

4.1.1 ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องมโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ในที่นี้ผู้วิจัยได้ศึกษา งานวิจัยของ Kiat [8] และ Li, Julaihi, และ Eng [9]

- 4.1.2 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องหลักสูตรของกรมสร้างครู ปี ค.ศ. 2013 ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับวิชาแคลคูลัส
- 4.1.3 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับแบบเรียนวิชาแคลคูลัสที่มหาวิทยาลัยกำหนด และแบบเรียนวิชาแคลคูลัสของระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
- 4.1.4 กำหนดขอบเขตของเนื้อหาที่นำมาใช้ในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต
- 4.1.5 ดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัย เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จำนวน 24 ข้อนำไปใช้จริง 18 ข้อ
- 4.1.6 เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งการทดสอบออกเป็น 3 ครั้ง ใช้แบบทดสอบ 3 ชุด ดังนั้นแบบทดสอบสำหรับใช้วัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต จึงสร้างทั้งหมดจำนวน 3 ชุด ชุดละ 6 ข้อ รวมทั้งหมดทุกชุดมีแบบทดสอบจำนวน 18 ข้อ สำหรับเกณฑ์การให้คะแนนเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ดังตาราง 1 ต่อไปนี้

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบเพื่อวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความ

คะแนน	ผลการทำแบบทดสอบที่ปรากฏให้เห็น
3	แสดงขั้นตอนการทำสมบูรณ์และคำนวณได้ถูกต้อง
2	แสดงขั้นตอนการทำงานบางส่วนและคำนวณได้ถูกต้อง
1	แสดงขั้นตอนการทำงานบางส่วนและคำนวณได้ไม่ถูกต้อง
0	ไม่แสดงหรือแสดงขั้นตอนของการทำไม่สมบูรณ์และคำนวณได้ไม่ถูกต้องทั้งหมด

- 4.1.7 นำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเสนอต่อคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตรเพื่อพิจารณาปรับปรุงแก้ไข
- 4.1.8 นำแบบทดสอบที่ผ่านการปรับปรุงแก้ไขจากคณะกรรมการควบคุมปริญญาบัตร เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความชัดเจนของข้อคำถาม ความยากง่ายของข้อคำถาม และความเหมาะสมด้านสำนวนภาษาที่ใช้ ซึ่งจะต้อง มีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์มากกว่า 0.5 พร้อมนำข้อเสนอแนะมาพิจารณาปรับปรุงแก้ไข
- 4.1.9 นำแบบทดสอบที่ได้ปรับปรุงและแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญไปทดลองใช้ (Try out) กับกลุ่มทดลองที่กำลังศึกษาอยู่ใน หลักสูตรกรมสร้างครู ชั้นปีที่ 2 จำนวน 16 คน จากนั้นนำแบบทดสอบมาตรวจเพื่อวิเคราะห์หา คุณภาพของแบบทดสอบ ซึ่งผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบมีรายละเอียดดังนี้
- ค่าความยากง่าย (p) มีค่าระหว่าง 0.58-0.77
 - ค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่าระหว่าง 0.61-0.84
 - ค่าความเชื่อมั่น (α Coefficient) มีค่า 0.905
- 4.1.10 ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพตามเกณฑ์จำนวน 18 ข้อ จากนั้นนำไปทดสอบจริงกับนักศึกษากลุ่มตัวอย่างต่อไป
- 4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูล
- การเก็บข้อมูลครั้งนี้ผู้วิจัยได้ลงพื้นที่เก็บข้อมูล โดยทำทดสอบด้วยการนำเครื่องมือวิจัยคือ แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ให้นักศึกษาทำทั้งหมด 3 ครั้ง ใช้เวลาครั้งละ 2 ชั่วโมง ซึ่งแต่ละครั้งมีระยะห่างกัน 1-2 สัปดาห์ โดยแต่ละครั้งผู้วิจัยจะเป็นผู้สังเกตและมีอาจารย์ประจำวิชาทำหน้าที่เป็นผู้ช่วยวิจัยในการให้คำแนะนำและให้ควบคุมการทดสอบในแต่ละสถาบัน
- 4.3 สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล
- สถิติพื้นฐาน ได้แก่ ความถี่ และร้อยละ
 - สถิติที่ใช้ในการทดสอบคุณภาพเครื่องมือ ได้แก่ ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of item Objective Congruence: IOC) ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นโดยคำนวณจาก สูตรค่าความเชื่อมั่น ของครอนบัค (Cronbach)
- 4.4 การวิเคราะห์ข้อมูล
- วิเคราะห์จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนและร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนโดยจำแนกตามลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต

5. ผลการวิจัย

5.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 จำนวน 44 คน จากทั้งสองสถาบันการศึกษา ได้แก่ มหาวิทยาลัยสรวงษ์และมหาวิทยาลัยครูปากเซ โดยแสดงผลเป็นจำนวนครั้งของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

5.1.1 จำนวนครั้งของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 ตามลักษณะความผิดพลาดเชิงมโนทัศน์ แสดงข้อมูลดังตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 2 จำนวนครั้งของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 ตามลักษณะความผิดพลาดเชิงมโนทัศน์

จำนวนครั้งของความผิดพลาด	ความผิดพลาดเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต		ความผิดพลาดเกี่ยวกับการกำหนด n ในการอินทิเกรต		ความผิดพลาดเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	2	4.55	11	25.00	7	15.9
2	0	0	9	20.45	4	9.1
3	0	0	1	2.27	1	2.3
4	0	0	2	4.55	0	0.0
5	0	0	3	6.82	0	0.0
6	0	0	2	4.55	0	0.0
7	0	0	1	2.27	0	0.0
8	0	0	1	2.27	0	0.0
9	0	0	1	2.27	0	0.0
11	0	0	1	2.27	0	0.0
รวม	2	4.55	32	72.73	12	27.3

จากตารางที่ 2 ในแต่ละลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงมโนทัศน์ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด n ในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุดเท่ากับ 11 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 11 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 25 รองลงมาเป็นความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 3 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 7 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 15.9 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด คือ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนคือ 2 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 4.55 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อย พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการกำหนด n ในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูที่เกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 32 คน คิดเป็นร้อยละ 72.73 รองลงมาเป็นความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 27.3 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด คือ 2 คนคิดเป็นร้อยละ 4.55

5.1.2 จำนวนครั้งของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 ตามลักษณะความผิดพลาดเชิงกระบวนการ แสดงข้อมูลดังตารางที่ 3 ดังนี้

ตารางที่ 3 จำนวนครั้งของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 ตามลักษณะความผิดพลาดเชิงกระบวนการ

จำนวนครั้งของความผิดพลาด	ความผิดพลาดเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรต		ความผิดพลาดเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	6	13.64	3	6.82
2	3	6.82	0	0.00
3	9	20.45	0	0.00
4	4	9.09	0	0.00
5	3	6.82	0	0.00
6	3	6.82	0	0.00
7	5	11.36	0	0.00
8	5	11.36	0	0.00
9	1	2.27	0	0.00
10	0	0.00	0	0.00
11	0	0.00	0	0.00
12	0	0.00	0	0.00
13	0	0.00	0	0.00
14	1	2.27	0	0.00
15	0	0.00	0	0.00
16	1	2.27	0	0.00
รวม	41	93.18	3	6.82

จากตารางที่ 3 ในแต่ละลักษณะย่อยของความคลาดเคลื่อนเชิงกระบวนการ เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตมีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนมากที่สุด เท่ากับ 16 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 3 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 9 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 20.45 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีจำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 3 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 6.82 เมื่อพิจารณาร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนในแต่ละลักษณะย่อย พบว่า ความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้สมบูรณ์ในการอินทิเกรตมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 41 คน คิดเป็นร้อยละ 93.18 และความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C มีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนจำนวน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 6.82

5.1.3 จำนวนครั้งของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 ตามลักษณะความผิดพลาดเชิงเทคนิค แสดงข้อมูลดังตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 จำนวนครั้งของโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักศึกษาครูสาขาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 ตามลักษณะความผิดพลาดเชิงเทคนิค

