

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
ที่ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม
A STUDY OF MATHAYOMSUKSA III STUDENTS' PROOF ABILITIES IN GEOMETRY
THROUGH A LEARNING MANAGEMENT WITH INQUIRY-BASED METHOD
FOR CIRCLE TOPICS

เสฏฐวุฒิ เพ็งเจริญ¹ สุกัญญา หะยีสานและ² พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล³ และเอนก จันทร์จรรย์⁴
Sadetawut Pengjaroen¹, Sukanya Hajisalah², Pisuttawan S. Sirinilakul³ and Anek Janjaroon⁴

¹นิสิตระดับมหาบัณฑิต กศ.ม. (สาขาวิชาคณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

²อาจารย์ ³ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ⁴อาจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

sadetawut.mo@gmail.com, swuyah@yahoo.com, pisuttaw@g.swu.ac.th, and anek@swu.ac.th

บทคัดย่อ

การพิสูจน์เป็นกระบวนการสำคัญยิ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเทพศิรินทร์ จำนวน 44 คน นักเรียนเหล่านี้ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตก่อนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.797 (2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ซึ่งมีค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.697 แบบทดสอบทั้งสองฉบับเป็นแบบทดสอบที่มีความคู่ขนานกันในเชิงกระบวนการ (3) แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบสมมติฐาน โดยใช้สถิติทดสอบ t-test for dependent samples

ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากการเรียนรู้ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

คำสำคัญ: การพิสูจน์ทางเรขาคณิต ความสามารถ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน วงกลม

Abstract

The purpose of this study was to study students' proof abilities in geometry before and after learning circle topics following a designed learning management with a method of inquiry-based learning. This study was an experimental research conducted during the second semester of the 2017 academic year. Forty-four Mathayomsuksa III students from Debsirin School in Bangkok, Thailand, were recruited to be participants via a method of cluster random sampling. A pretest on proof abilities in geometry was taken at the beginning as part of the pretest-posttest design. The students then learned the subjects according to the lesson plans in the learning management in which provided students to engage in inquiry-based learning. A parallel-structure posttest was given at the end of the lesson plans. The dependent t-test was employed in the analysis of data.

The findings reveal that the students gained significantly in terms of proof abilities in geometry from learning through the lesson plans with inquiry-based learning at the .01 level.

