การศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

A STUDY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS' DEFICIENCIES IN CONCEPTUAL AND PROCEDURAL KNOWLEDGE OF POLYNOMIAL AND POLYNOMIAL FRACTIONS

พิมสุภา ชิณสา* ชิรา ลำดวนหอม และขวัญ เพียซ้าย
Pimsupha Chinnasa, Chira Lumduanhom and Khawn Piasai
Pimsupha1@gmail.com, chira@g.swu.ac.th and khawn@g.swu.ac.th

ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

*ผู้รับผิดชอบบทความ โทรศัพท์ 08-8901-0029 อีเมล: Pimsupha1@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 3 โรงเรียน ได้แก่ โรงเรียนด่านช้างวิทยา โรงเรียนสามชุกรัตนโภคาราม และโรงเรียนบรรหารแจ่มใส 1 รวมทั้งหมด 116 คน โดยใช้การสุ่มแบบชั้นภูมิ (Stratified sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้เป็นแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม โดยแบบทดสอบแบ่งเป็น 3 ตอน ดังนี้ ตอนที่ 1 เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 16 ข้อ ตอนที่ 2 เป็นข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 7 ข้อ และตอนที่ 3 เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 3 ข้อ โดยผู้วิจัยนำแบบทดสอบดังกล่าวไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง จากนั้นนำผลการทดสอบมาตรวจและวิเคราะห์เพื่อจำแนกประเภทของข้อบกพร่องที่พบโดยอ้างอิงจากความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม

ผลการวิจัยพบว่าในเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม นักเรียนมีข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ โดยเมื่อจัดประเภทของข้อบกพร่องที่พบแล้ว ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ มีทั้งหมด 3 ด้าน ประกอบด้วย (1) ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม (2) ข้อบกพร่องด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม และ (3) ข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ มีทั้งหมด 4 ด้าน ประกอบด้วย (1) ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล (2) ข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต (3) ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม และ (4) ข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนและลำดับของขั้นตอน

คำสำคัญ: ข้อบกพร่องในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน พหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ

Abstract

The purpose of this research was to study Mathayomsuksa II students' deficiencies in conceptual and procedural knowledge in polynomials and polynomial fractions. Using the stratified random sampling technique, 116 students who were studying in the second semester of the 2017 Academic Year from three schools run by the Office of the Secondary Educational Service Area District 9, Suphan Buri including Danchangwittaya school, Samchukratanapokaram school and Banharnjamsaiwittaya 1 school participated in the study. We designed a test with three parts consisting of 16 items of multiple choice, 7 items of completion and 3 items of essay to evaluate conceptual-and-procedural- knowledge deficiencies of the participants about polynomials and polynomial fractions. The answers given by the students on the test were collected and analyzed to classify types of the deficiencies based on definitions of conceptual knowledge and procedural knowledge.

The research findings revealed that these students had deficiencies in both conceptual and procedural knowledge about polynomials and polynomial fractions. Three types of the deficiencies in conceptual knowledge included 1) choosing definitions or rules, 2) using definitions or rules and 3) explaining to give reasons for each step of problem solving process. For the deficiencies in procedural knowledge, there were four types as follows: 1) using data, 2) lacking basic knowledge in algebra, 3) computing based on rules or definitions and 4) completing and sequencing of problem-solving process.

Keywords: Students' deficiencies in mathematics; Polynomial and Polynomial Fractions; Conceptual Knowledge; Procedural Knowledge

1. บทนำ

การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมุ่งหมายให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง เพื่อนำไปสู่การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่ ความสามารถที่จำเป็นต่อการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์เพื่อแก้ไขปัญหาทั้งในคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งการประยุกต์ความรู้เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว ผู้เรียนจะต้องมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแจ่มแจ้งและลึกซึ้ง รวมทั้งมีกระบวนการและขั้นตอนทางคณิตศาสตร์อย่างชัดเจนที่สอดรับกับปัญหาที่กำลังเผชิญ [1] ความรู้ทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ประเภท [2] คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) โดยความรู้เชิงมโนทัศน์เป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดสำคัญ สาระ โครงสร้างเนื้อหาคณิตศาสตร์ ครอบคลุมความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎี กฎ หรือหลักเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเหตุผลหรือที่มาของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่ความรู้เชิงกระบวนการเป็นความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ วิธีคิด ขั้นตอนการคำนวณและการดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง [3]

พีชคณิตมีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ในทุกระดับ เปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของคณิตศาสตร์ และได้รับการยอมรับว่าเป็นประตูสู่ความสำเร็จของการเรียนคณิตศาสตร์ในทุก ๆ สาขา [4] โดยพหุนามและเศษส่วนของพหุนามเป็นเนื้อหาหนึ่งในสาระพีชคณิต ประกอบด้วยส่วนที่เป็นกระบวนการ มีลำดับขั้นตอนของการกระทำที่ดำเนินต่อเนื่องกันจนสำเร็จ และส่วนที่เป็นโครงสร้างหรือองค์ประกอบสำคัญของเนื้อหา มีลักษณะเป็นนามธรรม ค่อนข้างยาก มีความเกี่ยวเนื่องเป็นลำดับขั้นในการเรียนรู้ กล่าวคือ ถ้านักเรียนเกิดความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหาพื้นฐานของเรื่องดังกล่าว จะส่งผลให้การเรียนรู้เนื้อหานี้ในระดับที่สูงขึ้นไปล้มเหลวด้วย เช่น การแยกตัวประกอบของพหุนาม ที่ต้องใช้ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการคูณพหุนามและการบวกพหุนามมาช่วยการเรียนรู้ ดังนั้น พหุนามและเศษส่วนของพหุนามจึงมีความสำคัญ ถ้าหากนักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนามตั้งแต่พื้นฐานเป็นอย่างดี จะทำให้การเรียนในระดับสูงขึ้นไปทำได้ง่าย และมีประสิทธิภาพ [5] ดังที่ พิรม พูลสวัสดิ์ [6] กล่าวว่าการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้เข้าใจได้ดี นอกจากต้องใช้ความคิดอย่างมีเหตุผลแล้ว นักเรียนควรมีความรู้พื้นฐานที่เหมาะสมเพื่อที่จะสามารถเชื่อมโยงไปยังเนื้อหาที่สูงกว่าได้อย่างต่อเนื่อง

แม้ว่านักการศึกษาหลายคนจะกล่าวว่าการเรียนความรู้ทั้งสองประเภทควบคู่กันไปจะทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพและนักเรียนเข้าใจอย่างแท้จริง แต่พบว่าการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ครูเน้นการสอนความรู้เชิงกระบวนการมากกว่าความรู้เชิงมโนทัศน์ [7] โดยครูส่วนหนึ่งมักให้นักเรียนทำกระบวนการซ้ำ ๆ โดยครูเข้าใจว่าถ้านักเรียนคนใดกระทำกระบวนการตามที่ครูบอกได้แสดงว่านักเรียนคนนั้นเข้าใจในบทเรียน ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิด เพราะการจัดการเรียนรู้ลักษณะดังกล่าว นักเรียนมักจะขาดความเข้าใจความรู้เชิงมโนทัศน์ ไม่สามารถประยุกต์ความรู้คณิตศาสตร์แก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อนได้ หรือครูจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการบอกมโนทัศน์และขั้นตอนการแก้ปัญหาให้นักเรียนฟัง โดยที่นักเรียนไม่ได้สร้างความรู้หรือลงมือปฏิบัติด้วยตัวเอง ทำให้ความรู้ที่เกิดขึ้นเป็นความรู้ที่เกิดจากการจดจำมโนทัศน์และจดจำกระบวนการหรือขั้นตอนการแก้ปัญหาเท่านั้น ไม่ใช่เกิดจากความเข้าใจอย่างแท้จริง [3] ทำให้ลืมได้ง่ายและอาจเกิดข้อบกพร่องในการเรียนเนื้อหานั้น ๆ ซึ่งถ้าข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นไม่ได้รับการแก้ไขจะส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนได้ เนื่องจากข้อบกพร่องของนักเรียนจะแตกต่างกันไปตามความรู้พื้นฐาน ประสบการณ์ ทัศนคติ สิ่งแวดล้อม ฯลฯ

การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์เป็นแนวทางหนึ่งซึ่งช่วยให้ครูผู้สอนได้ทราบจุดอ่อน ปัญหา รู้ถึงสาเหตุของการเรียนคณิตศาสตร์ที่ไม่ประสบผลสำเร็จของนักเรียน เพื่อที่ครูหาจะแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด [8] สอดคล้องกับที่พร้อมพรรณ อุดมสิน [9] ได้กล่าวถึงความสำคัญของการหาข้อบกพร่องในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่า การสอนคณิตศาสตร์ครูผู้สอนมักประสบปัญหาเรื่องผู้เรียนมีข้อบกพร่องหรือมีสิ่งที่เป็นอุปสรรคต่อการเรียน รวมทั้งความจำเป็นที่ต้องตรวจสอบความเข้าใจพื้นฐานของนักเรียนว่านักเรียนมีข้อบกพร่องตรงไหน อย่างไร เพื่อนำมาวิเคราะห์ หาสาเหตุ วางแผนหาแนวทางแก้ไขให้กับนักเรียนต่อไป ซึ่งถ้าข้อบกพร่องต่าง ๆ ของผู้เรียนลดน้อยลงก็จะเป็นการช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ด้วยเหตุผลข้างต้นทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาข้อบกพร่องเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม โดยจำแนกเป็นข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการ เพื่อเป็นแนวทางสำหรับครูในการจัดการเรียนการสอน รวมทั้งพัฒนาและปรับปรุงความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนามของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

3. ขอบเขตของการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี จำนวน 3 โรง ได้แก่ โรงเรียนด่านช้างวิทยา โรงเรียนสามชุกรัตนโภคาราม และโรงเรียนบรรหารแจ่มใส 1 โดยแบ่งเป็นโรงเรียนที่มีจำนวนนักเรียนไม่เกิน 1,000, 2,000 และ 3,000 คน ตามลำดับ รวม 116 คน ใช้วิธีการสุ่มแบบชั้นภูมิ

3.2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย เนื้อหาดังต่อไปนี้ พหุนาม การบวกและการลบพหุนาม การคูณพหุนาม การหารพหุนาม เศษส่วนของพหุนาม การบวกและการลบเศษส่วนของพหุนาม การคูณและการหารเศษส่วนของพหุนาม

3.3 นิยามศัพท์เฉพาะ

ความรู้เชิงมโนทัศน์เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับหลักการ ได้แก่ กฎหรือบทนิยามเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ที่นำมาเชื่อมโยงเพื่อนำไปใช้ในการแก้โจทย์ รวมทั้งการบอกเหตุผลประกอบขั้นตอนที่นำไปสู่คำตอบของโจทย์

ความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการตามลำดับขั้นตอนที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องของโจทย์ เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม

4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ซึ่งประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก 16 ข้อ ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบเติมคำ 7 ข้อ และตอนที่ 3 ข้อสอบแบบอัตนัย 3 ข้อ ซึ่งมีค่าความยากง่ายเท่ากับ 0.39 – 0.80 และอำนาจจำแนกเท่ากับ 0.22 – 0.57 และมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.79

5. วิธีดำเนินการวิจัย

5.1 ขั้นเตรียมการ

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม จากนั้นให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน ตรวจความสอดคล้องของเครื่องมือกับจุดประสงค์ และนำข้อสอบไปทดสอบกับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน เพื่อดูความเหมาะสมของการใช้ภาษาและระยะเวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ จากนั้นคัดเลือกข้อสอบเพื่อทำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์

5.2 ขั้นดำเนินการเก็บข้อมูล

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนามที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างในแต่ละโรงเรียน

5.3 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนามที่กลุ่มตัวอย่างทำมาตรวจ พร้อมกับวิเคราะห์เพื่อจำแนกประเภทของข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการ นอกจากนี้ผู้วิจัยยังทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเพื่อแสดงจำนวนครั้งในการเกิดข้อบกพร่องของนักเรียนในแต่ละด้าน โดยแสดงผลเป็นความถี่และค่าร้อยละ

6. ผลการวิจัย

จากการศึกษา พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการ ในเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม จำแนกประเภทโดยอ้างอิงจากความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ พบว่าข้อบกพร่องในด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ ประกอบด้วย (1) การเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม (2) การใช้กฎหรือบทนิยาม และ (3) การอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องในด้านความรู้เชิงกระบวนการ ประกอบด้วย (1) การใช้ข้อมูล (2) ความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต (3) การคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม และ (4) ความครบถ้วนและลำดับของขั้นตอน

นอกจากนี้ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเพื่อแสดงจำนวนครั้งในการเกิดข้อบกพร่องของนักเรียนในแต่ละด้าน โดยแสดงผลเป็นความถี่และค่าร้อยละ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนครั้งของข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ ในด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม และด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์

จำนวนครั้งของข้อบกพร่อง	ด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม		ด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	27	23.28	24	20.69
2	0	0	36	31.03
3	0	0	53	45.69
รวม	**27**	**23.28**	**113**	**97.41**

