การศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

A STUDY OF CONCEPTUAL AND PROCEDURAL KNOWLEDGE DEFICIENCIES IN PERMUTATIONS OF MATHAYOMSUKSA V STUDENTS

จุไรรัตน์ วัชราไทย* ชิรา ลำดวนหอม และขวัญ เพียซ้าย
Jurairat Vacharathai, Chira Lumduanhom and Khawn Piasai
jurairat.vacharathai@gmail.com, chira@g.swu.ac.th and khawn@g.swu.ac.th

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

*ผู้รับผิดชอบบทความ โทรศัพท์ 08-7154-9605 อีเมล: jurairat.vacharathai@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนด่านช้างวิทยา โรงเรียนสามชุกรัตนโภคาราม และโรงเรียนบรรหารแจ่มใส 1 ซึ่งเป็นโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี รวมทั้งสิ้น 95 คน ที่ได้มาจากการสุ่มแบบชั้นภูมิ (Stratified sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ซึ่งประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 9 ข้อ และตอนที่ 3 ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ โดยนำไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจากนั้นนำมาตรวจเพื่อจำแนกข้อบกพร่องโดยอ้างอิงจากความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน

ผลการวิจัยพบว่า ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ประกอบไปด้วย (1) ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร (2) ข้อบกพร่องด้านการใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร และ (3) ข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ประกอบไปด้วย (1) ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล (2) ข้อบกพร่องด้านการขาดความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต (3) ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามบทนิยาม กฎ หรือสูตร และ (4) ข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์

คำสำคัญ: ข้อบกพร่องในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ วิธีเรียงสับเปลี่ยน

Abstract

The purpose of this research was to study Mathayomsuksa V students' deficiencies in conceptual and procedural knowledge about permutations. Using the stratified random sampling technique, the participants were 95 students who were studying in the second semester of the 2017 Academic Year from three schools run by the Office of the Secondary Educational Service Area District 9, Suphan Buri including Danchangwittaya school, Samchukratanapokaram school and Banharnjamsaiwittaya 1 school. The research instrument was an exam designed by the researchers consisting of 15 items of multiple choice, 9 items of completion and 2 items of essay. The data in this study were students' responses on the exam. Definitions of conceptual and procedural knowledge were employed as a framework to analyzed and classified students' conceptual and procedural knowledge deficiencies about permutations

The research findings revealed that the subjects showed their deficiencies in both conceptual and procedural knowledge about permutations. The deficiencies in conceptual knowledge were as follows: 1) selecting definitions, rules or formulas, 2) using definitions, rules or formulas and 3) explaining/giving a reason to each step of problem-solving process. The deficiencies in procedural knowledge included 1) using data, 2) lacking basic knowledge in algebra, 3) computing based on definitions, rules or formulas and 4) completing and sequencing of problem-solving process.

Keywords: Students' deficiencies in mathematics; Conceptual Knowledge; Procedural Knowledge; Permutations

1. บทนำ

คนทั่วไปมองว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เข้าใจยาก เนื่องจากเป็นวิชาที่ประกอบด้วยทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม มากมาย น้อยคนนักที่จะเข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่พัฒนาความคิด ความมีเหตุมีผล รวมทั้งเป็นวิชาที่มีประโยชน์และสามารถนำไปใช้งานได้จริง การพัฒนาคนให้มีความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่ง หลายๆ ประเทศได้ให้ความสำคัญกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematics Literacy) ของคนในประเทศตามความจำเป็นในการใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตจริงและการทำงาน อย่างไรก็ตามด้วยความเป็นนามธรรม คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่ยากต่อการศึกษาในความรู้สึกของคนทั่วไป [1]

ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Knowledge) เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้สิ่งใหม่และมีการนำไปประยุกต์ใช้อย่างหลากหลาย [2] สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) โดยความรู้เชิงมโนทัศน์เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายหรือความเข้าใจในความคิดรวบยอด ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงแนวคิดที่เกี่ยวข้องกันเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา รวมทั้งการอธิบายเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ส่วนความรู้เชิงกระบวนการเป็นความสามารถในการใช้กฎ กลวิธี ขั้นตอน การคำนวณหรือวิธีการต่าง ๆ ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง [3] ดังนั้น เนื้อหาของคณิตศาสตร์นอกจากประกอบด้วยความคิดรวบยอดต่าง ๆ แล้วยังประกอบด้วยขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความรู้เชิงกระบวนการเหล่านี้มีความเกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับความรู้เชิงมโนทัศน์ ตลอดจนทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ [4], [5] นักการศึกษาหลายคนยอมรับว่าความรู้ทั้งสองประเภทนี้ถือเป็นองค์ประกอบสำคัญในการทำความเข้าใจคณิตศาสตร์ [6] การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพจึงต้องพิจารณาความสามารถของผู้เรียนทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ [2]

วิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นเนื้อหาหนึ่งของวิยุตคณิต (Discrete Mathematics) ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการจัดสิ่งของที่แตกต่างกันภายใต้เงื่อนไขและองค์ประกอบที่กำหนดไว้ มีหลายปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ต้องนำความรู้เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนไปใช้ เช่น เรขาคณิต ทฤษฎีกราฟ ความน่าจะเป็นและสถิติ [7] นอกจากนี้วิธีเรียงสับเปลี่ยนยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานอื่น ๆ ได้อีก เช่น งานด้านการสื่อสาร หรือการตรวจสอบการเข้ารหัส [8] ในประเทศไทยได้กำหนดให้วิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นเนื้อหาในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม อยู่ในเรื่องความน่าจะเป็นของระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งการศึกษาเรื่องความน่าจะเป็นในระดับนี้จะต้องอาศัยการนับจำนวนวิธีที่เกิดขึ้นจากการทดลองในเหตุการณ์ที่สนใจ [9] ดังนั้นการที่ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนจึงเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น เพราะถ้านักเรียนไม่สามารถหาจำนวนวิธีหรือจำนวนเหตุการณ์ที่สนใจได้ จะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้

จากการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่า นักเรียนแก้โจทย์ไม่ได้เพราะอ่านโจทย์ไม่เข้าใจและสาเหตุอื่น ๆ ที่เป็นผลมาจากการจัดการเรียนการสอนที่ไม่เหมาะสมกับวุฒิภาวะทางปัญญาของนักเรียน [10] การจัดการเรียนการสอนที่ขาดการฝึกฝนทักษะกระบวนการแก้โจทย์ และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ไม่เหมาะสมกับบทเรียนและตัวผู้เรียนทำให้ผู้เรียนไม่สามารถสร้างความคิดรวบยอดเพื่อให้สามารถแยกแยะปัญหาหรือความแตกต่างของเงื่อนไขในโจทย์ปัญหาได้ [11] เนื้อหาเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นเรื่องที่ยากต่อการทำความเข้าใจ [12] ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากเป็นเนื้อหาที่นักเรียนไม่ค่อยได้นำมาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหามากนัก [13] ประกอบกับถ้ามีการเปลี่ยนแปลง/เพิ่มเติมเงื่อนไขในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนจะทำให้ปัญหามีความซับซ้อนมากขึ้น ถ้านักเรียนมีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอจะทำให้นักเรียนแก้โจทย์ไม่ได้ ซึ่งถือเป็นข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน

สำหรับข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นจากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ อัมพร ม้าคะนอง [14] ได้ให้ความเห็นว่า การแก้ไขข้อบกพร่องที่ไม่ตรงประเด็นไม่ช่วยพัฒนาการเรียนการสอนให้ดีขึ้น ดังนั้นครูควรศึกษาข้อบกพร่องของนักเรียนและวางแผนแก้ไขข้อบกพร่องนั้นทั้งในระดับบุคคลและในระดับห้องเรียนเพื่อเป็นการวางพื้นฐานทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดีขึ้นยิ่งขึ้น ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อผู้เรียนทั้งในการนำคณิตศาสตร์ไปปรับใช้และในการศึกษาต่อไปในระดับที่สูงขึ้น ตลอดจนเป็นประโยชน์ต่อครูในการปรับปรุงการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อไม่ให้เกิดข้อบกพร่องดังกล่าวขึ้นอีก โดยเมื่อครูทราบถึงข้อบกพร่องของนักเรียน ครูจะสามารถหาแนวทางการป้องกันและแก้ไขสิ่งที่ผิดพลาดนั้นให้ถูกต้อง [11] รวมทั้งสามารถวางแผนการจัดการเรียนรู้/การจัดกิจกรรมในชั้นเรียนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ส่งผลให้การเรียนเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนมีความหมายต่อนักเรียน นอกจากนี้การสอนตามข้อผิดพลาดของนักเรียนจะช่วยให้ครูแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคนได้ตรงจุด [15] งานวิจัยนี้จึงสนใจทำการวิเคราะห์ข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในจังหวัดสุพรรณบุรี เพื่อทราบถึงข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน และนำมาเป็นแนวทางในการออกแบบการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของนักเรียน ซึ่งจะเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับนักเรียนในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับสูงต่อไป