Keywords: Geometry Proof; Ability; Inquiry-Based Learning; Circle

1. บทนำ

การพิสูจน์ถือเป็นสิ่งสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งยังเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ช่วยพัฒนานักเรียนในด้านต่าง ๆ อัมพร ม้าคนอง [1] กล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางเรขาคณิตมีความสำคัญต่อการหาข้อสรุปที่เป็นเหตุเป็นผล และใช้การอ้างอิงหลักการทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรฝึกให้นักเรียนพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการ (Informal proof) ก่อนเพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับกระบวนการคิดลักษณะต่าง ๆ เช่น การคิดวิเคราะห์ การคิดเชิงตรรกะ หลังจากนั้น จึงค่อยฝึกการพิสูจน์อย่างเป็นทางการ (Formal proof) ที่ต้องมีการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติทางเรขาคณิตมาประกอบอย่างสมเหตุสมผล อีกทั้งบทบาทของการพิสูจน์มีส่วนช่วยในการส่งเสริมและพัฒนานักเรียนในด้านของการตรวจสอบข้อความคาดการณ์ การอธิบายแสดงความเป็นเหตุเป็นผล ความเชื่อมโยงของบทนิยามและทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ฝึกการอธิบายและการเขียนสื่อสารเพื่อยืนยันข้อความคาดการณ์ว่ามีความถูกต้องอย่างเป็นระบบ [2] ถึงแม้ว่าการสอนให้นักเรียนเขียนพิสูจน์จะเป็นองค์ประกอบหนึ่งสำหรับการสอนเรขาคณิตในหลักสูตรระดับมัธยมศึกษา แต่จากการสัมภาษณ์ครูที่มีประสบการณ์ในการสอนเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและนักเรียนโรงเรียนเทพศิรินทร์ที่ผ่านการเรียนวิชาเรขาคณิตมาแล้ว กลับพบว่าการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเป็นเรื่องที่นักเรียนให้ความสำคัญน้อยที่สุด นักเรียนส่วนใหญ่ยกให้เรขาคณิตเป็นวิชาที่ไม่ชอบมากที่สุดและเป็นเรื่องที่ยากมากที่สุดในวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโกลม โพลาล [3] ที่พบว่าโดยทั่วไปนักเรียนส่วนมากไม่ชอบวิชาเรขาคณิต มักคิดว่าเรขาคณิตเป็นเรื่องยากและมีปัญหาในการเรียนทำให้นักเรียนไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร และผลการวิจัยของ สุพจน์ ไชยสังข์ [4] ที่พบว่าผลการเรียนของนักเรียนในวิชาเรขาคณิตอยู่ในระดับที่ไม่น่าพอใจ ปัญหาในการพิสูจน์ของนักเรียนเกิดขึ้นจาก 2 ปัจจัยหลัก คือ ตัวนักเรียนเองและกระบวนการสอนของครู Clement; & Battista [5] กล่าวว่าหนึ่งในเหตุผลหลักที่ทำให้เกิดปัญหาในการเรียนเรขาคณิตคือรูปแบบการสอนที่ครูใช้ สอดคล้องกับ Cemen [6] ระบุว่าปัญหาในการเรียนเรขาคณิตซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ ไม่ได้เกิดขึ้นแค่กระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ยังเกิดจากวิธีการสอนของครูอีกด้วย จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ถือเป็นองค์ประกอบหนึ่งที่สำคัญในการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต Lasley; Matczynski; & Rowley [7] ได้กล่าวถึงรูปแบบการสอนที่ช่วยพัฒนาการให้เหตุผล นั่นคือการสอนแบบสืบสวนสอบสวน (Inquiry) รูปแบบการสอนนี้จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาทักษะการให้เหตุผลซึ่งเป็นองค์ประกอบสำคัญในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตโดยสอดคล้องกับงานวิจัยของวัชระ น้อยมี [8] ซึ่งพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภายหลังได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลสูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน (Inquiry Method) เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ยึดนักเรียนเป็นศูนย์กลางวิธีหนึ่ง การสอนวิธีนี้เป็นกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการแสวงหาความรู้ของนักเรียน ให้นักเรียนค้นคว้าข้อมูลด้วยตนเอง โดยกระบวนการคิดหาเหตุผล จนสามารถค้นพบความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาที่ถูกต้องด้วยตนเอง [9] การสอนแบบสืบสวนสอบสวนเป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ผสมผสานระหว่างการใช้กระบวนการคิดและทักษะต่าง ๆ เพื่อที่จะแก้ปัญหาหรือค้นหาคำตอบ ทำให้เกิดความเข้าใจและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ ซึ่งเป็นแนวคิดในการจัดการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการพัฒนาอย่างเต็มศักยภาพ ส่งเสริมการคิด รู้จักการคิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล รักการเรียนรู้และสามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง นอกจากนี้การสอนวิธีนี้ยังเป็นวิธีการสอนที่ใช้เสริมสร้างผลการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 [10] ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนเป็นศูนย์กลางของการจัดการเรียนการสอน พัฒนานักเรียนให้สามารถแก้ไขปัญหา และคิดวิเคราะห์สถานการณ์ได้อย่างเชี่ยวชาญ ฝึกให้นักเรียนรู้จักวิธีการเรียนรู้ตลอดชีวิตอย่างไม่มีสิ้นสุด เหตุนี้ผู้วิจัยจึงเห็นว่ากระบวนการสอนแบบสืบสวนสอบสวนเหมาะสมกับการนำมาใช้จัดการเรียนรู้ในเรื่องการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน ที่ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนต่อไปในอนาคต