จำนวนครั้งของความผิดพลาด	ความผิดพลาดเชิงเทคนิค	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	12	27.27
2	6	13.64
3	1	2.27
4	1	2.27
รวม	20	45.45

จากตาราง 4 พบว่า จำนวนครั้งของความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคมากที่สุด เรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัด คือ 4 ครั้ง โดยความคลาดเคลื่อนลักษณะนี้จำนวน 1 ครั้งมีนักศึกษาครูเกิดความคลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ 12 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 27.27 ส่วนร้อยละของจำนวนนักศึกษาครูที่มีความคลาดเคลื่อนเชิงเทคนิคมากที่สุดจำนวน 20 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 45.45

6. อภิปรายผลการวิจัย

จากการศึกษาโน้ตสโน้ตที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาครูชั้นปีที่ 3 สถาบันการศึกษาในเขตภาคใต้ของ สาธารณรัฐประชาธิปไตยประชาชนลาว ซึ่งได้ผลการวิจัยตามข้อ 1 จากการวิเคราะห์ของผู้วิจัยอาจมีเหตุผลดังประเด็นต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ ความผิดพลาดเชิงกระบวนการในลักษณะที่เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีหรือการดำเนินการให้ สมบูรณ์ในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 93.18 จากการวิเคราะห์พบว่าความผิดพลาดดังกล่าวนี้ส่วนมากเกิดจากเมื่อนักศึกษา ครูทำการอินทิเกรตครั้งที่ 2 หรือครั้งที่ 3 มักจะละเลยการกำหนดตัวแปรอาจเนื่องจากการขาดการเน้นย้ำจากอาจารย์ผู้สอนหรือ นักศึกษาเองความเข้าใจว่าไม่จำเป็นต้องแสดงที่มาของการกำหนดสัญลักษณ์หรือตัวแปร และประกอบกับความเร่งรีบ สอดคล้อง กับ Makhanong [1] ที่ได้กล่าวว่า ประสบการณ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน รวมทั้งบริบทและกระบวนการจัดการเรียนรู้ สิ่งเหล่านี้ล้วนมีผลต่อการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนรองลงมา คือ ความผิดพลาดเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการกำหนดตัวแปร u ในการ อินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 72.73 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักศึกษามองภาพรวมหรือวิเคราะห์โจทย์ไม่ได้ว่าจะต้องกำหนดตัวแปร u อย่างไรจึงจะจัดรูปให้สามารถอินทิเกรตได้ และผู้เรียนส่วนหนึ่งมักจะนึกถึงการใช้สูตรอินทิกรัลพื้นฐานก่อนที่จะคิดหาเทคนิคใน การแก้โจทย์ รวมทั้งขาดประสบการณ์ในการทำโจทย์ที่หลากหลาย เช่น โจทย์อินทิกรัล $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ และ $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx$ นักศึกษา

ส่วนหนึ่งกำหนดตัวแปร $t = x \ln x$ และ $t = \sqrt[3]{x^3+1}$ ซึ่งอาจจะไม่เหมาะสมทำให้ยากในการที่จะทำการอินทิเกรตให้เป็นผลสำเร็จ ได้ สอดคล้องกับ Kiat [8] ได้กล่าวไว้ว่า ครูผู้สอนในเรื่อง อินทิเกรตสามารถพัฒนามโนทัศน์ก่อนที่จะเริ่มดำเนินการเกี่ยวกับการ วิเคราะห์ในการกำหนดเทคนิคเพื่อแก้ปัญหา นักเรียนให้คิดวิเคราะห์ถึงภาพรวมของโจทย์ก่อนที่จะดำเนินการใช้สูตร