2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3. ขอบเขตของการวิจัย

3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ของโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 โรงเรียนด่านช้างวิทยา โรงเรียนสามชุกรัตนโภคาราม และโรงเรียนบรรหารแจ่มใส 1 ซึ่งเป็นโรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 จังหวัดสุพรรณบุรี ที่มีจำนวนนักเรียนไม่เกิน 1,000, 2,000 และ 3,000 คน ตามลำดับ จำนวน 3 ห้องเรียน โรงเรียนละ 1 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 95 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบชั้นภูมิ

3.2 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เป็นเนื้อหาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ได้แก่ กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ แฟกทอเรียล n วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นตรง และวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

4. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ซึ่งประกอบด้วย 3 ตอน ได้แก่ ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบเติมคำ จำนวน 9 ข้อ และตอนที่ 3 ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ

5. วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน จากนั้นให้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน ตรวจสอบความสอดคล้องของข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ (IOC) ความเหมาะสมของข้อคำถามและตัวเลือกตัวลวง (สำหรับข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก) แล้วนำข้อสอบที่ผ่านการตรวจสอบจากผู้เชี่ยวชาญซึ่งมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป มาให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 35 คนทำ เพื่อดูความ

เหมาะสมของภาษาและระยะเวลาที่ใช้ในการทำแบบทดสอบ รวมทั้งวิเคราะห์หาค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นรายข้อ พบว่า ค่าความยากของข้อสอบแต่ละข้อมีค่าระหว่าง .26-.71 และค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบแต่ละข้อมีค่าระหว่าง .24-.65 จากนั้นคัดเลือกข้อสอบที่มีความเหมาะสมมาวิเคราะห์เพื่อหาความเชื่อมั่น (Reliability) ของข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือกและแบบเติมคำ โดยใช้สูตรของคูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson Formular - 20: KR-20) ส่วนข้อสอบแบบอัตนัยใช้การหาค่าสัมประสิทธิ์แอลฟา (α - Coefficient) ของครอนบัค (Cronbach) ซึ่งพบว่า ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ มีค่าระหว่าง .57-.81 จากนั้นจัดทำแบบทดสอบฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป

5.2 ขั้นดำเนินการเก็บข้อมูล

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างในแต่ละโรงเรียน

5.3 ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยตรวจแบบทดสอบวัดข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ที่กลุ่มตัวอย่างทำพร้อมกับวิเคราะห์เพื่อจำแนกข้อบกพร่องโดยอ้างอิงจากความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน นอกจากนี้ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเพื่อแสดงจำนวนครั้งในการเกิดข้อบกพร่องของนักเรียนในแต่ละด้านโดยใช้ค่าความถี่และร้อยละในการแสดงผล

6. ผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่า ข้อบกพร่องของนักเรียนที่ปรากฏสามารถจำแนกโดยอ้างอิงจากความหมายของความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ได้ดังนี้

ข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ประกอบไปด้วย (1) ข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร (2) ข้อบกพร่องด้านการใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร และ (3) ข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ ส่วนข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ประกอบไปด้วย (1) ข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล (2) ข้อบกพร่องด้านการขาดความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต (3) ข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามบทนิยาม กฎ หรือสูตร และ (4) ข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์

นอกจากนี้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณของข้อบกพร่องเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนของนักเรียน พบว่าจำนวนครั้งของข้อบกพร่องทั้งในด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการ มีรายละเอียดดังตารางที่ 1-2 ตามลำดับ ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงจำนวนครั้งของข้อบกพร่องและจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงมโนทัศน์