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม

3. ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีขอบเขตการวิจัย ดังนี้

1. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

เวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ภาคเรียนที่ 2 ของปีการศึกษา 2560 จำนวน 13 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที ซึ่งแบ่งเป็นเวลาสำหรับการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม จำนวน 11 คาบเรียน และเวลาสำหรับการทำแบบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม จำนวน 2 คาบเรียน

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ อยู่ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องวงกลม ช่วงชั้นที่ 2 (มัธยมศึกษาปีที่ 3) ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงขึ้นตามแนวทางของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ คือ กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน

ตัวแปรตาม คือ ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเรื่องวงกลม

4. สมมติฐานการวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของ ภายหลังจากการเรียนรู้ผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมสูงกว่าก่อนเรียน

5. วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและเลือกกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเทพศิรินทร์ แขวงวัดเทพศิรินทร์ เขตป้อมปราบศัตรูพ่าย กรุงเทพมหานคร โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนเทพศิรินทร์ แขวงวัดเทพศิรินทร์ เขตป้อมปราบศัตรูพ่าย กรุงเทพมหานคร จำนวน 1 ห้องเรียน ซึ่งมีนักเรียนจำนวน 44 คน ได้มาจากการสุ่มตัวอย่างแบบเกาะกลุ่ม (Cluster random sampling) ซึ่งโรงเรียนได้จัดนักเรียนแต่ละห้องแบบทดสอบวัดความสามารถของนักเรียนที่มีผลการเรียนแบบเก่ง ปานกลาง และอ่อน

2. การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย (1) แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต จำนวน 2 ชุด ประกอบด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่อง ความเท่ากันทุกประการและเส้นขนาน เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบก่อนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเรื่องวงกลม เป็นแบบทดสอบที่ใช้ทดสอบภายหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวนชุดละ 5 ข้อ เพื่อตรวจสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม แบบทดสอบทั้ง 2 ชุดเวลาในการสอบ 1 คาบเรียน คาบเรียนละ 50 นาที โดยแบบทดสอบนี้ผ่านการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อคำถามจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน ซึ่งมีค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.39 ถึง 0.80 ค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.21 ถึง 0.44 และค่าความเชื่อมั่นโดยวิธีการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบัก ซึ่งค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตก่อนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม มีค่าเท่ากับ 0.797 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม มีค่าเท่ากับ 0.697 (2) แผนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม จำนวน 11 แผน ที่ผ่านการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ และความชัดเจนของข้อคำถามจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

ซึ่งค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ในแต่ละข้อมีค่าเท่ากับ 1 ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วยจุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย ขั้นตอนความสนใจ ขั้นสำรวจค้นคว้า ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ขั้นขยายความรู้ และขั้นประเมินผล การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้ และแบบสัมภาษณ์กระบวนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต

6. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูล ตามขั้นตอนต่อไปนี้ คือ

1. ชี้แจงให้นักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทราบถึงการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน เพื่อที่นักเรียนจะได้ปฏิบัติตนได้ถูกต้อง
2. นำแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเรื่องความเท่ากันทุกประการและเส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทำการทดสอบกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง เป็นเวลา 1 คาบเรียน แล้วบันทึกคะแนนกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการทดลองครั้งนี้เป็นคะแนนก่อนเรียน (Pre - Test)
3. ดำเนินการทดลองโดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) 2) ขั้นสำรวจค้นคว้า (Exploration) 3) ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) 4) ขั้นขยายความรู้ (Elaboration) 5) ขั้นประเมินผล (Evaluation) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยใช้เวลาในการทดลอง 11 คาบเรียน ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โดยแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วยเรื่อง ส่วนประกอบของวงกลม จำนวน 1 คาบ เรื่อง มุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมและมุมในครึ่งวงกลม จำนวน 1 คาบ เรื่อง มุมในส่วนโค้งของวงกลม จำนวน 1 คาบ เรื่อง มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม จำนวน 2 คาบ เรื่อง คอร์ด จำนวน 3 คาบ เรื่อง เส้นสัมผัสวงกลม จำนวน 3 คาบ
4. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำการทดสอบหลังเรียน (Post - test) เป็นเวลา 1 คาบเรียน โดยใช้แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต เรื่องวงกลม
5. ตรวจสอบคะแนนแบบทดสอบ นำคะแนนที่ได้วิเคราะห์วิธีทางสถิติเพื่อตรวจสอบสมมติฐานต่อไป

7. การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม ผู้วิจัยนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ทั้ง 2 ชุด ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x}) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) จากนั้นทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่าความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากเรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม ผู้วิจัยนำคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ไปทดสอบสมมติฐานของการวิจัยซึ่งใช้การทดสอบสมมติฐาน โดยใช้สถิติทดสอบ t-test for dependent samples

8. ผลการวิจัย

ข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมนำมาวิเคราะห์เชิงปริมาณ โดยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม (n=44)

แหล่งที่มาของคะแนน	คะแนนเต็ม	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{x})	ค่าเฉลี่ยเลขคณิตคิดเป็นร้อยละของคะแนนเต็ม	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)
แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตก่อนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม	35	13.88	39.66	4.29
แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตหลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม	35	25.82	73.77	5.91

จากตาราง 1 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม เท่ากับ 13.88 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

เท่ากับ 4.39 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม เท่ากับ 25.82 ซึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.91

ตารางที่ 2 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัย (n=44)

คะแนน	\bar{X}	S.D.	\bar{d}	$S_{\bar{d}}$	t	p
ก่อน	13.88	5.91	11.94	0.96	12.49**	0.000
หลัง	25.82	4.39				

** มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากตาราง 2 พบว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากเรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สรุปการวิจัย

ผลการวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปรากฏผลดังนี้
ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากเรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยได้ออกแบบและทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยมีประเด็นพิจารณา ดังนี้

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะสาเหตุดังต่อไปนี้

1. การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมที่ผู้วิจัยจัดทำขึ้นได้แบ่งหน่วยการเรียนรู้ออกเป็น 3 หน่วยย่อย ได้แก่ 1) ความสัมพันธ์ระหว่างมุมและความยาวส่วนโค้ง 2) ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์คและความยาวส่วนโค้ง และ 3) ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมกับมุม โดยแต่ละหน่วยการเรียนรู้ผู้วิจัยได้เรียบเรียงเนื้อหาจากง่ายไปหายาก มีการนำทฤษฎีที่เรียนก่อนหน้าไปใช้ต่อยอดในการพิสูจน์ทฤษฎีต่อไป มีการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เข้าใจง่าย และตัวอย่างการพิสูจน์มีรูปแบบการนำเสนอการพิสูจน์อย่างละเอียดทุกขั้นตอน ตั้งแต่การทำความเข้าใจโครงสร้างในการพิสูจน์ การเรียบเรียงลำดับขั้นตอนในการวิเคราะห์ข้อมูลในการพิสูจน์ และจากโครงสร้างดังกล่าวพร้อมทั้งผลการวิเคราะห์นำมาเรียบเรียงในการเขียนสรุปการพิสูจน์ การอธิบายลำดับขั้นตอนข้างต้นโดยละเอียดทำให้นักเรียนเห็นแนวทางในการดำเนินการพิสูจน์ด้วยตนเองรวมถึงซึมซับกระบวนการพิสูจน์โดยวิธีสืบสวนสอบสวนได้อย่างลึกซึ้งมากกว่าการท่องจำ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Skinner [11] ที่กล่าวว่า “ถ้าแบ่งเนื้อหาวิชาที่จะถ่ายทอดให้นักเรียนเป็นตอน ๆ ทีละน้อย เหมาะสมกับวุฒิภาวะของนักเรียน นักเรียนจะสามารถรับความรู้ได้ดีกว่าถ่ายทอดความรู้ให้นักเรียนทีละมาก ๆ”

2. การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นการจัดการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ โดยมีข้อความคาดการณ์ที่กำหนดมากระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสงสัย ใคร่รู้ก่อนลงมือพิสูจน์ ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง นักเรียนสามารถค้นคว้าความรู้ได้อย่างอิสระ โดยมีครูคอยให้คำแนะนำ คอยอำนวยความสะดวกให้นักเรียนในการปฏิบัติกิจกรรม พร้อมทั้งใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดเท่าที่จำเป็น ซึ่งมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ 5 ขั้นตอน ได้แก่ 1) ขั้นสร้างความสนใจ (Engagement) เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นความสนใจให้นักเรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็นผ่านกิจกรรมสั้น ๆ เพื่อให้นักเรียนตั้งเป้าประสบการณ์เดิมมาใช้ประกอบการสร้างข้อความคาดการณ์หรือใช้ในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต 2) ขั้นสำรวจค้นคว้า (Exploration) เป็นขั้นที่นักเรียนเริ่มทำการพิสูจน์ ขั้นนี้เป็นขั้นรวบรวมความรู้เดิมที่มีและข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ใหม่มาใช้ในการสร้างความรู้โดยผ่านกระบวนการวางแผน ดำเนินการสำรวจ สืบค้น รวบรวมข้อมูล แล้วสร้างข้อความคาดการณ์หรือกำหนดแนวทางในการพิสูจน์จากการทำงานกิจกรรมที่กำหนดให้ โดยครูจะมีบทบาทในการส่งเสริมให้นักเรียนค้นคว้า รวมถึงแนะนำแนวทางการตั้งคำถามที่เป็นประโยชน์ในการสืบค้นเพื่อให้ได้ข้อมูลที่เพียงพอสำหรับการเขียน

