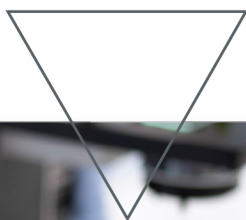


ปีที่ 25 ฉบับที่ 2 [2569] Vol. 25, No. 2 [2026]

พฤษภาคม – สิงหาคม 2569

ISSN 2822-1508 [Online]



ศูนย์ดัชนีการอ้างอิงวารสารไทย
Thai-Journal Citation Index Centre

Advisory Board

from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Professor Dr. Saowanit Sukparungsee

Professor Dr. Vilai Rungsardthong

Professor Dr. Sompoch Noichinda

Associate Professor Dr. Surapun Yimman

Associate Professor Dr. Pianpool Kamoljitprapa

Associate Professor Dr. Malinee Sriariyanun

Editor-in-Chief

from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Associate Professor Narumol Kreua-ongarjnukool

Editor

from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Associate Professor Dr. Nonchanutt Chudpooti

Associate Professor Dr. Sekson Sirisubtawee

Co-Editor

from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Professor Dr. Yupaporn Areepong

Assistant Professor Dr. Chatchawan Singhapol

Dr. Wannarak Nopcharoenkul

Managing Editor

from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Assistant Professor Dr. Chonnikarn Rodmorn

Assistant Professor Dr. Komthep Silpcharu

Editorial Team

from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Associate Professor Dr. Orathai Polsen

Associate Professor Dr. Suvimol Phanyaem

Associate Professor Dr. Walaiporn Prissanaroon Ouajai

Associate Professor Dr. Tanapat Anusas-amornkul

Associate Professor Dr. Sukanya Thepwatee

Assistant Professor Dr. Anusara Srisrual

Assistant Professor Dr. Theerawut Phusantisampan

Assistant Professor Dr. Jintawat Tanamatayarat

Assistant Professor Dr. Thidararat Wangkham

Assistant Professor Dr. Saowapa Thumsing Niyomthai

Editorial Board

Professor Dr. Paul Pigram

La Trobe University, Australia

Professor Dr. Melvin Pascall

The Ohio State University, USA

Editorial Board (cont.)

Professor Dr. Andrea De Gaetano

Óbuda University, Budapest, Hungary and CNR-IASI Rome and CNR-IRIB Palermo, Italy

Associate Professor Dr. Nutapong Somjit

University of Leeds, United Kingdom

Dr. Nutsuda Sumonsiri

Teesside University, United Kingdom

Professor Dr. Sergey Meleshko

Suranaree University of Technology, Thailand

Emeritus Professor Dr. Yongwimon Lenbury

Mahidol University, Thailand

Professor Dr. Sutthisak Phongthanapanich

King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Professor Dr. Anuvat Sirivat

Chulalongkorn University, Thailand

Professor Dr. Supa Hannongbua

Kasetsart University, Thailand

Associate Professor Dr. Yaowadee Temtanapat

Thammasat University, Thailand

Associate Professor Dr. Khongsak Srikaeo

Pibulsongkram Rajabhat University, Thailand

Associate Professor Dr. Weeradej Meeinkuirt

Mahidol University, Thailand

Associate Professor Dr. Wararit Panichkitkosolkul

Thammasat University, Thailand

Associate Professor Dr. Montip Tiensuwan

Mahidol University, Thailand

Associate Professor Dr. Piyapatr Busababodhin

Maharakham University, Thailand

Associate Professor Dr. Wantida Chaiyana

Chiang Mai University, Thailand

Associate Professor Dr. Pranee Phinyocheep

Mahidol University, Thailand

Assistant Professor Dr. Kwan Arayathanitkul

Mahidol University, Thailand

Assistant Professor Dr. Narumon Emarat

Mahidol University, Thailand

Assistant Professor Dr. Kitiporn Plaimas

Chulalongkorn University, Thailand

Assistant Professor Dr. Chatchai Khunboa

Khon Kaen University, Thailand

Assistant Professor Dr. Julaluk Khemacheewakul

Chiang Mai University, Thailand

Assistant Professor Dr. Jutarat Iewkittayakorn

Prince of Songkla University, Thailand

Assistant Professor Dr. Yanisa Laoong-u-thai

Burapha University, Thailand

Editorial Board (cont.)

Assistant Professor Dr. Sararat Mahasaranon

Naresuan University, Thailand

Dr. Worawut Srisukkhram

Chiang Mai University, Thailand

Management Staff

from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand

Miss Wilawan Sae-jeng

Miss Kitsiya Chuchuaysuwan

JOURNAL POLICY

Journal of Applied Science and Emerging Technology (JASET) is an academic journal published Triannually by the Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok. The JASET publishes papers in four types: (1) original research articles in Thai or English, (2) academic articles in Thai or English, (3) review articles in Thai or English, and (4) editorial corner/invitation articles in English, encompassing all areas of applied science and technology. The journal will not accept articles, which have been published or are being considered for publication by another journal, nor should papers published here be submitted to other journals.

"Journal of Applied Science and Emerging Technology does not have policy to collect publication fee"

"Journal of Applied Science and Emerging Technology published both as electronic journal [ISSN 2822-1508 (Online)] available on ThaiJO system"

Scope of the Journal

To publish academic, research and review articles covering all areas of both basic and applied science and technology including pure and applied mathematics, statistics, chemistry and applied chemistry, physics and industrial physics, environmental science and technology, biotechnology, agro-industrial and food technology, medical science and applications, health and beauty technology, computer and informatic science and materials science

Peer Review Process

Each article must be double blind peer reviewed by at least 3 reviewers from the related field.

Human and Animal Ethics in Research

The authors are requested for the appropriate disclosures and declarations if their research involves human participants and animals having an impact on their right, prestige, safety, and health. Hence, they must receive approval from the appropriate ethics committees for research involving humans and/or animals and submit the evidence of approval with the manuscript. Starting from May, 1st 2022)

Language

Both Thai and English

Publication Frequency

Once every four months (Triannual)

First Issue: January to April

Second Issue: May to August

Third Issue: September to December

Remarks

Authors have to be responsible for any legal effects that may occur due to their opinions expressed in the articles.

Website for submissions: www.tci-thaijo.org/index.php/JASCI

Contact: jaset@sci.kmutnb.ac.th

Copyright©2026 by Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok.
All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced stored or transmitted in any material form or by any methods including electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without the prior written permission of the publisher, except in accordance with the provisions of the Copyright Design and Patents Act 1988.

TABLE OF CONTENT

Invited Paper

Emerging Technologies for Sustainable Food Innovation: Integrating Processing, Powder Engineering, Digitalisation, Circularity, and Sustainable Packaging

Nutsuda Sumonsiri, and Ishak Ruzaina*.....e900009

Research Articles

Research and Development of a Prototype Student Backpack: Emphasis on Ergonomic Criteria

Adekunle Ibrahim Musa, Adeleke Babatunde Ogunsona, and Ayomide Idris Musa*.....e257206

Left and Right Transposition Regular Γ -TA-Groupoids

Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับขวาและซ้าย

*Pairote Yiarayong, and Kunnida Rodruang**.....e265033

Effects of Ash Derived from Quality Improvement of Coconut Husk by Leaching with Water

ผลกระทบของเถ้าจากการปรับปรุงคุณภาพเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวโดยการชะล้างด้วยน้ำ

Thanet Unchaisri, Pawin Chaivatamaset, Waraporn Methawiriyasilp, and Jaruwan Poosri*.....e265678

Evaluating the Performance of Quantile Regression-Based Prediction Intervals

การประเมินประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ด้วยการถดถอยควอนไทล์

*Kittayakarn Isarangura Na Ayuthya, and Chanaphun Chananet**.....e268957

A Comparison of Time Series Forecasting Model for Predicting the Number of Applicants for Graduate Level

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองอนุกรมเวลาสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้สมัครเข้าศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษา

Premwadee Avutgampreecha.....e269382

Emerging Technologies for Sustainable Food Innovation: Integrating Processing, Powder Engineering, Digitalisation, Circularity, and Sustainable Packaging

Nutsuda Sumonsiri* and Ishak Ruzaina

School of Health and Life Sciences, Teesside University, Middlesbrough TS1 3BX, United Kingdom

*Corresponding Author, E-mail: nutsudasumonsiri@gmail.com DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.001

Received 14 July 2026; **Revised** 20 August 2026; **Accepted** 28 August 2026

ABSTRACT

The food sector is under increasing pressure to improve productivity and food security while reducing resource consumption, food loss, waste, and environmental impacts. Emerging technologies are providing new approaches to address these challenges, but their contribution to sustainability depends on their technical performance, economic feasibility, and integration within the wider food system. This review examines recent advances in sustainable food innovation, focusing on five complementary areas: advanced food processing, powder engineering, circular food systems, digital transformation, and sustainable packaging. Technologies including high-pressure processing, pulsed electric fields, cold plasma, ultrasound, electrostatic powder coating, artificial intelligence, food-waste valorisation, and biodegradable and active packaging are discussed in relation to their effects on processing efficiency, resource use, product quality, and waste reduction. The review also considers the main barriers to wider adoption, including scale-up, investment costs, regulatory requirements, process integration, data availability, and variability in raw materials and processing conditions. Particular attention is given to the need for life cycle, techno-economic, and social assessment to determine whether improvements at individual processing stages translate into benefits at the food-system level. Future research should focus on integrating complementary technologies, developing data-driven and resource-efficient manufacturing systems, and improving the commercial viability of circular and sustainable solutions. Such an integrated approach can help move promising technologies from laboratory research towards practical applications that support more resilient, efficient, and sustainable food systems.

KEYWORDS: Sustainable food innovation, Emerging technologies, Food processing, Powder engineering, Circular economy

1. INTRODUCTION

The global food system is facing unprecedented challenges in ensuring food security while minimising environmental impacts and meeting evolving consumer expectations. Global food systems currently account for approximately one-third of anthropogenic greenhouse gas emissions, utilise around 70% of global freshwater withdrawals, and occupy nearly half of the world's habitable land, highlighting the substantial environmental footprint associated with food production (Cerutti et al., 2023; Knorr & Augustin, 2025; Wisser et al., 2024). Rapid population growth, urbanisation, climate change, diminishing natural resources, and increasing pressure on agricultural production have intensified the need for innovative approaches to food production and processing. According to the United Nations, the global population is projected to reach approximately 9.7 billion by 2050, increasing global food demand by an estimated 50–60% compared with current production levels (Hussain et al., 2025; Oluwole et al., 2023). Meeting this demand while reducing environmental impacts represents one of the greatest challenges facing modern food systems. Consequently, sustainability has become a central objective throughout the food supply chain, encompassing agricultural production, food manufacturing, distribution, consumption, and waste management.

In recent years, sustainable food innovation has emerged as an important response to these pressures. It extends beyond the development of new food products to consider how foods are sourced, processed, packaged, distributed, consumed, and ultimately disposed of. The aim is to use resources more efficiently, reduce environmental impacts, maintain nutritional and sensory quality, and minimise food loss. At the

same time, manufacturers are responding to growing interest in healthier foods, clean-label products, minimally processed ingredients, and more environmentally responsible production practices. These expectations are increasingly influencing product development and processing decisions across the food sector (Balasubramaniam et al., 2023).