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ ด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม

จำนวนครั้งของข้อบกพร่อง		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
ด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม	**จำนวน (คน)**	0	0	0	0	1	0	3	7	5	9	8	7
	ร้อยละ	0	0	0	0	0.86	0	2.59	6.03	4.31	7.76	6.90	6.03
จำนวนครั้งของข้อบกพร่อง		**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**รวม**
ด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม	**จำนวน (คน)**	15	10	14	7	11	10	2	3	0	3	1	**116**
	ร้อยละ	12.93	8.62	12.07	6.03	9.48	8.62	1.72	2.59	0	2.59	0.86	**100**

จากตารางที่ 1 และ 2 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ พบว่าจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 116 คน มีนักเรียนจำนวน 27 คนมีข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม คิดเป็นร้อยละ 23.28 จำนวนครั้งมากที่สุด คือ 1 ครั้ง และนักเรียนจำนวน 113 คนมีข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ คิดเป็นร้อยละ 97.41 จำนวนครั้งมากที่สุด คือ 3 ครั้ง และนักเรียนทั้งหมด 116 คนมีข้อบกพร่องด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม คิดเป็นร้อยละ 100 จำนวนครั้งมากที่สุด คือ 15 ครั้ง

ตารางที่ 3 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ

ความถี่ของข้อบกพร่อง	**ด้านการใช้ข้อมูล**		**ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต**		**ด้านการคำนวณตามกฎ บทนิยาม**		**ด้านความครบถ้วนและลำดับของขั้นตอน**	
	จำนวน (คน)	**ร้อยละ**	**จำนวน (คน)**	**ร้อยละ**	**จำนวน (คน)**	**ร้อยละ**	**จำนวน (คน)**	**ร้อยละ**
1	25	21.55	78	67.24	12	10.34	32	27.59
2	0	0	2	1.72	21	18.10	8	6.90
3	0	0	0	0	23	19.83	4	3.45
4	0	0	0	0	34	29.31	1	0.86
5	0	0	0	0	16	13.79	0	0
6	0	0	0	0	6	5.17	0	0
7	0	0	0	0	1	0.86	0	0
รวม	**25**	**21.55**	**80**	**68.97**	**113**	**97.41**	**45**	**38.79**

จากตารางที่ 3 แสดงจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ พบว่าจากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 116 คน มีนักเรียนจำนวน 25 คนมีข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล คิดเป็นร้อยละ 21.55 จำนวนครั้งมากที่สุด คือ 1 ครั้ง มีนักเรียนจำนวน 80 คนมีข้อบกพร่องด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต คิดเป็นร้อยละ 68.97 จำนวนครั้งมากที่สุด คือ 1 ครั้ง มีนักเรียนจำนวน 113 คนมีข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม คิดเป็นร้อยละ 97.41 จำนวนครั้งมากที่สุด คือ 3 ครั้ง และมีนักเรียนจำนวน 45 คนมีข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนและลำดับของขั้นตอน คิดเป็นร้อยละ 38.79 จำนวนครั้งมากที่สุด คือ 1 ครั้ง

7. สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล

จากการศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนามของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าข้อบกพร่องแต่ละด้านของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถจำแนกเป็นข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการได้ และมีจำนวนครั้งของข้อบกพร่องในแต่ละด้านแตกต่างกัน ดังนี้

ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ ด้านการเลือกใช้กฎหรือบทนิยาม จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องด้านนี้ คือ 1 ครั้ง และจำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง หรือคิดเป็นร้อยละ 23.28 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นนี้ นักเรียนเลือกวิธีการไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่โจทย์กำหนด สาเหตุมาจากนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าควรเลือกใช้วิธีการใดในการแก้โจทย์ ขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ และตีความโจทย์ผิด เช่น โจทย์ให้หา A เมื่อ $A + (x + 1) = x^2 - x - 2$ การดำเนินการที่ถูกต้อง คือ นักเรียนต้องนำ $-(x + 1)$ มาบวกทั้ง 2 ข้างของสมการ แต่พบว่านักเรียนนำ

$x+1$ มาหาร ทำให้ได้ว่า $A=\frac{x^2-x-2}{x+1}$ หรือเมื่อโจทย์กำหนดให้หาผลรวมของพหุนามแต่นักเรียนหาผลคูณของพหุนาม ซึ่งเป็นการเลือกใช้กฎ บทนิยามไม่สอดคล้องกับที่โจทย์กำหนด จึงนำไปสู่คำตอบที่ไม่ถูกต้อง