พิสูจน์ เช่น หากนักเรียนจะพิสูจน์ข้อความดังกล่าว นักเรียนคิดว่าทฤษฎีบทใดที่จะสามารถนำมาใช้ประกอบการพิสูจน์ข้อความนี้ บ้าง 3) ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explanation) เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือเขียนพิสูจน์หรือข้อความคาดการณ์ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความเข้าใจสิ่งที่ได้ลงมือปฏิบัติไปในขั้นที่ 2 แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อน ในขั้นนี้นักเรียนสามารถสอบถามข้อมูลหรือข้อเท็จจริงเพิ่มเติมจากครูเพื่อให้ความเข้าใจที่ชัดเจนมากขึ้น โดยครูจะมีบทบาทในการชี้แนะเกี่ยวกับการสรุปและการอธิบายรายละเอียดเพิ่มเติมให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น 4) ชั้นขยายความรู้ (Elaboration) เป็นขั้นที่พัฒนาความเข้าใจของนักเรียนโดยการหยิบยกข้อความใหม่ขึ้นมา นักเรียนจะต้องนำข้อความคาดการณ์ ความรู้ กฎเกณฑ์ ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่ทราบอยู่เดิมหรือค้นพบใหม่ไปประยุกต์ใช้ในการพิสูจน์ต่อไปในอนาคต 5) ชั้นประเมินผล (Evaluation) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้ประเมินความเข้าใจของตนเอง หลังจากที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน รวมถึงเป็นขั้นที่ครูประเมินความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียนตามวัตถุประสงค์ของการเรียนด้วย ซึ่งแนวทางการจัดกิจกรรมดังกล่าว สอดคล้องกับแนวคิดของ Fielding-Wells; Dole; & Makar [12] ที่กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนทางคณิตศาสตร์มีจุดประสงค์เพื่อมุ่งเน้นการเรียนรู้ในการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งจำเป็นสำหรับนักเรียนที่จะทำการวิเคราะห์ข้อมูล อธิบายและยืนยันโดยใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่นักเรียนดำเนินการสืบสวนสอบสวนในทางคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนได้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันข้อความคาดการณ์ หรือสมมติฐานโดยตรง และยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Berry [13] ซึ่งได้ศึกษากิจกรรมที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นโดยใช้วิธีสืบสวนสอบสวน ผลการศึกษาพบว่าการสืบสวนสอบสวนสามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับแนวคิดของ Malloy [14] ที่กล่าวว่า การใช้การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนจะช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งต่อครูและต่อนักเรียน ให้เกิดการพัฒนาและตื่นตัวในการนำสิ่งแวดลอมรอบตัว หรือสถานการณ์ปัญหามาใช้ในการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนมีความตั้งใจเรียน และแสดงให้เห็นถึงความสนใจในกิจกรรมอย่างดี สังเกตได้จากระหว่างที่ผู้วิจัยแสดงการพิสูจน์เป็นตัวอย่างให้ดูในช่วงเริ่มของบทเรียน นักเรียนส่วนใหญ่มีความตั้งใจอย่างมากในการเรียน และพยายามทำความเข้าใจในเนื้อหาตามที่ผู้วิจัยนำเสนอ หากมีข้อสงสัยนักเรียนก็กล้าที่จะยกมือเพื่อสอบถามทำให้เกิดความเข้าใจที่ดีจากข้อสงสัยนั้น นอกจากนี้ในช่วงที่ผู้วิจัยให้นักเรียนดำเนินการพิสูจน์ด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนจะต้องพิจารณาถึงขอบเขตของการนำทฤษฎีบท กฎสูตร หลักการที่จะนำมาใช้ในการพิสูจน์ ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่มีการระดมความคิดกับเพื่อนที่นั่งข้าง ๆ มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น หรือปรึกษากัน ทำให้นักเรียนได้สื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครูผู้สอน สอดคล้องกับการศึกษาของ Achbacher; & Alonzo [15] ที่กล่าวว่า นักเรียนจะได้รับการเรียนรู้ที่มีความหมาย เมื่อมีส่วนร่วมในการสะท้อนความคิดผ่านการแนะนำที่ดีในระหว่างกระบวนการเรียนรู้

4. จากแบบสัมภาษณ์กระบวนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตทำให้ทราบว่า นักเรียนได้นำกระบวนการสืบสวนสอบสวนไปใช้ในการดำเนินการพิสูจน์ ซึ่งกระบวนการดังกล่าวทำให้นักเรียนสามารถพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเป็นระบบมากขึ้น มีการเรียนรู้ที่จะจัดเตรียมข้อมูล ทฤษฎีบท และบทนิยามเบื้องต้นที่สนับสนุนว่าอาจจะมีประโยชน์ต่อไปในการพิสูจน์ ซึ่งกระบวนการจริงนี้เป็นประโยชน์อย่างมากทำให้นักเรียนเห็นความเชื่อมโยงของข้อมูลต่าง ๆ ได้ง่ายขึ้น รวมถึงสามารถขมวดข้อมูลต่าง ๆ ที่สืบค้นมาเข้ากับข้อมูลเดิมที่มีและเรียบเรียงก่อนจะเขียนอธิบายและสรุปการพิสูจน์ได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น หากพิจารณาเป็นรายละเอียดย่อย พบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกระบวนการสืบสวนสอบสวน ในขั้นสำรวจค้นคว้าช่วยส่งเสริมความสามารถในการระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และสิ่งที่ต้องการพิสูจน์รวมถึงความสามารถในการเขียนภาพประกอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้ นอกจากนี้ยังส่งเสริมให้นักเรียนจดจำทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้อย่างแม่นยำมากยิ่งขึ้น เพราะนักเรียนได้ลงมือค้นคว้าและพิสูจน์ทฤษฎีบทเหล่านั้นด้วยตนเอง ส่งผลให้นักเรียนจดจำทฤษฎีบทต่าง ๆ ได้จากการระลึกถึงกิจกรรมที่ลงมือปฏิบัติไป นักเรียนจดจำทฤษฎีบทจากภาพที่ได้ลงมือค้นคว้าความรู้ และเมื่อต้องนำทฤษฎีบทเหล่านั้นไปใช้ประโยชน์ต่อไป นักเรียนก็สามารถนำไปใช้ได้อย่างคล่องแคล่วด้วยความเข้าใจ ในชั้นอธิบายและลงข้อสรุปช่วยส่งเสริมความสามารถของนักเรียนในด้านการเขียนแสดงการพิสูจน์และเขียนสรุปการพิสูจน์ สังเกตได้ชัดเจนจากใบงานที่นักเรียนทำ พบว่า นักเรียนมีการเขียนอธิบายการพิสูจน์ได้ดีขึ้นตามลำดับ ส่งผลให้ผลการวัดความสามารถในการเขียนอธิบายการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนหลังการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนดีขึ้นกว่าก่อนเรียน สอดคล้องกับงานวิจัยของ วัชระ น้อยมี [8] ที่พบว่า ภายหลังจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ได้รับการสอนโดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล สูงกว่าก่อนได้รับการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ พิทยานันท์ จตุรนาพิทย์ ฐิยาพร กันตารณวัฒน์ และปริยาภรณ์ ตั้งคุณานันต์ [16] ที่พบว่า นักเรียน