จำนวนครั้งของข้อบกพร่อง	ด้านการเลือกใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร		ด้านการใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร		ด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	2	2.11	0	0	3	3.16
2	4	4.21	0	0	14	14.74
3	6	6.32	0	0	24	25.26
4	22	23.16	7	7.37	36	37.89
5	11	11.58	8	8.42	18	18.95
6	20	21.05	22	23.16	0	0
7	11	11.58	18	18.95	0	0
8	8	8.42	20	21.05	0	0
9	8	8.42	13	13.68	0	0
10	2	2.11	5	5.26	0	0
11	1	1.05	2	2.11	0	0
รวม	**95**	**100**	**95**	**100**	**95**	**100**

จากตารางที่ 1 พบว่า นักเรียนทั้ง 95 คนมีข้อบกพร่องด้านการเลือกใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร ข้อบกพร่องด้านการใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร และข้อบกพร่องด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการเลือกใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร คือ 11 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 23.16 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร คือ 11 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 23.16 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ คือ 5 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 37.89 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนครั้งของข้อบกพร่องและจำนวนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ

จำนวนครั้งของข้อบกพร่อง	ด้านการใช้ข้อมูล		ด้านการขาดความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต		ด้านการคำนวณตามบทนิยาม กฎ หรือสูตร		ด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์	
	จำนวน(คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
1	35	36.84	40	42.11	30	31.58	3	3.16
2	38	40	20	21.05	21	22.11	16	16.84
3	7	7.37	3	3.16	6	6.32	20	21.05
4	4	4.21	0	0	2	2.11	27	28.42
5	1	1.05	0	0	0	0	19	20
6	0	0	0	0	1	1.05	8	8.42
7	0	0	0	0	0	0	2	2.11
รวม	**85**	**89.47**	**60**	**63.16**	**59**	**62.11**	**95**	**100**

จากตารางที่ 2 พบว่า นักเรียนจำนวน 85 คนมีข้อบกพร่องด้านการใช้ข้อมูล นักเรียนจำนวน 60 คนมีข้อบกพร่องด้านการขาดความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต นักเรียนจำนวน 59 คนมีข้อบกพร่องด้านการคำนวณตามบทนิยาม กฎ หรือสูตร และนักเรียนจำนวน 95 คนมีข้อบกพร่องด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ โดยจำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการใช้ข้อมูล คือ 5 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 40 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการขาดความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต คือ 3 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 42.11 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการคำนวณตามบทนิยาม กฎ หรือสูตร คือ 6 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 31.58 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์คือ 7 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 28.42 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

7. สรุปและอภิปรายผล

ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีข้อบกพร่องทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการ โดยข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีจำนวนครั้งของข้อบกพร่องและสาเหตุในแต่ละด้านแตกต่างกัน ดังนี้

ด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการเลือกใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร คือ 11 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 23.16 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากความไม่รอบคอบในการทำความเข้าใจเงื่อนไขของโจทย์ที่กำหนดให้ จึงไม่สามารถเชื่อมโยงบทนิยาม กฎ หรือสูตรมาใช้ได้ หรือนักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ว่าเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่ซ้ำกันหรือไม่ซ้ำกัน เช่น การหาจำนวนวิธีจัดนักเรียนชายและนักเรียนหญิงอย่างละ 5 คนกับครูอีก 1 คน ยืนเป็นแถวตรงเพื่อถ่ายรูป นักเรียนคิดว่านักเรียนชาย 5 คนเหมือนกัน และนักเรียนหญิง 5 คนเหมือนกัน จึงใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนของซ้ำในการหาจำนวนวิธียืน นอกจากนี้ยังมีสาเหตุมาจากข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ เช่น นักเรียนสับสนเกี่ยวกับการแก้โจทย์ว่าเป็นการแบ่งกรณีหรือเป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน

จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร คือ 11 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 23.16 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากการขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับมโนทัศน์ในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน โดยนักเรียนอาจไม่เข้าใจที่มาของกฎ/สูตร จึงทำให้ลืมสูตร หรือบิดเบือนสูตร/บทนิยาม เช่น ในการหาจำนวนวิธีเรียงสิ่งของทั้งหมด m สิ่ง โดยจัดเรียงคราวละ n สิ่ง นักเรียนบางคนระบุว่าต้องใช้สูตร $P_{m,n}=\frac{n!}{(m-r)!}$ ซึ่งเป็นการพยายามนำเอาสูตรที่นักเรียนเคยเรียนรู้ในห้องเรียน $P_{n,r}=\frac{n!}{(n-r)!}$ มาปรับใช้กับตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้แต่ใช้ไม่ถูกต้อง แสดงว่านักเรียนไม่เข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ที่ปรากฏในสูตร หรือในกรณีของการเรียงคน 8 คน เชิงวงกลม โดยที่ 3 คนต้องไม่อยู่ติดกัน นักเรียนบิดเบือนสูตรโดยใช้สูตรเป็น $(8-3)!$ ซึ่งเป็นการพยายามนำเงื่อนไขที่ 3 คนต้องไม่อยู่ติดกันมาใส่ในสูตรด้วย แสดงว่านักเรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมมากพอที่จะนำมาปรับใช้กับโจทย์ที่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม ขณะที่นักเรียนบางคนละเลยเงื่อนไขที่สำคัญของโจทย์ นำข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องมาพิจารณาทำให้แทนค่าในสูตรผิด นอกจากนี้ข้อบกพร่องด้านการใช้บทนิยาม กฎ หรือสูตร บางส่วนก็มีสาเหตุมาจากข้อบกพร่องด้านความรู้เชิงกระบวนการ เช่น นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ และหารพหุนาม รวมทั้งขาดความรู้เรื่องการเปรียบเทียบพหุนาม เช่น นักเรียนคิดว่า $(a-4)>(a-3)$ จึงเขียน $\frac{(a-4)!}{(a-3)!}$ ได้เป็น $\frac{(a-4)(a-3)!}{(a-3)!}$ ซึ่งเป็นการใช้บทนิยามของแฟกทอเรียลที่ไม่ถูกต้อง

จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการอธิบายเหตุผล/ที่มาของขั้นตอนการแก้โจทย์ คือ 5 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 37.89 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยนักเรียนบางคนให้เหตุผลไม่ชัดเจน ไม่มีการอ้างอิงหลักการ หรือให้เหตุผลไม่ตรงประเด็น นักเรียนแก้โจทย์ตามวิธีการหรือขั้นตอนที่คุ้นเคยหรือจำได้เท่านั้น เมื่อไม่ใช่วิธีการหรือขั้นตอนที่คุ้นเคยนักเรียนจะคิดว่าวิธีการนั้นไม่ถูกต้องโดยไม่ได้วิเคราะห์ถึงที่มาของขั้นตอนให้ดีเสียก่อน ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากนักเรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนอย่างแท้จริง เช่น การหาจำนวนวิธีเรียงสิ่งของเชิงวงกลมแบบพลิกได้ โจทย์นำเสนอขั้นตอนในการหาจำนวนวิธีโดยใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมแบบพลิกไม่ได้แล้วจึงนำมาหารด้วย 2 ทีหลัง นักเรียนตอบว่าขั้นตอนนี้ผิดโดยให้เหตุผลว่า หารด้วย 2 ไม่ได้ต้องใช้การคูณ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนอาจคุ้นเคยกับกฎการคูณ จึงคิดว่าต้องนำมาคูณเท่านั้น โดยไม่ได้วิเคราะห์ถึงสาเหตุว่าทำไมจึงต้องหารด้วย 2 หรือในกรณีที่ให้นักเรียนให้เหตุผลว่า $3!$ ที่ปรากฏใน $(4-1)!3!$ ซึ่งเป็นจำนวนวิธีในการเรียงผู้หญิง 3 คนและผู้ชาย 3 คนเชิงวงกลมโดยที่ผู้ชายต้องอยู่ติดกัน นักเรียนให้เหตุผลว่า $3!$ คือการสลับที่กันของผู้หญิง 3 คน ทั้งที่ต้องเป็นการสลับที่กันของผู้ชาย 3 คนที่ต้องอยู่ติดกัน แสดงให้เห็นว่านักเรียนไม่ทราบถึงที่มาของขั้นตอนในการหาจำนวนวิธีทั้งหมด