ในด้านการใช้กฎหรือบทนิยาม พบว่าจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่อง คือ 23 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 13 ครั้ง หรือคิดเป็นร้อยละ 12.93 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากนักเรียนจำกฎ บทนิยาม สมบัติเกี่ยวกับพหุนามและเศษส่วนของพหุนามไม่ได้ หรือบิดเบือนกฎ บทนิยาม สมบัติ เช่น โจทย์ให้นักเรียนยกตัวอย่างพหุนามที่มีดีกรี 8 นักเรียนยกตัวอย่างเป็น x^4+3x^3+2x+1 โดยเข้าใจว่าดีกรีของพหุนามเป็นผลบวกของเลขชี้กำลังของตัวแปรทุกตัว แสดงว่านักเรียนไม่เข้าใจความหมายดีกรีของพหุนาม หรือนักเรียนบิดเบือนหลักการคูณพหุนาม โดยนำจำนวนข้างหน้าที่อยู่นอกวงเล็บคูณพจน์แรกในวงเล็บเพียงพจน์เดียว เช่น $5(a+b)=5a+b$ นอกจากนี้นักเรียนยังดึงตัวร่วมผิด เช่น $3x^2+2x+1=3(x^2+2x+1)$ รวมทั้งนักเรียนบวกเศษส่วนของพหุนามไม่ถูกต้อง ซึ่งวิธีการที่ถูกต้อง คือ ต้องทำส่วนให้เท่ากันก่อนแล้วนำเศษมาบวกกัน โดยตัวส่วนยังคงเดิม คล้ายกับการบวกเศษส่วน แต่นักเรียนส่วนหนึ่งนำตัวเศษมาบวกกันและตัวส่วนมาบวกกัน เช่น $\frac{3x+5}{2}+\frac{x-7}{x+3}=\frac{4x-2}{x+5}$ หรือนักเรียนเข้าใจการหารพหุนามผิด เช่น $\frac{2x+4}{x+3}=\frac{2+4}{3}$ หรือไม่เข้าใจการหารยาวของพหุนาม

ส่วนด้านการอธิบายเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ พบว่าจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องด้านนี้ คือ 3 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 3 ครั้ง หรือคิดเป็นร้อยละ 45.69 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากนักเรียนไม่เข้าใจหลักการอย่างแท้จริง ไม่สามารถอธิบายเหตุผลหรือที่มาประกอบการดำเนินการแต่ละขั้นตอนได้ เช่น นักเรียนเขียน $(2xy)+(-13xy)=[2+(-13)]xy$ โดยเข้าใจว่าการดำเนินการดังกล่าวนี้เป็นผลมาจากการใช้สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก จะเห็นว่านักเรียนสามารถใช้หลักการเพื่อดำเนินการแก้โจทย์ตามขั้นตอนได้ถูกต้อง แต่นักเรียนไม่สามารถระบุได้ว่าในขั้นตอนนั้นใช้สมบัติใด

สำหรับข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ ด้านการใช้ข้อมูล พบว่าจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องด้านนี้ คือ 1 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง หรือคิดเป็นร้อยละ 21.55 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากนักเรียนขาดความรอบคอบ ขาดความระมัดระวังในการใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนด โดยนักเรียนนำข้อมูลที่ไม่ถูกต้องมาใช้ในการแก้โจทย์ หรือนักเรียนคัดลอกข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้ไม่ถูกต้อง เช่น ใช้เครื่องหมายไม่ถูกต้อง เขียนจำนวนไม่ถูกต้อง เป็นต้น ทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องถึงแม้ว่านักเรียนจะมีความเข้าใจหลักการและสามารถดำเนินการตามขั้นตอนได้ เช่น โจทย์กำหนด $\frac{x-7}{x+3}$ แต่นักเรียนเขียนเป็น $\frac{x-7}{x-3}$ ซึ่งไม่ถูกต้อง

ด้านความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต พบว่าจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องด้านนี้ คือ 2 ครั้ง ในขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง หรือคิดเป็นร้อยละ 67.24 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากนักเรียนมีความรู้พื้นฐานทางพีชคณิตที่ไม่ใช่เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนามที่ไม่เพียงพอ เช่น นักเรียนไม่รู้ว่า 2^3 คือ 2 คูณกัน 3 ตัว ทำให้ดำเนินการดังนี้ $(8x^2y^3)+(-2^3x^2y^3)=(8-2)x^2y^3=6x^2y^3$ ซึ่งไม่ถูกต้อง