ที่เรียนด้วยรูปแบบการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้แบบปกติ นักเรียนเกิดความรู้ที่คงทนกว่า

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่ากระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนมีผลต่อความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนอย่างชัดเจน ทั้งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนในการเรียนรู้ด้วยตนเองเป็นสำคัญ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนร่วมชั้นเรียนรวมถึงผู้วิจัย ทำให้นักเรียนได้ฝึกทักษะในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ฝึกการวิเคราะห์ข้อมูลและฝึกการเขียนพิสูจน์ อีกทั้งเนื้อหาที่นำมาใช้ประกอบในการจัดการเรียนรู้นั้นก็มีการนำเสนอที่ชัดเจน ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ที่เข้าใจง่าย ทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น และให้ความสนใจในการเรียนรู้อย่างดี ประกอบกับผู้วิจัยคอยอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดในบางโอกาส และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนประสบปัญหา ทำให้บรรยากาศการเรียนเป็นไปอย่างราบรื่น ส่งผลให้ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนภายหลังการเรียนผ่านการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมสูงกว่าก่อนเรียน ที่ระดับนัยสำคัญ .01

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะทั่วไป

1.1 จากการศึกษาวิจัยพบว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภายหลังจากเรียนผ่านกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมสูงกว่าก่อนเรียน ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับการพิสูจน์ทางเรขาคณิต หรือเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ควรมีการจัดกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไว้เป็นองค์ประกอบหนึ่ง เพื่อจะได้ปรับปรุงทั้งกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ของครู และกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน

1.2 การเรียนการพิสูจน์ทางเรขาคณิตเรื่องวงกลม เนื้อหาส่วนใหญ่จะเชื่อมโยง ต่อยอดมาจากเนื้อหาในระดับที่ต่ำกว่า ดังนั้นพื้นฐานความรู้ของนักเรียนจึงเป็นสิ่งสำคัญที่ครูจะต้องมีการปรับพื้นฐานความรู้ของนักเรียนให้พร้อมสำหรับการเรียนรู้ต่อไปในอนาคต

1.3 ความรู้สึกเชิงปริภูมิเป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่สำคัญในการเรียนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมที่พัฒนาในด้านนี้ประกอบกันไปด้วยเพื่อช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ได้ดียิ่งขึ้น

2. ข้อเสนอแนะเพื่อการวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาถึงองค์ประกอบที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