Emerging technologies are central to this transition. Developments in food processing, materials science, biotechnology, digitalisation, and engineering are giving manufacturers new ways to improve process efficiency without compromising food quality. Technologies such as high-pressure processing, pulsed electric fields, cold plasma, ultrasound, ohmic heating, and microwave-assisted processing provide alternatives to conventional thermal treatments, with potential benefits for microbial safety, product quality, processing time, and energy use (Srivastava & Sit, 2025). At the same time, artificial intelligence (AI), machine learning, digital twins, and smart sensing are being used to monitor processes, support quality control, and improve resource management (Ding et al., 2023).

Alongside advances in processing technologies, innovations in powder engineering have gained increasing attention owing to their broad applications across the food industry. Powder-based ingredients are widely utilised in snack seasonings, dairy products, beverages, nutritional supplements, and functional food formulations, where particle characteristics and adhesion behaviour significantly influence manufacturing efficiency, product quality, and ingredient utilisation. Emerging technologies such as electrostatic powder coating provide promising approaches to improving powder transfer efficiency, enhancing seasoning adhesion, reducing ingredient losses, and facilitating the development of

healthier food products with lower salt and fat contents (Sumonsiri & Barringer, 2024). Such innovations demonstrate how engineering solutions can simultaneously improve product performance and contribute to more sustainable manufacturing practices through reduced material waste and improved process efficiency.

Another important pillar of sustainable food innovation is the transition towards circular food systems. Approximately one-third of food produced globally is lost or wasted throughout the supply chain, representing substantial losses of resources, energy, and economic value (Heydari, 2024). Consequently, increasing emphasis has been placed on the valorisation of agricultural by-products and food processing residues into high-value ingredients, bioactive compounds, functional food ingredients, biodegradable packaging materials, and renewable biomaterials. Emerging extraction technologies, biorefinery approaches, and novel biomaterial engineering have expanded opportunities to transform food waste streams into valuable resources, thereby supporting circular economy principles and reducing environmental burdens (Panda et al, 2024).

Sustainable food innovation also extends beyond food production to encompass packaging and distribution systems. Growing concerns regarding plastic pollution and carbon emissions have accelerated research into biodegradable polymers, edible coatings, active packaging, intelligent packaging, and bio-based composite materials (Murugesan & Li, 2026). These innovations aim not only to reduce dependence on petroleum-based plastics but also to improve food preservation, minimise spoilage, and extend product shelf life. The integration of sustainable packaging with advanced food processing technologies represents

an increasingly important strategy for reducing the overall environmental impact of food systems.

Despite remarkable technological progress, several challenges continue to limit the widespread adoption of emerging technologies within the food industry. High capital investment, technological complexity, regulatory approval processes, scalability, consumer acceptance, and integration into existing manufacturing systems remain significant barriers. Furthermore, evaluating sustainability requires a systems-level perspective that considers environmental, economic, and social dimensions throughout the entire food value chain (Alamandi, 2025). Future innovations must therefore balance technological feasibility with commercial viability, regulatory compliance, and societal expectations to achieve meaningful and lasting impacts.

This review critically examines recent advances in emerging technologies that are driving sustainable food innovation, with particular emphasis on novel food processing technologies, powder engineering, circular food systems through food waste valorisation, digital transformation, and sustainable packaging. In addition to discussing current applications and sustainability benefits, the review highlights existing challenges, knowledge gaps, and future research directions. By integrating perspectives from food engineering, material science, and sustainable manufacturing, this review aims to provide a comprehensive overview of how emerging technologies can contribute to the development of resilient, resource-efficient, and environmentally sustainable food systems.

2. SUSTAINABLE FOOD INNOVATION

2.1 Concept and Drivers of Sustainable Food Innovation

Sustainability is now an important consideration in the development of food products and manufacturing processes. Conventional food production has traditionally placed strong emphasis on productivity, yield, and economic return, while environmental pressures and resource constraints have broadened the criteria used to judge innovation (Galanakis, 2024). The food and beverage sector is also energy intensive, accounting for approximately 30% of industrial energy consumption in many developed economies (Corigliano et al., 2025). Improving the efficiency of food processing therefore offers a practical route to reducing environmental impacts. Sustainable food innovation encompasses not only new products, but also changes in processing, packaging, distribution, and consumption that can improve environmental performance while remaining economically viable and socially beneficial.

The concept of sustainable food innovation is closely aligned with the three pillars of sustainability—environmental protection, economic prosperity, and social responsibility. Environmentally, food innovation seeks to reduce greenhouse gas emissions, conserve water and energy resources, minimise food loss and waste, and decrease reliance on non-renewable materials. Economically, innovations should improve production efficiency, enhance resource utilisation, and generate value throughout the food supply chain. Socially, sustainable innovation aims to improve food security, nutrition, consumer health, and equitable access to safe and affordable foods (Çakmakçı et al., 2023). Consequently, successful food innovation requires balancing these interconnected dimensions rather than optimising a single objective.

Several global initiatives have accelerated the transition towards sustainable food systems. The

United Nations Sustainable Development Goals (SDGs), particularly Zero Hunger (SDG 2), Responsible Consumption and Production (SDG 12), Climate Action (SDG 13), and Life Below Water (SDG 14), have provided strategic frameworks that encourage governments, industries, and researchers to develop sustainable solutions throughout the food value chain (Jacob-John et al., 2021). Simultaneously, increasing corporate commitments towards carbon neutrality and circular economy principles have further stimulated investment in innovative food technologies and sustainable manufacturing practices.

Consumer expectations are another important driver of food innovation. There is growing interest in foods that are nutritious, minimally processed, clean-label, and produced with greater consideration for environmental impacts (Balasubramaniam et al., 2023). This has contributed to increased interest in plant-based foods, functional ingredients, sustainable packaging, and processing technologies that use resources more efficiently (Golshany et al., 2026). Sustainability is therefore becoming increasingly relevant to product development and market positioning, rather than being treated solely as an environmental consideration.

2.2 Pillars of Sustainable Food Innovation

Sustainable food innovation encompasses multiple interconnected domains throughout the food system. These domains extend beyond product formulation and include technological innovations that improve efficiency, reduce environmental impacts, and enhance resource utilisation across the entire food value chain.

The first pillar is sustainable food processing, which focuses on improving manufacturing efficiency while maintaining food safety and nutritional

quality. Conventional thermal processing often requires substantial energy inputs and may negatively affect heat-sensitive nutrients and sensory characteristics (Srivastava & Sit, 2025). Consequently, considerable research has been directed towards developing alternative processing technologies that reduce energy consumption while preserving product quality.

The second pillar involves sustainable ingredients and product development. This includes reformulation strategies to reduce salt, sugar, and saturated fat without compromising sensory quality (Onyeaka et al., 2023), as well as the incorporation of functional ingredients derived from sustainable sources (Teixé-Roig et al., 2023). Advances in ingredient functionality and powder engineering have enabled the development of healthier food products with improved ingredient utilisation and reduced manufacturing losses.

A third pillar is the transition towards circular food systems, where agricultural by-products and food processing residues are viewed as valuable resources rather than waste. Valorisation strategies convert these materials into functional food ingredients, nutraceuticals, biodegradable packaging materials, animal feeds, and bio-based chemicals (Boudalia et al., 2026). Such approaches simultaneously reduce waste generation and create new economic opportunities while supporting circular economy principles.

Another increasingly important pillar is digital transformation, encompassing artificial intelligence, machine learning, big data analytics, Internet of Things (IoT) technologies, and digital twins. These technologies facilitate real-time process monitoring, predictive maintenance, quality optimisation, supply chain transparency, and precision manufacturing, thereby improving both productivity and sustainability (Rahmani et al., 2024).

Finally, sustainable packaging innovation has become essential for reducing environmental impacts associated with food preservation and distribution. Research efforts increasingly focus on biodegradable polymers, edible coatings, bio-based composites, active packaging, and intelligent packaging systems capable of extending shelf life while reducing reliance on conventional petroleum-based plastics (Dutta & Sit, 2024).

These areas are closely connected in practice. For example, a more efficient processing method may reduce energy use, but its overall sustainability will also depend on ingredient utilisation, packaging, waste management, and the resources required elsewhere in the supply chain. Similarly, digital process optimisation can support better control of processing and powder application, while packaging and by-product valorisation can help reduce losses after production. Considering these interactions is therefore important when evaluating the overall contribution of emerging technologies to sustainable food systems.

2.3 Measuring Sustainability in Food Innovation

The sustainability of food innovations cannot be assessed solely based on technological performance or product quality. Comprehensive evaluation requires consideration of environmental, economic, and social impacts throughout the product life cycle (Marques et al., 2025). Consequently, life cycle assessment (LCA) has become one of the most widely adopted methodologies for quantifying environmental impacts associated with food production, including greenhouse gas emissions, energy consumption, water use, land use, and waste generation. For example, LCA enables quantification of greenhouse gas emissions (kg CO₂-equivalent), energy demand (MJ), water footprint (m³), land use (m²), and waste generation across the entire food life cycle (D'Agaro

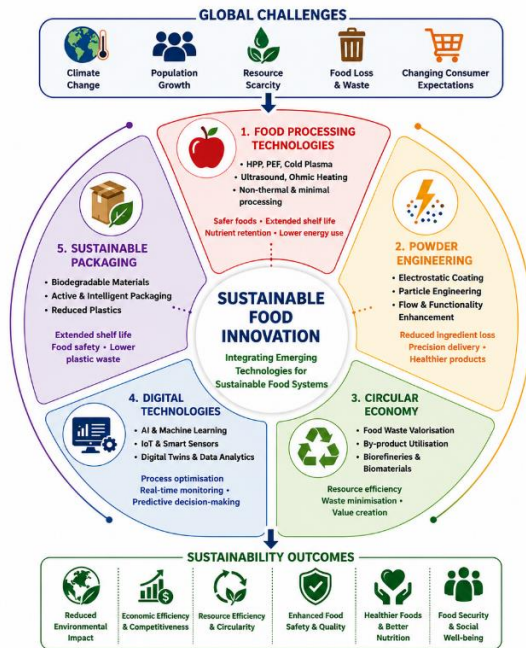


Figure 1 Integrated framework illustrating how emerging technologies collectively advance sustainable food innovation.

et al., 2021), providing a comprehensive basis for comparing emerging technologies.

Environmental performance is only one part of the assessment. Techno-economic analysis (TEA) can be used to examine capital investment, operating costs, productivity, and scalability, while social considerations include food safety, nutritional quality, consumer acceptance, affordability, and ethical issues (Vickram et al., 2025; Biesbroek et al., 2023). Considering these factors together can reveal trade-offs that may not be apparent when a technology is assessed on processing performance alone. A process that uses less energy, for example, may still be unattractive if its capital cost is prohibitive or if it requires substantial changes to existing production infrastructure.

Despite substantial progress, evaluating sustainability remains challenging due to the complexity of food systems and the trade-offs that often exist between different sustainability dimensions. Technologies that reduce energy consumption may require high capital investment,

while biodegradable packaging materials may present limitations in barrier performance or shelf-life extension (Panou & Karabagias, 2023). Similarly, highly efficient processing technologies may face regulatory hurdles or consumer scepticism, particularly when they involve novel manufacturing methods. These considerations highlight the importance of adopting holistic and systems-based approaches when designing and implementing sustainable food innovations.

Collectively, these five technological domains provide a comprehensive framework for advancing sustainable food innovation by integrating engineering, digitalisation, circular resource management, and environmentally responsible packaging to improve food quality, manufacturing efficiency, and sustainability outcomes. The relationships between these technological pillars and their contributions to sustainable food systems are illustrated in Figure 1.