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนถัดมา คือ ความผิดพลาดเชิงเทคนิค คิดเป็นร้อยละ 45.45 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักศึกษามองขาด ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หรือขาดประสบการณ์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรืออาจเป็นไปได้ที่ขาดความรอบคอบ เช่น มีนักศึกษาครูบางคนเข้าใจว่า $x(x-1)^{-1} = (x^2-x)^{-1}$ หรือ $3 \ln(\ln 2x) = 3 \ln^2(2x)$ หรือจากโจทย์อินทิกรัล $\int \frac{xt-1}{x\sqrt{t}} dx$ นำ x หารด้วย x ซึ่งทำให้ได้ $\int \frac{t-1}{\sqrt{t}} dx$ เป็นต้น ในประเด็นดังกล่าวนี้ Li, Julaihi, และ Eng [9] ได้กล่าวว่า ความผิดพลาดในทักษะ

พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ขณะแก้โจทย์แคลคูลัส เกิดจากกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ไม่ถูกต้องเป็นเวลาหลายปี ส่วนใหญ่จะ เป็นความผิดพลาดเกี่ยวกับพีชคณิตและฟังก์ชัน ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนขาดประสิทธิภาพในการเรียนรู้วิชาแคลคูลัส

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนถัดมา คือ ความผิดพลาดเชิงมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการใช้สูตรหรือสมบัติในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 27.3 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักศึกษามองความหมายโจทย์ผิดหรือพิจารณาวิธีการแก้โจทย์ไม่ถูกต้อง เช่น โจทย์ อินทิกรัล $\int 2xe^{x^2} dx$ และ $\int 3xe^{3x^2-1} dx$ จะพบว่ามันตัวถูกอินทิเกรต $2xe^{x^2}$ และ $3xe^{3x^2-1}$ ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในรูปของการคูณกัน ของสองพจน์ซึ่งอาจไปสอดคล้องหรือคล้ายกับวิธีการซึ่งต้องใช้สูตรการอินทิเกรตที่ละส่วน ประกอบกับนักศึกษาครูอาจมี ประสบการณ์ในการอินทิเกรตที่ละส่วนมาแล้ว และอีกทั้งถ้าจะอินทิเกรตโดยการแทนค่าไม่รู้อาจจะกำหนดตัวแปร u อย่างไร เพราะว่าฟังก์ชันเขียนอยู่ในรูปของเลขยกกำลัง ในประเด็นดังกล่าวนี้ Makhanong [10] ได้กล่าวว่า ผู้เรียนที่ขาดทักษะในการ ตีความจากโจทย์ โจทย์ที่มีระดับความยากสูง มักจะไม่ให้ข้อมูลที่ผู้เรียนต้องการใช้โดยตรง แต่มักให้มาในรูปความสัมพันธ์กับตัว แปรอื่น ซึ่งผู้เรียนต้องพยายามตีความในส่วนนี้ เพื่อให้ได้ข้อมูลตรงกับที่ต้องการโดยใช้การอ่านทำความเข้าใจโจทย์หลายครั้ง

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนถัดมา คือ ความผิดพลาดเชิงกระบวนการในลักษณะที่เกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์หรือการบวกค่าคงที่ C คิดเป็นร้อยละ 6.82 และความผิดพลาดมโนทัศน์ในลักษณะที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรในการอินทิเกรต คิดเป็นร้อยละ 4.55 ตามลำดับ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักศึกษามีความรีบเร่งในการทำโจทย์ หรือความไม่รอบคอบ ไม่ระมัดระวังในการเขียนคำตอบ โดยเฉพาะการไม่ได้บวกด้วยค่าคงที่ C หลังจากทำการอินทิเกรตเสร็จสิ้น ส่วนความผิดพลาดในลักษณะที่เกี่ยวกับการใช้ตัวแปรใน การอินทิเกรต อาจเนื่องมาจากนักศึกษามองไม่เห็นหรือละเลยความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทำให้ไม่สามารถเขียนตัวแปรหนึ่งใน รูปของอีกตัวแปรหนึ่งได้ ส่งผลทำให้อินทิเกรตไม่ถูกต้อง เช่น โจทย์อินทิกรัล $\int x\sqrt{1-x} dx$ กำหนดตัวแปร $t = 1-x$ จะได้ $dt = -dx$ เมื่อแทนค่าในโจทย์จะได้ว่า $\int x\sqrt{1-x} dx = \int x\sqrt{t}(-dx)$ ซึ่งจะพบว่าไม่สามารถทำการอินทิเกรตต่อไปได้