2.2 ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการจัดการเรียนรู้อื่นที่เหมาะสมและช่วยส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียน

2.3 ควรทำการวิจัยเพื่อศึกษาว่าการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนจะช่วยส่งเสริมทักษะทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่นอีกหรือไม่ หรือในเนื้อหาที่แตกต่างออกไปจากที่ผู้วิจัยศึกษามาแล้ว

2.4 ควรนำกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนเรื่องวงกลมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปดัดแปลงหรือปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่น ๆ ในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น หรือในระดับอื่น ๆ

2.5 ควรมีการนำกระบวนการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ หรือใช้สำหรับทำงานวิจัยในครั้งต่อไปสำหรับเนื้อหาอื่น ๆ

เอกสารอ้างอิง

- [1] Makanong Aumporn. 2014. **khanittasat samrap khru matthayom**. Bangkok: Chulalongkorn University.
- [2] Hajisalah Sukanya. and Janjaroon Anek. 2017. Menelaus' Theorem and Ceva's Theorem : The Roles of Proof. **SWU Sci. J**, 33(1), 339.
- [3] Paisal Komon. 1997. **The Development of Individualized Instruction Package in Geometry for Lower Secondary Mathematics Teachers**. Doctor thesis. Ph.D. (Mathematics Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.
- [4] Chaiyasang Supotch. 1987. **An Investigation into Level of Geometric Thinking and Ability to Construct Proof of Students in Thailand**. Doctoral dissertation: Graduate school The University of Iowa. Photocopied.
- [5] Clements, D. H.; & Battista, M. T. 1992. Geometry and spatial understanding. In **Handbook of Research Mathematics Teaching and Learning**. New York: McMillan Publishing Company.
- [6] Cemen, P. B. 1987. **The nature of mathematics anxiety**: Report No. SE 048 689. Stillwater, OK: Oklahoma State University.
- [7] Lasley, T. J.; Matczynski, T. J.; & Rowley, J. B. 2002. **Strategies for Teaching in Diverse Society : Instructional Models**. Belmont, CA: Wardworth.
- [8] Noimee Watchara. 2008. **The Development of Mathematics Learning Packages Throughs Inquiry on "Reasoning Mathematics Proof" to Promote Reasoning Skills of Mathayom Suksa IV Students**. Master thesis. M.ED. (Secondary Education). Bangkok: Graduate School, Srinakharinwirot University.
- [9] Fukkhaw Sawai. 2001. **Lakkan son samrap kan pen khru mu achip**. Bangkok: Emphan.
- [10] Dechakupt Pimpun; and Yindeesook Payao. 2015. **Kanchatkan rianru nai satawat thi yisip et**. 2nd Editions . Bangkok: Chulalongkorn University.
- [11] Skinner, B. F. 1971. **Beyond freedom and dignity**. New York: Knopf.
- [12] Fielding-Wells, Jill; Dole, Shelly; & Makar, Katie. 2014. Inquiry pedagogy to promote emerging proportional reasoning in primary students. In **Mathematics Education Research Journal**, V.26(1), pp. 47-77. Springer.
- [13] Berry, J. 2014. Developing Mathematical Reasoning. **Mathematics in School**, 34(1), 178.
- [14] Malloy, C. 1999. Developing Matematical Reasoning in the Middle Grades Recognizing Diversity. In **Developing Mathematical Reasoning In Grades K-12 Yearbook**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [15] Achbacher, P. R. & Alonzo, A. C. 2004. **Using science notebooks to assess students' conceptual understanding**. Paper presented at the American Educational Research Association, San Diego.
- [16] Pittayanan Jatunarpit; Thiyaporn Kantathanawat; and Pariyaporn Tungkunan. 2016. The Inquiry Learning Model to Develop The Achievement on Conceptual Model of Upper Secondary Princess Chulabhorn's College Chonburi. **Journal of Industrial Education**, 15(1), 219-225.