ด้านความรู้เชิงกระบวนการ จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการใช้ข้อมูล คือ 5 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 40 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากความไม่รอบคอบของนักเรียนในการนำข้อมูลจากโจทย์มาแทนค่าในสูตร หรือเกิดจากการตีความหมายของข้อมูลไม่ถูกต้องจึงนำข้อมูลมาใช้ผิด เช่น จำนวนวิธีในการเดินทางตามเส้นในตารางจากจุด A ไป จุด B โดยต้องผ่านจุด C และจุด D นักเรียนนับจำนวนช่องจากจุด A ไปจุด C ไม่ถูกต้อง หรือนักเรียนไม่เข้าใจว่าการเดินทางตามเส้นในตารางไปยังแต่ละจุดต้องไปทั้งทางทิศตะวันออกและทิศเหนือ แต่เข้าใจว่าการเดินทางตามเส้นในตารางไปทางทิศตะวันออกเท่านั้นจึงนับเฉพาะช่องทางทิศตะวันออก ทำให้นำข้อมูลไปแทนค่าลงในสูตรผิด

จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการขาดความรู้พื้นฐานทางพีชคณิต คือ 3 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 42.11 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากการขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ และหารพหุนาม การแยกตัวประกอบของพหุนาม รวมทั้งการเปรียบเทียบพหุนาม ซึ่งการขาดความรู้พื้นฐานดังกล่าวทำให้นักเรียนไม่สามารถดำเนินการตามขั้นตอนการแก้โจทย์เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ถูกต้อง/สมบูรณ์ แม้ว่านักเรียนจะเข้าใจมโนทัศน์เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนก็ตาม เช่น การแก้สมการเกี่ยวกับแฟกทอเรียล นักเรียนดำเนินการตามสูตร $P_{n,r}=\frac{n!}{(n-r)!}$ ได้ถูกต้อง แต่เมื่อถึงขั้นตอนที่ต้องแยกตัวประกอบเพื่อหาค่า n นักเรียนแยกตัวประกอบของสมการพหุนามกำลังสองไม่ได้จึงทำให้หาค่า n ไม่ได้

จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านการคำนวณตามบทนิยาม กฎ หรือสูตร คือ 6 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 1 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 31.58 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นมีสาเหตุมาจากการขาดความรอบคอบในการคำนวณ รวมทั้งไม่มีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยนักเรียนสามารถดำเนินการตามขั้นตอนของการแก้โจทย์ได้ถูกต้องแต่คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

จำนวนครั้งสูงสุดที่นักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านความครบถ้วนของขั้นตอนและลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ คือ 7 ครั้ง ขณะที่จำนวนครั้งที่นักเรียนมีข้อบกพร่องมากที่สุด คือ 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 28.42 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นส่วนหนึ่งมีสาเหตุมาจากข้อบกพร่องในด้านความรู้เชิงมโนทัศน์ของนักเรียน เนื่องจากเมื่อนักเรียนเลือกบทนิยาม กฎ หรือสูตรมาใช้ไม่ถูกต้อง จำสูตรไม่ได้ หรือใช้ผิดเงื่อนไข ส่งผลให้ขั้นตอนการดำเนินการแก้โจทย์บางขั้นตอนขาดหายไป หรือแม้บางครั้งนักเรียนจะทราบว่าต้องดำเนินการอย่างไรบ้าง แต่นักเรียนก็ไม่สามารถลำดับขั้นตอนได้ว่าต้องทำก่อนหรือหลัง เช่น ในการสร้างจำนวนคี่บวกที่มี 4 หลักจากเลขโดด 0-9 โดยที่ไม่ต้องแบ่งกรณี นักเรียนลำดับขั้นตอนการเลือกวางเลขโดดในแต่ละหลักไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนส่วนใหญ่คิดว่าต้องเลือกวางเลขโดดในหลักพัน หลักร้อย หลักสิบ และหลักหน่วย ตามลำดับ โดยไม่คำนึงถึงเงื่อนไขของโจทย์ว่าต้องสร้างจำนวนคี่บวกโดยที่ไม่ต้องแบ่งกรณี และในหลักพันเป็นเลข 0 ไม่ได้ จึงต้องวางเลขโดดในหลักหน่วยและหลักพันก่อนเลือกวางเลขโดดในหลักอื่น

จากผลการวิจัยที่พบข้อบกพร่องของนักเรียนเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ทั้งด้านความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการ แสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน ครูต้องให้ความสำคัญกับทั้งความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการไม่ควรเน้นเพียงด้านใดด้านหนึ่งเพราะความรู้เชิงมโนทัศน์และด้านความรู้เชิงกระบวนการมีความสัมพันธ์กัน ข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นควรถูกนำมาใช้เป็นข้อมูลในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เหมาะสมเพื่อแก้ไขหรือป้องกันไม่ให้นักเรียนเกิดข้อบกพร่องเหล่านี้อีก ซึ่งจะส่งผลให้การเรียนการสอนในเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนประสบผลสำเร็จ