3. EMERGING TECHNOLOGIES IN SUSTAINABLE FOOD INNOVATION

Technological development is changing how food products are processed, formulated, monitored, and packaged. Recent advances in food engineering, materials science, biotechnology, and digital technologies have created alternatives to conventional processes and provided new opportunities to improve efficiency and reduce resource use (Alam et al., 2025). The technologies discussed in this section differ considerably in their maturity and applications, but they share a common objective: to improve food production while addressing one or more environmental, economic, or social sustainability concerns (Gavahian, 2024).

3.1 Novel Food Processing Technologies

Food processing plays a fundamental role in ensuring food safety, extending shelf life, and improving product functionality. However, conventional thermal processing methods often involve prolonged heating, leading to high energy consumption and undesirable changes in nutritional value, flavour, texture, and colour (Srivastava & Sit, 2025). Consequently, considerable research has focused on developing non-thermal and advanced thermal technologies capable of maintaining food quality while improving process sustainability.

Among these technologies, high-pressure processing (HPP) has become one of the most commercially established non-thermal preservation methods. HPP applies hydrostatic pressures typically ranging from 300 to 600 MPa to inactivate microorganisms and certain enzymes without requiring high temperatures (Abera, 2019). Because pressure is transmitted uniformly throughout the food matrix, products retain their nutritional quality, fresh flavour, colour, and texture more effectively than conventionally heat-treated foods. HPP has been widely adopted for fruit juices, ready-to-eat meats, seafood, dairy products, and fresh produce, contributing to reduced food spoilage and extended shelf life (Nema et al., 2022).

Another promising technology is pulsed electric field (PEF) processing, which utilises short high-voltage electrical pulses to permeabilise microbial and cellular membranes (Gao et al., 2026). Besides microbial inactivation, PEF enhances mass transfer processes, improving extraction efficiency, drying performance, and juice yield while reducing processing time and energy consumption. Studies have demonstrated improvements in juice extraction yields by approximately 35–40%, while drying (or extraction) times may be reduced by 60–80% compared with conventional processing

methods, depending on the food matrix and the target compounds (Chatzimitakos et al., 2023). Its ability to preserve heat-sensitive nutrients has attracted increasing interest in fruit and vegetable processing.

Cold plasma technology has emerged as an environmentally friendly approach for surface decontamination (Katsigiannis et al., 2022). Reactive oxygen and nitrogen species generated within plasma effectively inactivate microorganisms while requiring minimal water and chemical inputs. Cold plasma has shown considerable potential for fresh produce, grains, packaging materials, and food contact surfaces. Microbial reductions of approximately 1.5 to 3.5 log CFU have been reported for various fresh-produce applications without the use of chemical disinfectants (Pignata et al., 2017). Although industrial implementation remains limited by equipment design and regulatory considerations, the technology offers significant opportunities for sustainable sanitation.

Other innovative technologies, including ultrasound, ohmic heating, and microwave-assisted processing, have also demonstrated considerable sustainability advantages. Ultrasound enhances extraction, emulsification, drying, and freezing processes through acoustic cavitation, reducing processing times and improving energy efficiency. Ultrasound-assisted extraction has been shown to reduce extraction times by up to 90% while decreasing solvent consumption by between 25% and 50%, depending on the food matrix and target compounds (Linares & Rojas, 2022). Ohmic heating enables rapid and uniform volumetric heating by passing electrical currents directly through food materials, thereby reducing thermal gradients and improving product quality (Javed et al., 2025). Microwave-assisted processing provides rapid internal heating that shortens cooking and drying

times while lowering overall energy consumption compared with conventional heating methods (Ekezie et al., 2017).

Despite these advantages, several challenges continue to hinder widespread industrial adoption. High capital investment, equipment standardisation, process validation, and regulatory approval remain significant barriers (Alamandi, 2025), particularly for small- and medium-sized enterprises. Furthermore, optimisation of processing parameters for different food matrices requires continued research to maximise sustainability benefits while maintaining food quality and consumer acceptance.

3.2 Powder Engineering and Electrostatic Coating Technologies

Powder ingredients are widely used throughout the food industry, from seasonings and flavourings to milk powders, beverage mixes, nutritional supplements, spices, and bakery premixes. Their behaviour during handling and application depends on properties such as particle size, morphology, density, moisture content, surface characteristics, and electrostatic charge (Sumonsiri & Barringer, 2024). These properties affect flowability, segregation, adhesion, dust generation, and ultimately the amount of ingredient that reaches the intended product surface. Powder engineering therefore provides an important means of improving material utilisation and process consistency.

One of the major challenges associated with powder application is poor adhesion efficiency. Conventional seasoning systems often rely on mechanical tumbling, where a considerable proportion of powder fails to adhere to the product surface and is subsequently lost during processing (Sumonsiri & Barringer, 2024). Such losses increase

raw material consumption, cleaning requirements, and production costs while generating unnecessary food waste.

Electrostatic powder coating (EPC) has emerged as a promising technology for improving powder deposition efficiency. By electrically charging powder particles and applying an opposite charge or grounded surface to the food product, electrostatic attraction enhances particle adhesion and promotes more uniform coating distribution (Barringer & Sumonsiri, 2015). Compared with conventional seasoning methods, EPC can substantially improve transfer efficiency, reduce overspray losses, and achieve desired flavour intensity using smaller quantities of seasoning. Electrostatic coating, influenced by powder characteristics, processing parameters, and surface properties of the product, has been shown to enhance powder transfer efficiency by roughly 20–50%, thereby minimising ingredient loss and improving overall coating performance (Sumonsiri & Barringer, 2024).

Beyond improving manufacturing efficiency, electrostatic coating offers several sustainability advantages. Enhanced particle adhesion reduces ingredient losses, minimises airborne powder emissions, and lowers cleaning requirements, thereby improving both material utilisation and workplace hygiene (Likitwattanasade & Barringer, 2015). More precise powder deposition also supports product reformulation by enabling targeted delivery of salt, sugar, flavourings, and functional ingredients while maintaining desirable sensory attributes. Consequently, electrostatic coating not only improves process efficiency but also contributes to healthier product development and more sustainable manufacturing practices (Sumonsiri et al., 2020; Sumonsiri & Barringer, 2024).

Recent developments in particle engineering have further expanded the capabilities of electrostatic coating. Optimisation of particle size distribution, particle morphology, moisture content, and surface charge characteristics can significantly improve powder flowability and deposition behaviour (Suhag et al., 2024). The integration of electrostatic coating with computational modelling, image analysis, and machine learning offers additional opportunities for process optimisation and quality prediction (Dávalos-Saucedo et al., 2026).

Although electrostatic coating has demonstrated considerable promise, several technical challenges remain. Product geometry, surface roughness, humidity, powder composition, and environmental conditions all influence electrostatic charging behaviour and coating efficiency. Furthermore, scale-up from laboratory systems to industrial production requires robust process control strategies to ensure consistent product quality (Song et al., 2025). Continued interdisciplinary research combining food engineering, materials science, and process automation will be essential for maximising the commercial potential of this technology.

3.3 Circular Food Systems and Food Waste Valorisation

The transition from linear production models towards circular food systems represents a fundamental shift in sustainable food innovation. Rather than treating food processing residues as waste, circular approaches seek to recover valuable components and reintroduce them into the food value chain (Rizwan et al., 2025). This strategy not only reduces environmental impacts but also generates additional economic value from underutilised resources.

Numerous agricultural by-products, including fruit peels, vegetable residues, cereal bran, brewer's spent grain, coffee grounds, seafood shells, and seaweed biomass, contain valuable dietary fibre, proteins, bioactive compounds, pigments, antioxidants, and polysaccharides (Boruah & Ray, 2024). Globally, fruit and vegetable processing alone generates approximately 25–30% by-product biomass (Ray et al., 2025), much of which remains underutilised despite containing valuable dietary fibre, proteins, polyphenols, pigments, and other bioactive compounds. Advances in extraction technologies—including ultrasound-assisted extraction, microwave-assisted extraction, supercritical fluid extraction, and enzyme-assisted extraction—have significantly improved the recovery of these high-value compounds while reducing solvent usage and energy consumption (Díaz-de-Cerio & Trigueros, 2025).

Recovered materials can be incorporated into functional foods, nutraceuticals, natural preservatives, biodegradable packaging materials, and biomaterials, supporting both product innovation and waste reduction (Hossain et al., 2026). For example, seaweed-derived polysaccharides have attracted increasing attention for the development of biodegradable films and edible coatings, while seafood processing by-products provide valuable sources of chitosan, collagen, and bioactive peptides with applications in food preservation and packaging (Sousa et al., 2025).

Despite substantial progress, the successful implementation of circular food systems requires overcoming technical, regulatory, and economic barriers. Variability in raw material composition, collection logistics, consumer acceptance, and standardisation of extraction processes continue to limit large-scale commercialisation (Ligarda-Samanez et al., 2025). Future research should

therefore focus on integrated biorefinery approaches capable of maximising resource recovery while maintaining economic feasibility.

3.4 Digital Technologies and Smart Food Manufacturing

Digitalisation is rapidly transforming food manufacturing by enabling data-driven decision-making and intelligent process optimisation. The integration of artificial intelligence (AI), machine learning (ML), Internet of Things (IoT) devices, cloud computing, digital twins, and advanced sensing technologies has facilitated the emergence of smart food factories capable of continuously monitoring production processes in real time (Ding et al., 2023). Machine learning algorithms can analyse large datasets generated during food manufacturing to predict product quality, optimise process parameters, detect equipment faults, and minimise production variability (Ding et al., 2023). Recent studies have reported prediction accuracies exceeding 90–95% for quality classification, shelf-life prediction, and process optimisation using machine learning algorithms (Melikoglu, 2026). AI-assisted product formulation further enables the rapid identification of ingredient combinations that satisfy nutritional, sensory, economic, and sustainability objectives simultaneously (Datta et al., 2026).

Digital twins—virtual representations of physical manufacturing systems—offer new opportunities for process simulation, optimisation, and predictive maintenance without disrupting industrial production (Corradini et al., 2024). Combined with IoT-enabled sensors, these technologies improve traceability, resource management, and energy efficiency while supporting more responsive manufacturing systems. Nevertheless, widespread adoption remains constrained by data integration challenges, cybersecurity concerns, infrastructure

investment, and workforce training requirements (Iranshahi et al., 2025). Establishing standardised digital platforms and improving interoperability between manufacturing systems will be essential for fully realising the sustainability benefits of Industry 4.0 technologies.

3.5 Sustainable Packaging Technologies

Packaging plays a critical role in maintaining food quality, reducing spoilage, and ensuring safe distribution throughout increasingly complex food supply chains. However, conventional petroleum-based plastics have raised significant environmental concerns due to their persistence in ecosystems and contribution to global plastic pollution (Yin & Woo, 2024). Consequently, considerable research has focused on developing sustainable alternatives that combine environmental benefits with effective food protection.

Bio-based polymers derived from renewable resources, including starch, cellulose, proteins, chitosan, alginate, and seaweed polysaccharides, have shown considerable potential as biodegradable packaging materials (Gamage et al., 2024). Recent advances have also enabled the development of active packaging, capable of releasing antimicrobial or antioxidant compounds, and intelligent packaging, incorporating sensors that monitor freshness, temperature, or gas composition throughout storage and distribution (Mkhari et al., 2025). Although biodegradable materials continue to improve, challenges relating to mechanical performance, moisture sensitivity, industrial scalability, regulatory compliance, and end-of-life management remain significant (Murugesan & Li, 2026). Future developments should focus on designing packaging systems that balance functionality, environmental performance, and economic viability while integrating seamlessly with emerging food processing and circular

Table 1 Comparison of emerging technologies supporting sustainable food innovation.