ด้านการคำนวณตามกฎหรือบทนิยาม พบว่าจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องด้านนี้ คือ 7 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 4 ครั้ง หรือคิดเป็นร้อยละ 29.31 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากนักเรียนขาดความรอบคอบ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ไม่มีการตรวจสอบความถูกต้อง ทำให้คำนวณผิดพลาด เช่น นักเรียนสามารถเขียนวิธีการดำเนินการได้ถูกต้อง แต่หาผลบวกไม่ถูกต้อง เช่น $[2+(-13)]xy=15xy$ หรือนักเรียนคูณพหุนามไม่ถูกต้อง ดังนี้ $(x)(x)+(1)(2)=x^3+2$ นักเรียนเข้าใจหลักการคูณเอกนามกับเอกนาม แต่หาผลบวกของเลขชี้กำลังไม่ถูกต้อง และมีการใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง ดังนี้ $-(x-2)=-x-2$

ด้านความครบถ้วนและลำดับของขั้นตอน พบว่าจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องด้านนี้ คือ 4 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง หรือคิดเป็นร้อยละ 27.59 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากนักเรียนละเลยขั้นตอนที่สำคัญบางขั้นตอน ทำให้การดำเนินการตามลำดับขั้นตอนไม่ครบถ้วน เนื่องจากว่านักเรียนส่วนหนึ่งมีการดำเนินการเฉพาะขั้นตอนแรกหรือขั้นตอนที่สองจากทั้งหมดสามขั้นตอน และมีนักเรียนบางคนข้ามขั้นตอนที่สำคัญไปทำให้การดำเนินการไม่ถูกต้อง

จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องเรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนาม ทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการ แสดงให้เห็นถึงผลในการจัดการเรียนรู้เรื่องพหุนามและเศษส่วนของพหุนามที่ไม่มีประสิทธิภาพ ครูควรให้ความสำคัญกับทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการควบคู่กันไปมากกว่าการสอนเพียงด้านใดด้านหนึ่ง อีกทั้งการนำข้อบกพร่องที่พบมาใช้เป็นข้อมูลในการออกแบบการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยปรับปรุงการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

[1] Usavade Chantharasonthi. 2556. Kanpramoenkhwamsamatthangkhanittasat. **Foundations and Medthodologies of Mathematics Instruction Unit 11-15**. 2nd Edition. Nonthaburi: Sukhothai Thammathirat Open University Publisher.

[2] Rittle-Johnson, Bethany & Alibali, Martha Wagner. 1999. Conceptual and procedural knowledge of mathematics: does one lead to the other?. **Journal of Educational Psychology**, 91(1), p.175-189. Retrieved November 2, 2017, from http://dx.doi.org/ 10.1037//0022-0663.91.1.175

[3] Aumporn Makanong. 2547. **Ekkasankhamson Raiwichathruesadilaekanprayukthangkansueksakhanittasat**. (Copied).

[4] Vishnu Napaphun. 2551. **A Study of Upper Elementary School Students' Algebraic Reasoning**. Doctural Thesis in Education. (Mathematics Education). Bangkok: Srinakharinwirot University

[5] Cholthicha Sachin. 2560. **The Effects of Mathematics Learning Activities Using Cooperative Learning TAI to Promote the Ability in Analytical Thinking on Polynomial for Mathayomsuksa 1**. Doctural Thesis in Education. (Mathematics Education). Mahasarakham: Mahasarakham University.

[6] Pirom Poonsawat. 2559. The Development of Teaching Model to Enhance the Problem Solving Capability In Mathematics for Fifth Grade Students. [online]. **Journal of Industrial Education**, 15(2), p. 72-79. Retrieved March 4, 2018, from http://161.246.14.29/journal/images/stories/year15_2/vol15_02_09.pdf

[7] Aumporn Makanong. 2559. T**aksakrabounkantangkhanitsat: Kanpattanapueapattanakan**. Bangkok: Chulalongkorn University Press

[8] Metta Marwiang. 2544. **The Study of Mathematical Errors in Solving Mathematics Problems on Number Counting by Matthayom Suksa 1 Students of the Demonstration School, Khon Kaen University**. Thesis of Master Degree. (Curriculum and Instruction). Khon Kaen: Khon Kaen University.

[9] Phromphan Udomsin. 2544. **Kanwatlaekanpramoenphonkanriankansonkhanitsat**. 3rd Edition. Bangkok: Chulalongkorn University