สำหรับความรู้เชิงมโนทัศน์สามารถพัฒนาได้โดยจัดการเรียนรู้ที่มีความหมายสำหรับผู้เรียน ทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของสิ่งที่เรียน เกิดการเรียนรู้อย่างเข้าใจไม่ใช่ท่องจำซึ่งจะสามารถต่อยอดไปสู่การเรียนรู้ที่ลึกซึ้งได้ มีการออกแบบกิจกรรมและงานให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่ต้องการพัฒนา โดยวิเคราะห์แยกเป็นมโนทัศน์ย่อยที่จะสอนก่อน แล้วออกแบบกิจกรรมสำหรับแต่ละมโนทัศน์ ซึ่งเป็นกิจกรรมหรือสถานการณ์ที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของผู้เรียน แต่ไม่ยากเกินกว่าที่ผู้เรียนจะคิดได้ และอาจใช้คำถามที่ส่งเสริมกระบวนการคิดเพื่อช่วยให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้ด้วยตนเองและขยายไปสู่ความหมายใหม่หรือความรู้เชิงนามธรรมโดยผู้สอนจะต้องคอยชี้แนะ กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ได้ฝึกปฏิบัติจริง ทำกิจกรรม คิด สังเกต วิเคราะห์อภิปราย และหาข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง มีการจัดสภาพแวดล้อมหรือบริบทของการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการเรียนรู้ มีการประเมินผลการพัฒนามโนทัศน์เป็นระยะ ๆ อย่างสม่ำเสมอในกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนทั้งรายบุคคลและโดยรวม นอกจากนี้ผู้สอนควรสะท้อนการสอนของตนจากผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นกับผู้เรียนเพื่อที่จะปรับการจัดการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ขณะที่สำหรับการพัฒนาความรู้เชิงกระบวนการครูควรพึงระลึกไว้เสมอว่า ไม่ว่าครูคิดว่ากำลังสอนขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์อะไร นักเรียนอาจจะทำโดยวิธีการที่แตกต่างออกไป ซึ่งการดำเนินการทั้งในส่วนของสัญลักษณ์และขั้นตอนวิธีการนั้นอาจจะมีการดำเนินการวิธีใหม่ ๆ อยู่เสมอ การเรียนรู้วิธีการดำเนินการด้วยวิธีที่หลากหลายจะทำให้นักเรียนสามารถใช้การดำเนินการกับสถานการณ์ที่ซับซ้อนมีความคล่องแคล่วขึ้นและนำความรู้และความเข้าใจไปใช้ในช่วงเวลาต่าง ๆ ได้ โดยการเรียนรู้ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ต้องไม่ใช่เป็นเพียงการจดจำหรือเลียนแบบขั้นตอนจากครูเท่านั้น แต่ควรให้ผู้เรียนเกิดความรู้เชิงมโนทัศน์ก่อน หลังจากนั้นให้ผู้เรียนสร้างขั้นตอน/กระบวนการ/วิธีการจากความรู้เชิงมโนทัศน์เหล่านั้นด้วยตนเองภายหลัง ซึ่งครูต้องให้โอกาสนักเรียนได้ใช้ความคิดเพื่อสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง จากนั้นจึงให้นักเรียนคิดสร้างขั้นตอนหรือวิธีแก้ปัญหาขึ้นเอง

จากแนวคิดในการพัฒนาความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้เชิงกระบวนการดังกล่าว การส่งเสริมให้นักเรียนคิดไตร่ตรองเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ที่มีอยู่เดิมกับความรู้ใหม่ ทำให้ผู้เรียนไปสู่การค้นพบมโนทัศน์ใหม่ที่ลึกซึ้งขึ้นกว่าเดิม นอกจากนี้ยังทำให้ผู้เรียนได้เกิดการปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ภายในตนเองด้วย สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้แบบคอนสตรัคติวิสที่เชื่อว่าการกระตุ้นให้เกิดการคิดไตร่ตรองจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจถึงปัญหาที่เกิดขึ้นและพร้อมหาแนวทางแก้ไขโดยอยู่บนหลักของเหตุผลว่าเมื่อผู้เรียนตระหนักถึงกระบวนการคิดของตนเอง มีส่วนร่วมในประสบการณ์การเรียนรู้ตามลำดับที่สูงขึ้น พวกเขาจะสร้างความเชื่อมโยงที่มีความหมายภายในโครงสร้างความรู้ของตนเองและพัฒนาความเข้าใจที่ลึกซึ้งยิ่งขึ้นเกี่ยวกับแนวคิดใหม่ๆ และเมื่อนักเรียนได้รับความรู้เชิงมโนทัศน์มาแล้วพวกเขายังสามารถสร้างความรู้เชิงกระบวนการจากความรู้เชิงมโนทัศน์ของตนเองผ่านการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องซ้ำอีกด้วย