Technology	Sustainability contribution	Major Challenge
HPP	Longer shelf life	High investment
PEF	Higher extraction efficiency	Mainly liquids
Cold plasma	Chemical-free decontamination	Regulatory approval
Ultrasound	Faster extraction	Scale-up
Electrostatic powder coating	Reduced ingredient loss	Humidity sensitivity
AI	Process optimisation	Data quality
Packaging	Reduced plastic waste	Barrier properties

manufacturing technologies. Although each technological domain offers distinct advantages, their greatest potential lies in their integration across the food value chain, as illustrated conceptually in Figure 1.

Although each emerging technology offers distinct advantages for improving sustainability, their levels of technological maturity, industrial application, and implementation challenges vary considerably. A comparative summary of the principal technologies, their sustainability contributions, representative food applications, and current limitations is presented in Table 1, highlighting both their potential and the barriers to wider industrial adoption.

4. CHALLENGES IN IMPLEMENTING EMERGING TECHNOLOGIES FOR SUSTAINABLE FOOD INNOVATION

Despite significant advances in emerging technologies, their widespread adoption within the food industry remains constrained by several scientific, technological, economic, and societal challenges. While many technologies have demonstrated promising results at laboratory and pilot scales, translating these innovations into commercially viable solutions requires overcoming

numerous barriers related to scalability, investment, regulatory compliance, consumer acceptance, and systems integration. Addressing these challenges is essential to fully realise the potential of emerging technologies in supporting sustainable food systems.

4.1 Technological and Scale-Up Challenges

One of the primary challenges associated with emerging food technologies is the successful transition from laboratory-scale research to industrial-scale implementation (Šuput et al., 2026). Many technologies demonstrate excellent performance under controlled experimental conditions but encounter significant limitations when applied to commercial manufacturing environments. Differences in production capacity, equipment design, product variability, and process stability often result in reduced efficiency and increased operational complexity during scale-up. For example, the effectiveness of non-thermal technologies such as pulsed electric field processing, cold plasma, and ultrasound is highly dependent on product characteristics, including composition, moisture content, electrical conductivity, and structural properties (Yuan et al., 2026). Similarly, electrostatic powder coating performance is influenced by particle size distribution, surface morphology, electrostatic charge density, ambient humidity, and product geometry (Sumonsiri & Barringer, 2024). Maintaining consistent process performance under continuously changing industrial conditions therefore requires robust process control systems and extensive optimisation.

Another challenge involves the limited availability of standardised equipment and operating protocols. Many emerging technologies continue to rely on customised laboratory-scale systems that differ substantially from commercial production

equipment (Martínez-Monteagudo et al., 2017). The absence of harmonised operating standards makes direct comparison between studies difficult and slows industrial adoption. Future research should therefore place greater emphasis on technology validation under realistic manufacturing conditions and the development of standardised methodologies that facilitate industrial implementation.

4.2 Economic and Industrial Adoption

Although emerging technologies often provide long-term sustainability benefits, their adoption is frequently constrained by economic considerations. Advanced processing equipment, automation systems, and digital manufacturing platforms typically require substantial capital investment, which may be difficult to justify, particularly for small- and medium-sized enterprises (SMEs) (Ndiata et al., 2025). Additional costs associated with equipment maintenance, staff training, process validation, and infrastructure upgrades further increase implementation barriers. The economic benefits of sustainable technologies are not always immediately apparent. While technologies such as high-pressure processing or electrostatic coating may reduce ingredient losses, improve product quality, or extend shelf life, the financial return on investment often depends on production scale, product value, and operational efficiency. Consequently, comprehensive techno-economic analyses should accompany technological development to evaluate commercial feasibility alongside environmental performance.

Industrial adoption is also influenced by compatibility with existing production systems. Many food manufacturers operate established processing lines designed around conventional technologies, making the integration of new

equipment technically challenging and economically disruptive (Galanakis, 2024). Modular technologies capable of being incorporated into existing manufacturing infrastructure may therefore facilitate more rapid industrial uptake than technologies requiring complete production line redesign.

4.3 Regulatory and Consumer Acceptance

The successful commercialisation of emerging food technologies depends not only on technical performance but also on regulatory approval and consumer acceptance (Lisboa et al., 2024). Food safety authorities require comprehensive scientific evidence demonstrating that novel technologies consistently produce safe foods without compromising nutritional quality or generating unintended chemical or microbiological risks. Obtaining regulatory approval can therefore be both time-consuming and resource-intensive, particularly for technologies involving new processing mechanisms or packaging materials.

Consumer perception represents an equally important determinant of market success. Although sustainability has become an increasingly influential purchasing criterion, consumers may remain hesitant to accept foods produced using unfamiliar technologies. Terms such as cold plasma, nanotechnology, or artificial intelligence may generate uncertainty despite the scientific evidence supporting their safety and benefits. Transparent communication, effective risk assessment, and public education will therefore play essential roles in improving consumer confidence and encouraging acceptance of innovative food technologies (Meijer, et al., 2021). Furthermore, sustainability claims must be supported by robust scientific evidence. Consumers increasingly expect food manufacturers to demonstrate measurable environmental benefits rather than relying on broad or

Table 2 Key research challenges and future directions for sustainable food innovation.

Area	Current challenge	Future direction
Food processing	Scale-up	Integrated processing
Powder engineering	Process variability	AI-assisted coating
Circular economy	Feedstock variability	Biorefineries
Digitalisation	Data integration	Digital twins
Packaging	Barrier properties	Smart biodegradable materials

unsubstantiated marketing claims. Consequently, life cycle assessment (LCA), environmental product declarations, and transparent sustainability reporting are becoming increasingly important components of technology commercialisation.

4.4 Towards Integrated and Systems-Based Food Innovation

Most emerging technologies are developed to address a particular processing or manufacturing problem. Their contribution to sustainability, however, depends on what happens before and after that individual process. For example, combining advanced processing with digital monitoring, precision powder engineering, by-product valorisation, and sustainable packaging could reduce losses at several stages of the food value chain rather than improving only one operation (Ligarda-Samanez et al., 2025). This broader perspective also calls for collaboration between food scientists, engineers, materials scientists, data specialists, economists, policymakers, and industry. Such collaboration is needed to ensure that improvements in technical performance are compatible with cost, regulation, environmental performance, and practical manufacturing requirements.

Sustainability assessments should likewise consider more than the individual manufacturing operation. Raw material sourcing, transport, packaging,

consumer use, and end-of-life treatment can all influence the overall environmental performance of a food product. Assessing these stages together can help identify where a technological improvement delivers a genuine system-level benefit and where it may simply shift an environmental burden from one stage of the supply chain to another.

5. FUTURE PERSPECTIVES

The next stage of sustainable food innovation will depend less on developing individual technologies and more on how well they can be combined and implemented. Progress has already been made in advanced processing, powder engineering, digital manufacturing, circular resource use, and sustainable packaging, but these developments are often considered separately. Future research should therefore examine how complementary technologies can work together to improve production efficiency and product quality while reducing environmental impacts and maintaining economic viability (Galanakis, 2024).

The AI and machine learning are likely to have a growing role across the food value chain. Current applications include process optimisation, quality prediction, equipment monitoring, and decision support, with the potential to reduce production variability and improve the use of energy and raw materials (Yang et al., 2025). As sensor networks and Internet of Things (IoT) systems become more widely connected, digital twins could allow manufacturers to test process changes and predict production outcomes before making changes to the physical system (Corradini et al., 2024; Rahmani et al., 2024). The main challenge will be moving these applications beyond isolated demonstrations towards reliable systems that can operate with real

industrial data and existing manufacturing infrastructure.

Precision food engineering offers another route to improving the efficiency of ingredient use and product formulation. Controlling ingredient functionality, processing conditions, and product structure at smaller length scales can help tailor nutritional, sensory, and functional properties to specific applications (Hailu et al., 2026). In this context, electrostatic coating could support more controlled deposition of flavours, micronutrients, and other functional ingredients while reducing losses during application (Sumonsiri & Barringer, 2024). Further work is needed to establish how such precision approaches can be incorporated into commercial reformulation strategies, particularly where reductions in salt, sugar, or fat must be achieved without compromising consumer acceptance.

Food by-products are likely to become increasingly important feedstocks as manufacturers look for ways to recover more value from existing resources. Residues from agricultural and food-processing operations can be processed into ingredients, bioactive compounds, biomaterials, and packaging components, but the economic case depends on the consistency, availability, and cost of the feedstock as well as the efficiency of the recovery process (Ligarda-Samanez et al., 2025). Future work should therefore move towards integrated biorefinery systems that can recover several products from the same biomass stream rather than relying on a single high-value compound.

Packaging development will also need to keep pace with changes in food processing and product formulation. Biodegradable materials are increasingly being combined with active and intelligent functions, such as antimicrobial agents,

freshness indicators, gas sensors, and digital traceability (Mkhari et al., 2025). These systems could provide benefits beyond replacing conventional plastics by helping to monitor product condition and reduce spoilage. However, their practical value will depend on achieving adequate barrier and mechanical properties, compatibility with food-processing conditions, regulatory approval, and appropriate end-of-life options (Murugesan & Li, 2026).

Future studies should also assess technologies at the food-system level rather than focusing only on individual processing steps. Life cycle assessment (LCA), techno-economic analysis (TEA), and social life cycle assessment (S-LCA) can be combined to examine environmental impacts, economic feasibility, and social consequences across the life cycle (Engel-Cox et al., 2022). This is particularly important when technologies involve trade-offs—for example, when a process reduces energy consumption but requires more expensive equipment, or when a biodegradable packaging material performs well environmentally but provides a shorter shelf life.

Technology development alone will not be sufficient to bring these innovations into routine industrial use. Researchers need to work with manufacturers, regulators, policymakers, and other stakeholders to address practical issues such as process validation, regulatory requirements, workforce skills, investment, and consumer communication. Early collaboration between these groups could also help identify commercial and regulatory constraints before technologies reach the later stages of development, improving the prospects for successful scale-up.

Taken together, these developments point towards a food manufacturing sector in which processing, formulation, digital monitoring, resource recovery,

and packaging are considered as connected parts of the same system. The challenge is to determine which combinations of technologies provide meaningful benefits under real production conditions, rather than assuming that adding more technology will automatically improve sustainability. Research that combines technical performance with life cycle, economic, and social assessment will be particularly valuable in guiding these decisions. The main research priorities identified from this perspective are summarised in Table 2.

6. CONCLUSIONS

Food production is under increasing pressure to improve efficiency and resilience while reducing its environmental footprint. The technologies discussed in this review show that these objectives can be approached through changes in processing, ingredient application, resource recovery, digital manufacturing, and packaging. Their sustainability benefits, however, depend on how they are designed, implemented, and assessed within the wider food system.

The review shows that emerging technologies can address different points along the food value chain. Advanced processing can improve preservation and processing efficiency; powder engineering can increase the precision of ingredient application; valorisation can turn processing residues into useful products; digital tools can support process monitoring and optimisation; and new packaging materials can help maintain quality while reducing reliance on conventional plastics. Considered together, these approaches offer greater potential for sustainable food production than any single technology considered in isolation.

The main barriers are no longer limited to technical performance. Cost, scale-up, regulatory requirements, compatibility with existing manufacturing systems, and consumer acceptance can all determine whether a promising laboratory technology succeeds commercially. Addressing these issues will require closer interaction between researchers, manufacturers, regulators, and policymakers, together with sustainability assessments that capture environmental, economic, and social outcomes rather than relying on a single performance indicator.