จากการอภิปรายมาข้างต้นเกี่ยวกับบทสนทนาที่คลาดเคลื่อนเรื่อง อินทิกรัลไม่จำกัดเขต ทั้งด้านความผิดพลาดเชิงนิเทศ ด้านความผิดพลาดเชิงกระบวนการและด้านความผิดพลาดเชิงเทคนิค แสดงให้เห็นถึงผลการจัดการเรียนการสอน เรื่อง อินทิกรัล ไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร อาจารย์ผู้สอนควรให้ความสำคัญเกี่ยวกับบทสนทนาในแต่ละด้านในการจัดการเรียนการสอนมากกว่าการให้ความสำคัญไปเพียงด้านใดด้านหนึ่งและนำข้อมูลเกี่ยวกับบทสนทนาที่คลาดเคลื่อนมาปรับปรุงแก้ไขและพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพ

7. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัย

1. ครูควรจัดการเรียนการสอนที่มุ่งเน้นให้นักศึกษาเข้าใจความรู้เชิงนิเทศให้มากขึ้น รวมถึงออกแบบทดสอบหรือมอบหมายงานที่วัดนิเทศทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือนักศึกษา เพื่อให้ทราบและเข้าใจถึงนิเทศที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมไปถึงเก็บรวบรวมข้อมูลในแต่ละปีนำไปปรับปรุงการสอนของตน
2. ครูสามารถนำลักษณะนิเทศที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในงานวิจัยครั้งนี้ไปประยุกต์ใช้และพัฒนาจัดการเรียนการสอนเพื่อให้สอดคล้องกับบริบทและเนื้อหาเกี่ยวข้องโดยเน้นย้ำในลักษณะของการเกิดความคลาดเคลื่อนของนักเรียนหรือนักศึกษาโดยเฉพาะเกี่ยวกับการไม่กำหนดสัญลักษณ์หรือกำหนดตัวแปรในการอินทิกรัล เพื่อให้นักเรียนหรือนักศึกษาตระหนักถึงความสำคัญในเรื่องนี้ซึ่งจะทำให้การเกิดนิเทศที่คลาดเคลื่อนในจุดนั้นลดลง

เอกสารอ้างอิง

- [1] Makhanong, A. (2014). **Mathematics for high school teachers**. 1st ed Bangkok: Innovation Development Promotion Center Textbooks and academic papers Chulalongkorn University, 15-21. (in Thai)
- [2] The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology (2008). **36 years Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology**. 1st ed Bangkok: [n.p.], 56-71. (in Thai)
- [3] Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). **Learning and teaching with understanding**. Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics, 65-97.
- [4] Kanjanawasee, S. (2015). Inaccurate concepts in educational measurement and evaluation. **SDU Research Journal Humanities and Social Sciences**, 9(2), 273-282. (in Thai)
- [5] Muzangwa, J., & Chifamba, P. (2012). **Analysis of Errors and Misconceptions in the Learning of Calculus by Undergraduate Students**. Acta Didactica Napocensia, 5(2), 1-10.
- [6] Makhanong, A. (2015). **Mathematics for high school teachers**. 2nd ed: Bangkok: Innovation Development Promotion Center. Textbooks and academic papers, Faculty of Education, Chulalongkorn University, 15-21. (in Thai)
- [7] Allen, G. D. (2007). **Student thinking**. Department of Mathematics. Texas: A&M University, 2-12.
- [8] Kiat, S. E. (2005). Analysis of students' difficulties in solving integration problems. **The Mathematics Educator**. 9(1), 39-59.
- [9] Li, V. L., Julaihi, N. H., & Eng, T. H. (2017). Misconceptions and Errors in Learning Integral Calculus. **Asian Journal of University Education**. 13(2), 17-39.
- [10] Makhanong, A. (2002). Diagnosis of mathematical errors of Mathayomsuksa 5 students at Chulalongkorn University Demonstration School. **Journal of Education**. 30(3), 15-20. (in Thai)