เอกสารอ้างอิง

[1] Amporn Makanong. 2013. Chittawitthaya kan rianru khanittasat. In Mark Tamthai (Eds). **Foundations and Methodologies of Mathematics Instruction.** Unit 5. 2nd ed. Nonthaburi: Sukhothai Thammathirat Open University Press.

[2] Amporn Makanong. 2015. **Khanitsat samrap khru matthayom.** 2nd ed. Bangkok: Chulalongkorn University Press.

[3] Amporn Makanong. 2016. **Thaksa lae krabuankan thang khanittasat: kanphatthana phua phatthanakan.** 3rd ed. Bangkok: Chulalongkorn University Press.

[4] Usavadee Chantarasonthi. 2013. Kanpramoen khwamsamat thangkhanitsat. In Sakorn Boondoa (Eds). **Foundations and Methodologies of Mathematics Instruction.** Unit 12. 2nd ed. Nonthaburi: Sukhothai Thammathirat Open University Press.

[5] Joersz, J. R. 2017. Changing the Way That Math is Taught: Conceptual Versus Procedural Knowledge [Electronic version]. **Learning to Teach**, 5(1), p. 1-4. Retrieved November 2, 2017, from http://utdr.utole do.edu/learningtoteach/vol5/iss1/4

[6] Khasha, K. H. 2014. Conceptual and Procedural Knowledge of Rational Numbers for Riyadh Elementary School Teachers [Electronic version]. **Journal of Education and Human Development**, 3(4), p. 181-197. Retrieved November 6, 2017, from http://dx.doi.org/10. 15640/jehd.v3n4a17

[7] Lee, P. Y. 2006. **Teaching Secondary School Mathematics: A Resource Book.** Singapore: McGraw-Hill.

[8] Sriraman, B. and English, L. D. 2004. Combinatorial Mathematics: Research into Practice. **The Mathematics Teacher,** 98(3), p.182-191.

[9] The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. 2011. **Khumukhru raiwicha phoemtoem khanitsat lem 4 chanmathayomsuksapithi 4-6.** Bangkok: Sorkorsorkhor Ladprao Press.

[10] Pirom Poonsawat. 2016. A Development Achievement in Fraction for Grade 5 Students by Using the Skill Practice. **Journal of Industrial Education,** 15(2), p. 72-79.

[11] Suriya Rattanapoltee. 2002. **Mathematics Misconceptions on "Permutation and Combination" of Mathayomsuksa 6 Students of Mathayom Wat Benchamabophit School.** Master's Project M.Ed. (Secondary Education), Graduate School, Srinakharinwirot University.

[12] Nutjira Busadee. 2010. **Enhancing highschool students' achievement in permutation and combination through nontraditional word problems, sport problems and probabilistic games.** Doctor of Philosophy (Science and Technology Education), Mahidol University.

[13] Grailurk Phonpa. 2008. **Mathematical Laboratory Activity Packages to Prevent the Misconceptions on "Permutations" of the First Year Vocational Certificate Students.** Master's Project M.Ed. (Secondary Education), Graduate School, Srinakharinwirot University.

[14] Amporn Makanong. 1993. **A diagnosis of mathematics learning deficiency of mathayomsuksa five students of Chulalongkorn Universtiy Demonstration School.** Bangkok: Chulalongkorn University Press.

[15] Usry, R., Rosli, R. and Maat, Siti M. 2016. An Error Analysis of Matriculation Students' Permutations and Combinations[Electronic version]. **Indian Journal of Science and Technology,** 9(4), p.1-6. Retrieved April 2, 2018, from http://dx.doi.org/10. 17485/ijst/2016/v9i4/81793