The long-term contribution of emerging technologies will depend on their successful integration across the food value chain. Advances in food engineering, digital technologies, biotechnology, materials science, and circular resource management can provide the building blocks for more resilient and resource-efficient food systems, but their benefits must be demonstrated under realistic technical, economic, and environmental conditions. Continued collaboration across academia, industry, and policy will be essential to move promising technologies from research into practice and to ensure that innovation contributes to the production of safe, nutritious, affordable, and environmentally responsible foods.

REFERENCES

- Abera, G. (2019). Review on high-pressure processing of foods. *Cogent Food & Agriculture*, 5(1), 1568725. <https://doi.org/10.1080/23311932.2019.1568725>
- Alamandi, M. (2025). Sustainable innovation management: balancing economic growth and environmental responsibility. *Sustainability*, 17(10), 4362. <https://doi.org/10.3390/su17104362>
- Alam, M.W., Kumar, J.V., & Awad, M., et al. (2025). Emerging trends in food process engineering: integrating sensing technologies for health, sustainability, and consumer preferences. *Journal of Food Process Engineering*, 48, e70035. <https://doi.org/10.1111/jfpe.70035>
- Balasubramaniam, V. M., Lee, J., & Serventi, L. (2023). Understanding new foods: Development of next generation of food processing, packaging, and ingredients technologies for clean label foods.

- In L. Serventi (Ed.), *Sustainable Food Innovation*. pp. 157-167. Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-031-12358-0_12
- Barringer, S. A., & Sumonsiri, N. (2015). Electrostatic coating technologies for food processing. *Annual Review of Food Science and Technology*, 6(1), 157-169. <https://doi.org/10.1146/annurev-food-022814-015526>
- Biesbroek, S., Kok, F. J., & Tufford, A. R., et al. (2023). Toward healthy and sustainable diets for the 21st century: Importance of sociocultural and economic considerations. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 120(26), e2219272120. <https://doi.org/10.1073/pnas.2219272120>
- Boruah, B., & Ray, S. (2024). Current progress in the valorization of food industrial by-products for the development of functional food products. *Food Science and Applied Biotechnology*, 7(2), 289-317. <https://doi.org/10.30721/fsab2024.v7.i2.349>
- Boudalia, S., Symeon, G. K., & Dots, V., et al. (2026). The valorization of agrifood byproducts and waste to advance the sustainable development goals: current state and new perspectives. *Sustainability*, 18(5), 2165. <https://doi.org/10.3390/su18052165>
- Çakmakçı, R., Salık, M. A., & Çakmakçı, S. (2023). Assessment and Principles of Environmentally Sustainable Food and Agriculture Systems. *Agriculture*, 13(5), 1073. <https://doi.org/10.3390/agriculture13051073>
- Cerutti, N., Lamb, W. F., & Crippa, M., et al. (2023). Food system emissions: a review of trends, drivers, and policy approaches, 1990–2018. *Environmental Research Letters*, 18(7), 074030. <https://doi.org/10.1088/1748-9326/acddfd>
- Chatzimitakos, T., Athanasiadis, V., & Kalompatsios, D., et al. (2023). Pulsed electric field applications for the extraction of bioactive compounds from food waste and by-products: a critical review. *Biomass*, 3(4), 367-401. <https://doi.org/10.3390/biomass3040022>
- Corigliano, O., Morrone, P., & Algieri, A. (2025). Navigating the challenges of sustainability in the food processing chain: insights into energy interventions to reduce footprint. *Energies*, 18(2), 296. <https://doi.org/10.3390/en18020296>
- Corradini, M. G., Homez-Jara, A. K., & Chen, C. (2024). Virtualization and digital twins of the food supply chain for enhanced food safety. *Advances in Food and Nutrition Research*, 111, 71-91. <https://doi.org/10.1016/bs.afnr.2024.06.001>
- Datta, B., Buehler, M. J., & Chow, Y., et al. (2026). Artificial intelligence for food innovation. *Nature Food*, 7, 644–654. <https://doi.org/10.1038/s43016-026-01380-7>
- Dávalos-Saucedo, C. A., Rossi-Márquez, G., & Rodríguez-Miranda, S., et al. (2026). Precision edible coating engineering: deposition physics, image metrology and a roadmap toward digital-twin-ready edible surface interfaces. *Coatings*, 16(7), 812. <https://doi.org/10.3390/coatings16070812>
- Díaz-de-Cerio, E., & Trigueros, E. (2025). Evaluating the sustainability of emerging extraction technologies for valorization of food waste: microwave, ultrasound, enzyme-assisted, and supercritical fluid extraction. *Agriculture; Basel*, 15(19), 2100. <https://doi.org/10.3390/agriculture15192100>
- Ding, H., Tian, J., & Yu, W., et al. (2023). The Application of Artificial Intelligence and Big Data in the Food Industry. *Foods*, 12(24), 4511. <https://doi.org/10.3390/foods12244511>
- Dutta, D., & Sit, N. (2024). A comprehensive review on types and properties of biopolymers as sustainable bio-based alternatives for packaging. *Food Biomacromolecules*, 1, 58-87. <https://doi.org/10.1002/fob2.12019>
- D'Agaro, E., Rosa, F. & Akentieva, N.P. (2021). New technology tools and life cycle analysis (LCA) applied to a sustainable livestock production. *The EuroBiotech Journal*, 5(3), 130-141. <https://doi.org/10.2478/ebtj-2021-0022>
- Ekezie, F. G. C., Sun, D. W., & Han, Z., et al. (2017). Microwave-assisted food processing technologies for enhancing product quality and process efficiency: A review of recent developments. *Trends in Food Science & Technology*, 67, 58-69. <https://doi.org/10.1016/j.tifs.2017.05.014>
- Engel-Cox, J. A., Wikoff, H. M., & Reese, S. B. (2022). Techno-economic, environmental, and social measurement of clean energy technology supply chains. *Journal of Advanced Manufacturing and Processing*, 4(3), e10131. <https://doi.org/10.1002/amp2.10131>
- Galanakis, C. M. (2024). The future of food. *Foods*, 13(4), 506. <https://doi.org/10.3390/foods13040506>
- Game, A., Thiviya, P., & Liyanapathirana, A., et al. (2024). Polysaccharide-based bioplastics: eco-friendly and sustainable solutions for packaging. *Journal of Composites Science*, 8(10), 413. <https://doi.org/10.3390/jcs8100413>
- Gao, X., Wang, Z., & Sun, G., et al. (2026). Pulsed electric field (PEF) technology for preserving fruits and vegetables: Applications, benefits, and comparisons. *Food Reviews International*, 42(2), 540-565. <https://doi.org/10.1080/87559129.2025.2489754>
- Gavahian, M. (2024). Opinion on the prospects of emerging food processing technologies to achieve sustainability in the industry by reduced energy consumption, waste reduction and valorisation, and improved food nutrition. *International Journal of Food Science and Technology*, 59(11), 8135-8140. <https://doi.org/10.1111/ijfs.17525>
- Golshany, H., Bakry, I. A., & Seddiek, A. S., et al. (2026). Synergistic design of sustainable plant-based foods: The emerging role of protein-polysaccharide interactions for next-generation food structures. *Journal of Carbohydrate Chemistry*, 45(1–3), 25–73. <https://doi.org/10.1080/07328303.2026.2631809>
- Hailu, G. G., Kumar, A., & Khan, I., et al. (2026). Unlocking the potential of precision food processing: industrial, biotechnological, and nutritional perspectives. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety*, 25(3), e70490. <https://doi.org/10.1111/1541-4337.70490>
- Heydari, M. (2024). Cultivating sustainable global food supply chains: A multifaceted approach to mitigating food loss and waste for climate resilience. *Journal of Cleaner Production*, 442, 141037. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.141037>
- Hossain, M. S., Wazed, M. A., & Preya, M. S. A., et al. (2026). A Comprehensive review of biotechnological innovations in valorization of food waste: enhancing nutritional, techno-functional properties, and process optimization for sustainable

- product development. *Food Frontiers*, 7(2), e70194. <https://doi.org/10.1002/fft2.70194>
- Hussain, M., Abdullah, M., & Ashraf, M. N., et al. (2025). *World food hunger in 2050 and nano solutions: probabilities and prospects based on plant based food*. In H. Tombuloglu, G. Tombuloglu & K.R. Hakeem, et al. (Eds.), *Nanomaterials for Enhanced Plant-Based Food Production*, 11-21. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-443-23688-4.00010-5>
- Iranshahi, K., Brun, J., & Arnold, T., et al. (2025). Digital twins: Recent advances and future directions in engineering fields. *Intelligent Systems with Applications*, 26, 200516. <https://doi.org/10.1016/j.iswa.2025.200516>
- Jacob-John, J., D'Souza, C., & Marjoribanks, T., et al. (2021). Synergistic Interactions of SDGs in Food Supply Chains: A Review of Responsible Consumption and Production. *Sustainability*, 13(16), 8809. <https://doi.org/10.3390/su13168809>
- Javed, T., Oluwale-Ojo, O., & Zhang, H., et al. (2025). System design, modelling, energy analysis, and industrial applications of ohmic heating technology. *Food and Bioprocess Technology*, 18(3), 2195-2217. <https://doi.org/10.1007/s11947-024-03568-w>
- Katsigiannis, A. S., Bayliss, D. L., & Walsh, J. L. (2022). Cold plasma for the disinfection of industrial food-contact surfaces: An overview of current status and opportunities. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety*, 21(2), 1086-1124. <https://doi.org/10.1111/1541-4337.12885>
- Knorr, D., & Augustin, M. A. (2025). Towards resilient food systems: interactions with indigenous knowledge. *Trends in Food Science & Technology*, 156, 104875. <https://doi.org/10.1016/j.tifs.2025.104875>
- Ligarda-Samanez, C. A., Huamán-Carrión, M. L., & Calsina-Ponce, W. C., et al. (2025). Technological innovations and circular economy in the valorization of agri-food by-products: advances, challenges and perspectives. *Foods*, 14(11), 1950. <https://doi.org/10.3390/foods14111950>
- Likitwattanasade, T., & Barringer, S. A. (2015). The influence of particle size on separation and dustiness in powder mixtures during nonelectrostatic and electrostatic coating. *Journal of Electrostatics*, 77, 44-50. <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2015.07.001>
- Linares, G., & Rojas, M. L. (2022). Ultrasound-assisted extraction of natural pigments from food processing by-products: a review. *Frontiers in Nutrition*, 9, 891462. <https://doi.org/10.3389/fnut.2022.891462>
- Lisboa, H. M., Pasquali, M. B., & Dos Anjos, A. I., et al. (2024). Innovative and sustainable food preservation techniques: enhancing food quality, safety, and environmental sustainability. *Sustainability*, 16(18), 8223. <https://doi.org/10.3390/su16188223>
- Martinez-Monteagudo, S. I., Yan, B., & Balasubramaniam, V. M. (2017). Engineering process characterization of high-pressure homogenization—from laboratory to industrial scale. *Food Engineering Reviews*, 9(3), 143-169. <https://doi.org/10.1007/s12393-016-9151-5>
- Marques, C., Güneş, S., & Vilela, A., et al. (2025). Life-cycle assessment in agri-food systems and the wine industry—a circular economy perspective. *Foods*, 14(9), 1553. <https://doi.org/10.3390/foods14091553>
- Meijer, G. W., Lähteenmäki, L., & Stadler, R. H., et al. (2021). Issues surrounding consumer trust and acceptance of existing and emerging food processing technologies. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*, 61(1), 97-115. <https://doi.org/10.1080/10408398.2020.1718597>
- Melikoglu, M. (2026). Artificial intelligence and deep learning in food shelf life management: A global review. *Food and Humanity*, 6, 101089. <https://doi.org/10.1016/j.foohum.2026.101089>
- Mkhari, T., Adeyemi, J. O., & Fawole, O. A. (2025). Recent advances in the fabrication of intelligent packaging for food preservation: a review. *Processes*, 13(2), 539. <https://doi.org/10.3390/pr13020539>
- Murugesan, A., & Li, H. (2026). Toward sustainable food packaging: Innovations in biodegradable materials, smart technologies, and AI integration. *Comprehensive Reviews in Food Science and Food Safety*, 25(1), e70397. <https://doi.org/10.1111/1541-4337.70397>
- Ndiata, F. K., Masood, T., & Mehnen, J. (2025). Enabling digital transformation in food manufacturing small and medium enterprises: key drivers, barriers and strategic frameworks. *Journal of Innovative Digital Transformation*, 2(3), 233-251. <https://doi.org/10.1108/JIDT-02-2025-0008>
- Nema, P. K., Sehrawat, R., & Ravichandran, C., et al. (2022). Inactivating food microbes by high-pressure processing and combined nonthermal and thermal treatment: A review. *Journal of Food Quality*, 2022(1), 5797843. <https://doi.org/10.1155/2022/5797843>
- Oluwale, O., Ibadapo, O., & Arowosola, T., et al. (2023). Sustainable transformation agenda for enhanced global food and nutrition security: a narrative review. *Frontiers in Nutrition*, 10, 1226538. <https://doi.org/10.3389/fnut.2023.1226538>
- Onyeaka, H., Nwaiwu, O., & Obileke, K., et al. (2023). Global nutritional challenges of reformulated food: A review. *Food Science & Nutrition*, 11, 2483-2499. <https://doi.org/10.1002/fsn3.3286>
- Panda, J., Mishra, A. K., & Mohanta, Y. K., et al. (2024). Exploring biopolymer for food and pharmaceuticals application in the circular bioeconomy: An agro-food waste-to-wealth approach. *Waste and Biomass Valorization*, 15(10), 5607-5637. <https://doi.org/10.1007/s12649-024-02452-0>
- Panou, A., & Karabagias, I. K. (2023). Biodegradable packaging materials for foods preservation: sources, advantages, limitations, and future perspectives. *Coatings*, 13(7), 1176. <https://doi.org/10.3390/coatings13071176>
- Pignata, C., D'angelo, D., & Fea, E., et al. (2017). A review on microbiological decontamination of fresh produce with nonthermal plasma. *Journal of Applied Microbiology*, 122(6), 1438-1455. <https://doi.org/10.1111/jam.13412>
- Rahmani, R., Jesus, C., & Lopes, S. I. (2024). Implementations of digital transformation and digital twins: exploring the factory of the future. *Processes*, 12(4), 787. <https://doi.org/10.3390/pr12040787>
- Rizwan, D., Kirmani, S. B. R., & Masoodi, F. A. (2025). Circular Economy in the Food Systems: A Review. *Environmental Quality Management*, 34(4), e70096. <https://doi.org/10.1002/tqem.70096>
- Ray, R. C., Behera, S. S., & Awogbemi, O., et al. (2025). Beyond enzymes and organic acids, solid-state fermentation as an alternative for valorizing fruits and vegetable wastes into novel bio-products

- in a circular economy: A critical review. *AIMS Microbiology*, 11(2), 462. <https://doi.org/10.3934/microbiol.2025021>
- Song, Y., Yuan, Y., & Zhu, J. (2025). A review on applications of fine particles integrated with fluidization technologies. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 103(4), 1474-1493. <https://doi.org/10.1002/cjce.25260>
- Sousa, G., Ferreira-Dias, S., & Tecelão, C., et al. (2025). Potential of marine biomolecules: Advances in extraction and applications of proteins, polysaccharides, and antioxidant compounds. *Foods*, 14(15), 2555. <https://doi.org/10.3390/foods14152555>
- Srivastava, P. K., & Sit, N. (2025). A review on fruit and vegetable processing using traditional and novel methods. *Future Postharvest and Food*, 2(1), 4-26. <https://doi.org/10.1002/fpf2.12046>
- Suhag, R., Kellil, A., & Razem, M. (2024). Factors influencing food powder flowability. *Powders*, 3(1), 65-76. <https://doi.org/10.3390/powders3010006>
- Sumonsiri, N., Akkaraekthalin, P., & Rungsardthong, V. (2020). Effect of electrode voltage for NaCl coating on baked potato chips in continuous electrostatic coating system. *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 13(3), 213-216. <https://dx.doi.org/10.25165/j.ijabe.20201303.5152>
- Sumonsiri, N., & Barringer, S. A. (2024). Coating foods with powders. In B. Bhandari, N. Bansal, & M. Zhang, et al. (Eds.), *Handbook of Food Powders*. pp. 495-506. Woodhead Publishing. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-98820-9.00019-3>
- Šuput, D., Kurek, M., & Stupar, A. (2026). Industrial Scaling and Commercialization of Biopolymer-Based Food Packaging: Processing, Performance, Regulatory and Sustainability Challenges. *Coatings*, 16(8), 894. <https://doi.org/10.3390/coatings16080894>
- Teixé-Roig, J., Oms-Oliu, G., & Odriozola-Serrano, I., et al. (2023). Emulsion-based delivery systems to enhance the functionality of bioactive compounds: towards the use of ingredients from natural, *Sustainable Sources*. *Foods*, 12(7), 1502. <https://doi.org/10.3390/foods12071502>
- Vickram, S., Infant, S.S., & Balamurugan, B.S., et al. (2025). Techno-economic and life cycle analysis of biorefineries: assessing sustainability and scalability in the bioeconomy. *Environmental Quality Management*, 34, e70077. <https://doi.org/10.1002/tqem.70077>
- Wisser, D., Grogan, D. S., & Lanzoni, L., et al. (2024). Water use in livestock agri-food systems and its contribution to local water scarcity: a spatially distributed global analysis. *Water*, 16(12), 1681. <https://doi.org/10.3390/w16121681>
- Yang, H., Jiao, W., & Zouyi, L., et al. (2025). Artificial intelligence in the food industry: innovations and applications. *Discover Artificial Intelligence*, 5(1), 60. <https://doi.org/10.1007/s44163-025-00296-8>
- Yin, Y., & Woo, M. W. (2024). Transitioning of petroleum-based plastic food packaging to sustainable bio-based alternatives. *Sustainable Food Technology*, 2(3), 548-566. <https://doi.org/10.1039/d4fb00028e>
- Yuan, X., Fang, Y., Diao, Y., Wu, B., Wen, X., Nag, A., & Liang, Y. (2026). Non-Thermal Processing Technologies in Food Industries. *Foods*, 15(10), 1677. <https://doi.org/10.3390/foods15101677>

Research and Development of a Prototype Student Backpack: Emphasis on Ergonomic Criteria

Adekunle Ibrahim Musa^{1*}, Adeleke Babatunde Ogunsona², Ayomide Idris Musa³

^{1,2}Department of Mechanical Engineering, Olabisi Onabanjo University, Ago Iwoye, Nigeria

³Department of Industrial and Production Engineering, University of Ibadan, Oyo State, Nigeria

* Corresponding Author, E-mail: musa.adekunle@oouagoiwoye.edu.ng DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.002

Received 19 June 2024; **Revised** 21 August 2026; **Accepted** 24 August 2026

ABSTRACT

This study investigates the ergonomic design of student backpacks, considering factors such as load distribution, proper fit, strapping, accessibility, and aesthetics. Through a comparative analysis of five sample backpacks and a developed backpack prototype, various performance metrics were evaluated. The analysis revealed notable variations in dimensions, weight, strap length, and compartmentalization among the sample backpacks. Results indicated that the developed backpack prototype exhibited favourable characteristics in load distribution, proper fit, and strapping, outperforming some of the sample backpacks. However, there were areas of improvement identified across all backpacks, particularly in accessibility and aesthetics. The findings underscore the importance of ergonomics in backpack design, highlighting the need for careful consideration of user comfort and functionality. Additionally, the study provides valuable insights for designers and manufacturers to enhance the design of student backpacks, aiming to mitigate the risk of musculoskeletal issues and improve overall user experience. Further research may explore additional design features and conduct empirical testing to validate the effectiveness of proposed ergonomic solutions. In conclusion, this study contributes to advancing the field of ergonomic backpack design, with potential implications for student well-being and academic performance.

KEYWORDS: Ergonomic design, Student Backpacks, Load Distribution, Proper Fit, User comfort

1. INTRODUCTION

Backpacks serve as indispensable tools for a diverse array of individuals, prominently including students, hikers, campers, commuters, athletes, and military personnel, facilitating the transport of personal belongings from one location to another (Mertes, 2023). While the use of backpacks for this purpose is longstanding, spanning centuries, their design has evolved over time. Nevertheless, fundamental features persist across most backpacks, typically including one or more shoulder straps, a back panel, and compartments for organizing belongings. Amongst these users, students, in particular, heavily rely on backpacks to transport study materials such as laptops, books, and stationery for prolonged durations throughout their academic years (Mansoorian et al., 2019). Consequently, the design of backpacks assumes paramount importance for students, necessitating consideration of numerous factors during the design and development phases. These factors significantly influence how students utilize backpacks, impacting their overall health and academic performance. Research has highlighted concerns regarding the weight of backpacks carried by students, with studies revealing that many students exceed recommended load limits relative to their body weight (Adeyemi et al., 2014; Olatunya, 2017; Ismaila, 2018). This excess burden often results from concerns about unexpected classes or tests, contributing to musculoskeletal stresses and subsequent pain in areas such as shoulders, neck, and lower back (Kristina & Amanda, 2018).

Moreover, the use of backpacks among students has prompted scrutiny regarding its effects and associated issues. Research underscores the significant impact of heavy backpacks on student health, correlating increased backpack weight with heightened occurrences of bodily discomfort

(Olatunya, 2017). Prolonged exposure to these issues can yield long-term repercussions on students' health, academic performance, and overall quality of life. Traditional backpacks frequently lack features conducive to proper load distribution, comfort, and componentry. Consequently, designing backpacks tailored explicitly to students necessitates attention to addressing these deficiencies (Mertes, 2023). Integrating ergonomic principles into backpack design and development emerges as a critical consideration. Backpacks designed with students' ergonomic needs in mind aim to afford ease of use, comfort, proper weight distribution, and reduced musculoskeletal disorder risks.

Despite the burgeoning market offering various backpack designs, few cater specifically to students' ergonomic requirements (Dianat, et al., 2014). Often, manufacturers prioritize aesthetics and material quality over functionality and comfort, leading to inadequate weight distribution, strap design, and back support. This oversight compromises comfort and usability, potentially resulting in discomfort, postural changes, and musculoskeletal issues (Moore et al., 2007).

Moreover, beyond physical health implications, poorly designed backpacks can detrimentally impact students' psychological well-being, inducing stress and anxiety. Consequently, there is a compelling need to develop ergonomic backpacks for students to mitigate musculoskeletal disorders and enhance functionality. While prior studies have documented the prevalence and health consequences of backpack-related musculoskeletal problems among students (Adeyemi et al., 2014; Olatunya, 2017; Ismaila, 2018) and have proposed general ergonomic guidelines for backpack design (Dianat et al., 2014; Mansoorian et al., 2019),

comparatively few have progressed from guideline formulation to the design, prototyping, and comparative evaluation of a physical backpack against commonly used alternatives, particularly within a Nigerian university context. This gap, between recommended ergonomic principles and a tested, ready-to-use design, is what the present study seeks to address. This study aims to address existing gaps in research by developing an ergonomic backpack design, thereby advancing the field and offering practical guidance for developers. The study will utilize CAD software to create a virtual prototype, incorporating design modifications such as weight distribution systems, support cushioning, and adjustable straps. Emphasis will be placed on enhancing usability through considerations such as storage, accessibility, and convenience.

2. RESEARCH METHODOLOGY

2.1 Survey Design

This study utilized a survey research design to gather data from a broad spectrum of students through surveys or questionnaires aimed at assessing the ergonomic design of student backpacks. The survey encompassed both quantitative and qualitative aspects to ensure a comprehensive evaluation. Primarily, participants were drawn from the student body of Olabisi Onabanjo University across at Ibogun campus. The choice of Olabisi Onabanjo University (OOU) as the primary participant source was based on its proximity and accessibility for data collection. The diverse student population at the university makes it an ideal setting for compiling a sample that accurately represents the target population. Participants were provided informed consent before participating in the study.

2.2 Sampling Method

Convenience sampling was employed for participant recruitment in this survey research study. This method was selected for its practicality and accessibility, considering the researcher's affiliation with Olabisi Onabanjo University and potential challenges associated with random sampling. The study aims to include students from various academic disciplines to ensure diversity in the sample. The sample size for this investigation was determined based on practical considerations and available resources. To ensure an adequate amount of data for analysis, about 500 participants were recruited. A cohort of one hundred and sixty (160) students was meticulously chosen. Depending on response rates and data accuracy, the actual sample size may be adjusted during the data collection process. The participants' demographic data, including age, gender, course of study, and year of study, was collected to ensure the participant pool accurately reflects the university's student body and to provide a comprehensive overview of the sample.

Data collection for this survey research study was conducted exclusively through an online survey administered via Google Forms. This method allows for convenient and efficient data collection from participants. During the survey, participants provided quantitative data by rating each backpack on a scale of 1 to 10 for each evaluation criterion, and qualitative data by offering detailed feedback on their experiences, preferences, and suggestions for improvement.

The survey data was analyzed using percentages and frequencies to determine the prevalence of musculoskeletal disorders and summarized participant demographics, providing a fundamental understanding of the collected data. Quantitative

data from user testing sessions was used to calculate average ratings for each evaluation criterion, while qualitative data was analyzed to identify common themes and patterns, offering insights into the strengths and weaknesses of the backpacks. This comprehensive analysis contributed to a thorough evaluation of the ergonomic design of student backpacks. Comparisons between backpacks in Section 3 (Results) are based on differences in these mean ratings and on the descriptive top- and worst-performer summaries in Tables 1 and 2; formal inferential statistical testing (e.g., ANOVA) was not performed and is noted as an area for future analysis once a larger, randomly sampled dataset is available.

2.3 Product Design Considerations

Several key factors were carefully considered as they play a critical role in reducing the risk of musculoskeletal issues and enhancing the functionality of the backpack. By closely attending to these dimensions, the overall design of the backpack can be optimized to provide students with maximum comfort, support, and utility.

Backpack Weight Threshold: The weight of a student backpack is paramount in ergonomic design. Drawing from comprehensive literature review, it was recommended that the backpack weight ideally should not surpass 10% of the average student's body weight.

$$\text{Average Weight of the Population (kg)} = \frac{\text{sum of all student weights}}{\text{total number of students}} \quad (1)$$

$$\text{Weight Limit (kg)} = \frac{10}{100} \times \text{Average Weight of the Population} \quad (2)$$

Height Compatibility for Backpacks: Ideally, the height of the backpack should correspond to the student's torso length, ensuring proper alignment and fit on the student's back. Research indicates that a rough estimate of torso length can be determined by multiplying the student's height by 0.27 (Brumelis, 2023).

$$\text{Average Height of the Population (cm)} = \frac{\text{sum of all student heights}}{\text{total number of students}} \quad (3)$$

$$\text{Backpack Height (cm)} = \text{Average Height} \times 0.27 \quad (4)$$

Backpack Width: For enhanced mobility, it's essential that the width of the backpack remains within the confines of the student's body width and ideally matches the width of the chest.

$$\text{Average Chest Width of the Population (cm)} = \frac{\text{sum of the chest widths}}{\text{total number of students}} \quad (5)$$

$$\text{Backpack Width (cm)} = \text{Average Chest Width} \quad (6)$$

Strap Length Consideration: In order to ensure even distribution of the load on the shoulders and prevent undue strain on the muscles in that area, it's imperative that the straps are sufficiently wide. Determining the optimal length of the strap involves establishing a correlation between height and chest width to ensure the backpack position aligns with the torso.

$$\text{Minimum Strap Length (cm)} = \text{Backpack Height} + \text{Average Chest Width} \quad (7)$$

To also allow for adjustability, an additional length can be added to be set by the webbing strap.

$$\text{Maximum Strap Length (cm)} = \text{Backpack Height} + \text{Maximum Chest Width} \quad (8)$$



Figure 1 Sample of Backpacks from the existing packs

3. RESULTS AND DISCUSSION

A cohort of one hundred and sixty (160) students was meticulously chosen from the participant pool of 500 students recruited to offer valuable insights derived from their past experiences with backpacks, including potential musculoskeletal issues or discomfort. The primary aim was to evaluate the functionality, comfort, and user-friendliness of five selected backpacks, which were representative of commonly utilized options among students. It is important to note that this user testing (Sections 3) was conducted exclusively on the five existing sample backpacks; the subsequently developed prototype (Section 4) was evaluated through a dimensional and design-feature comparison against these backpacks rather than through direct physical user testing, with empirical user validation of the prototype identified as a direction for future work. Five backpacks showcasing diverse designs and features were chosen for user testing, representing typical options used by students across various educational settings. A series of tasks was devised to replicate common activities students undertake when utilizing a backpack, such as carrying it for

extended periods, adjusting straps, and loading/unloading books. These tasks aimed to gauge the overall functionality, comfort, and ease of use of the backpacks. Numerous test scenarios were formulated to comprehensively evaluate the backpacks. Participants engaged in the following scenarios: Wearing each backpack for a specified duration while performing routine tasks like standing, bending, and walking, Filling the backpacks with a predetermined set of items to assess comfort and weight distribution during movement, Adjusting the straps to their liking, participants evaluated the fit and adjustability of the backpacks and the loaded backpacks' weights were recorded both before and after participants filled them with a predetermined set of items typically used by students on a daily basis at school. Individual testing sessions were conducted with each participant, wherein clear instructions were provided, and participants were encouraged to offer feedback during and after testing. They were prompted to assess the backpacks based on predefined evaluation criteria.

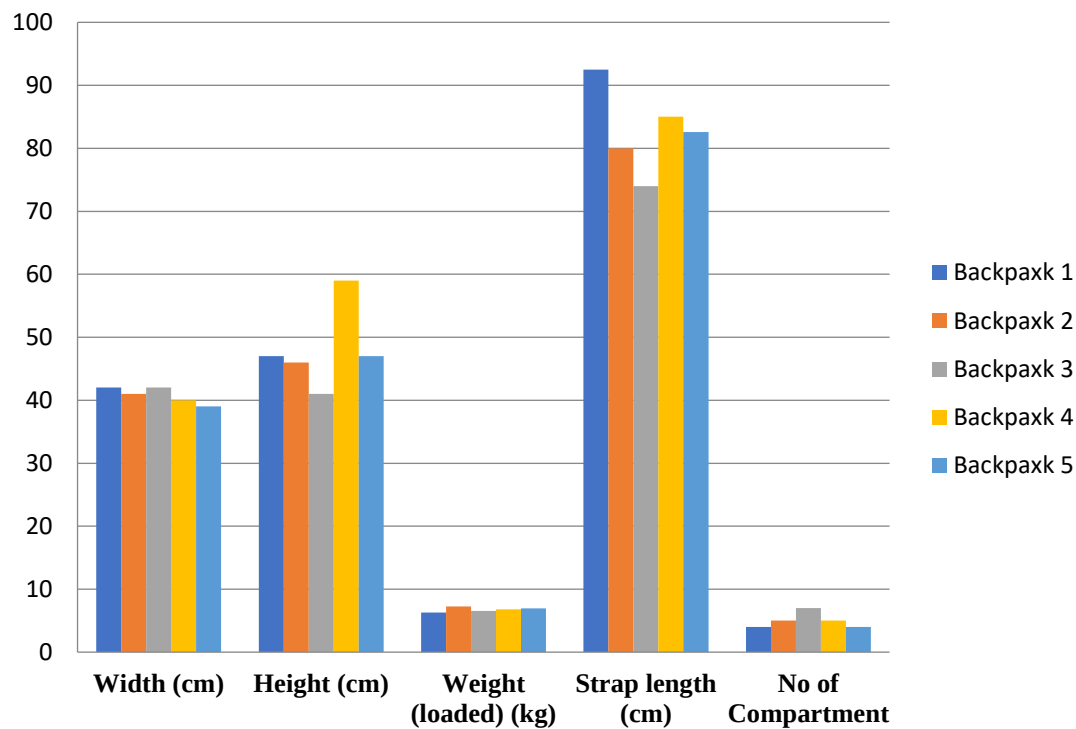


Figure 2 provides a comparison of various attributes among five different sample backpacks

The study shows that the width and height (cm) dimensions indicate the physical size of the backpacks. Sample Backpack 5 has the smallest width at 39 cm, while Sample Backpack 1 and Sample Backpack 3 have the largest width at 42 cm. In terms of height, Sample Backpack 4 is the tallest at 49 cm, while Sample Backpack 3 is the shortest at 41 cm. Similarly, weight (Loaded) (kg) shows the weight of the backpack when loaded with items. Sample Backpack 2 has the highest loaded weight at 7.25 kg, while Sample Backpack 1 has the lowest at 6.28 kg.

However, the strap length (cm) indicates the length of the straps, which is crucial for adjusting the backpack to fit the wearer comfortably. Sample Backpack 1 has the longest strap length at 92.50 cm, while Sample Backpack 3 has the shortest at 74.00 cm. The number of compartments represents the number of compartments or sections within each backpack for organizing items. Sample Backpack 3 has the highest number of

compartments at 8, providing ample storage options, while Sample Backpacks 1, 4, and 5 have 4 compartments each, and Sample Backpack 2 has 5 compartments. Based on this comparison, it's evident that each backpack has its own unique set of characteristics in terms of size, weight, strap length, and compartmentalization. The choice of the most suitable backpack would depend on individual preferences, such as the need for additional storage compartments or preference for a lighter or more compact design. Figure 3 shows the breakdown of the performance of each backpack in terms of different criteria. For each backpack, the average rating for a given criterion (load distribution, proper fit, strapping, accessibility, and aesthetics) was computed as the arithmetic mean of the individual 1-to-10 ratings assigned by all participants who tested that backpack, in line with the data analysis procedure described in Section 2.2

Table 1 Top Performer for Each Criterion

TOP PERFORMERS	
Load Distribution	Backpack 4
Fit	Backpack 1
Strapping	Backpack 1
Accessibility	Backpack 2
Aesthetics	Backpack 5

Table 2 Worst Performers for Each Criterion

WORST PERFORMERS	
Load Distribution	Backpack 5
Fit	Backpack 5
Strapping	Backpack 3
Accessibility	Backpack 3
Aesthetics	Backpack 1

The study shows that Backpack 4 performed the best in load distribution, with a rating of 6.47, indicating that it effectively distributed the weight of the contents across the wearer's back. Backpack 1 also performed well in this aspect, with a rating of 6.17. Backpack 5 received the lowest rating for load distribution at 5.53. Similarly, Backpack 1 received the highest rating for proper fit at 6.53, suggesting that it fit the wearer's body well and provided comfort. Backpack 2 and Backpack 4 also scored relatively high in this aspect, with ratings of 6 and 6.2 respectively.

However, Backpack 5 received the lowest rating for proper fit at 5.43. Backpack 1 received the highest rating for strapping at 6.6, indicating that its shoulder straps were comfortable and provided adequate support.

Backpack 2 also scored well in this aspect, with a rating of 6.23. Backpack 3 received the lowest rating for strapping at 5.47 while Backpack 2 also received the highest rating for accessibility at 6.53, suggesting that it was easy for users to access the contents of the backpack. Backpack 4 also performed well in this aspect, with a rating of 6.13. Backpack 3 received the lowest rating for accessibility at 5.4. Backpack 5 similarly, received the highest rating for

aesthetics at 6.53, indicating that it was visually appealing to users. Backpack 4 also scored relatively high in this aspect, with a rating of 6. Backpack 1 received the lowest rating for aesthetics at 5.73.

The finding revealed that each backpack has its strengths and weaknesses across different criteria. Backpack 1 performed well in terms of load distribution, proper fit, and strapping, while Backpack 2 excelled in accessibility. Backpack 5 stood out in terms of aesthetics. These ratings provide insights into the performance of each backpack and can help users make informed decisions based on their preferences and needs.

In analyzing the top performers in the table 1 based on various criteria, it is evident that each backpack excels in different aspects, contributing to a comprehensive evaluation of their performance.

The study shows that Backpack 4 emerges as the top performer in load distribution, suggesting that it effectively distributes the weight across the wearer's back. This indicates that Backpack 4 likely features a sturdy frame, adequate padding, and adjustable straps, which are crucial for evenly distributing the load and reducing strain on the wearer's back and shoulders. Backpack 1 is recognized for providing an excellent fit, implying that it offers adjustable features that allow users to customize the backpack to their torso size and shape. A proper fit is essential for ensuring comfort and minimizing discomfort or strain during prolonged use.

Similar to its performance in fit, Backpack 1 also excels in strapping, suggesting that it features wide and padded shoulder straps that effectively distribute pressure and enhance comfort. Additionally, the adjustable nature of the straps allows for personalized adjustments to accommodate different body sizes and

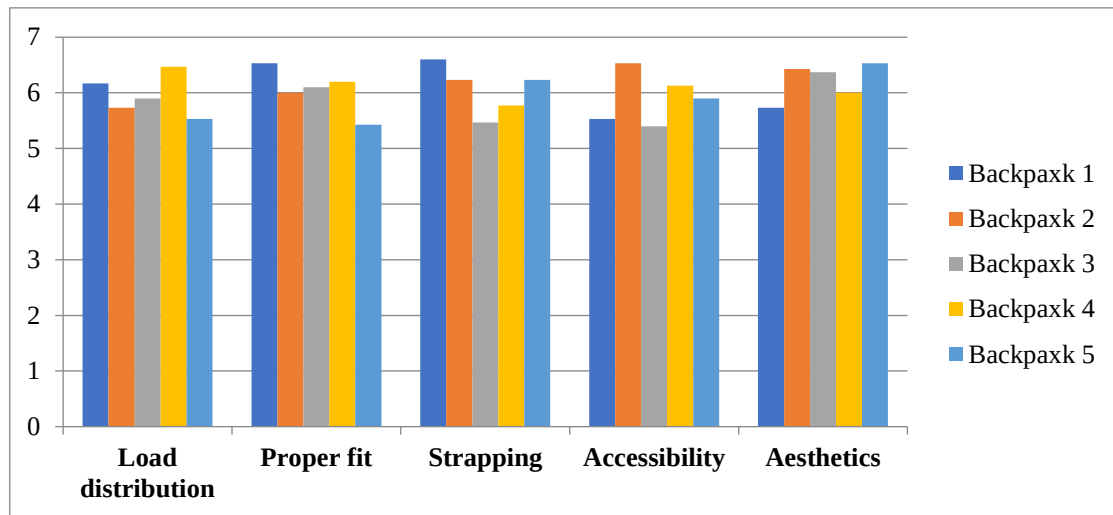


Figure 3 Comparison of the Backpacks Average Rating Criteria (1 – 10)

preferences. Backpack 2 stands out in accessibility, indicating that it offers convenient access to belongings through multiple compartments and pockets. This feature enhances organization and facilitates easy retrieval of items, contributing to overall user convenience and efficiency.

However, Backpack 5 receives recognition for aesthetics, implying that it features a visually appealing design that resonates with users. Aesthetics play a significant role in user satisfaction and can influence the likelihood of regular usage, making Backpack 5 an attractive option in terms of style and design preferences. The study finding revealed that the top performers in the table exhibit strengths across different dimensions, ranging from load distribution and fit to strapping, accessibility, and aesthetics. Each backpack offers distinct advantages that contribute to overall user satisfaction and usability, highlighting the importance of considering multiple criteria when evaluating backpack performance.

Table 2 shows the analysis of the backpack based on the worst performers in various criteria sheds light on areas where certain backpacks may fall short in terms of user satisfaction and functionality. The study revealed that, Backpack 5 was identified

as the worst performer in load distribution, suggesting that it may struggle to evenly distribute the weight across the wearer's back. This could indicate insufficient padding or structural support, leading to discomfort or strain, particularly during extended use. Similarly, Backpack 5 was recognized as the worst performer in fit, indicating that it may not offer adequate adjustability to accommodate different torso sizes and shapes. A poor fit can result in discomfort, instability, and potential strain, detracting from the overall user experience.

However, Backpack 3 emerges as the worst performer in strapping, implying that it may feature narrow or poorly padded shoulder straps that contribute to discomfort and pressure points on the wearer's shoulders and neck. Additionally, inadequate adjustability may further exacerbate fit issues and discomfort.

Backpack 3 was also identified as the worst performer in accessibility, suggesting that it may lack sufficient compartments or organization features to facilitate easy access to belongings. This could lead to frustration and inefficiency when retrieving items, negatively impacting the user experience.

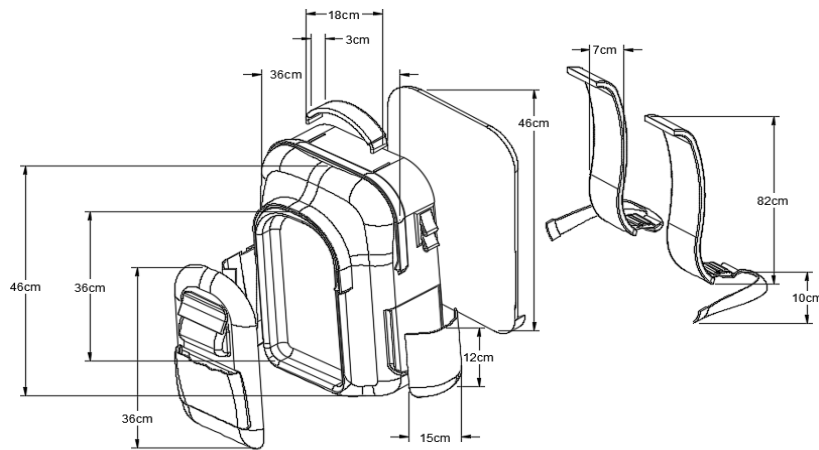


Figure 4 Design Isometric View 1

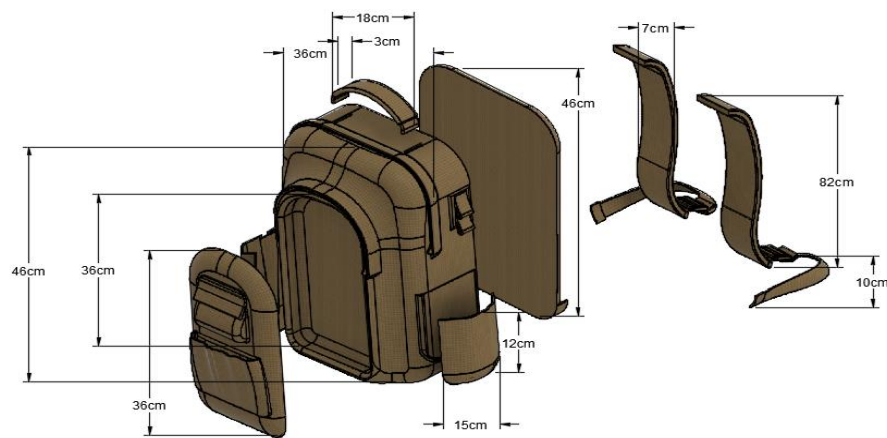


Figure 5 Design Isometric View 2



Figure 6 Proposed Design Front View

The findings also revealed that Backpack 1 is recognized as the worst performer in aesthetics, indicating that it may feature a design that is less visually appealing to users. While aesthetics are subjective, a design that is perceived as unattractive or outdated may influence user satisfaction and preference. The worst performers in the table exhibit shortcomings across various

dimensions, including load distribution, fit, strapping, accessibility, and aesthetics. These deficiencies highlight areas where certain backpacks may fail to meet user expectations and emphasize the importance of addressing these factors in backpack design to enhance overall user satisfaction and functionality.

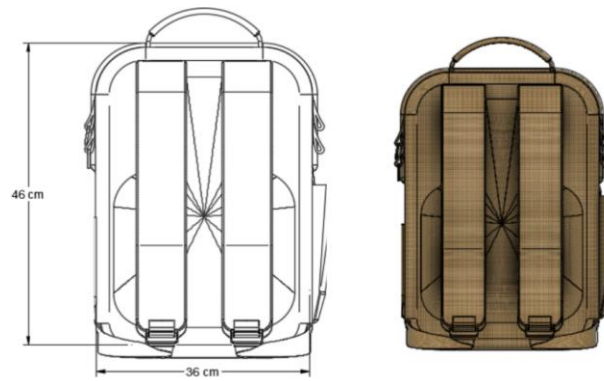


Figure 7 Proposed Design Back View

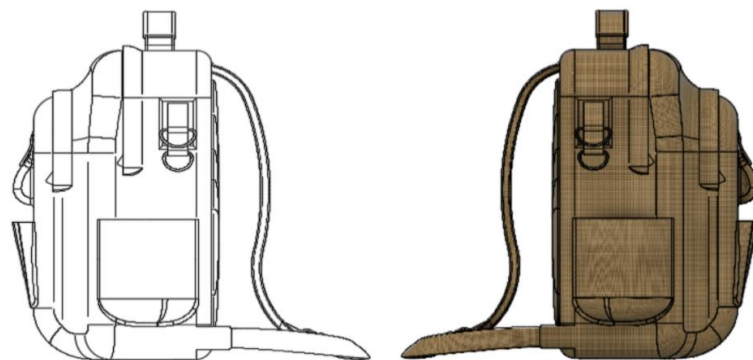


Figure 8 Proposed Design Side View

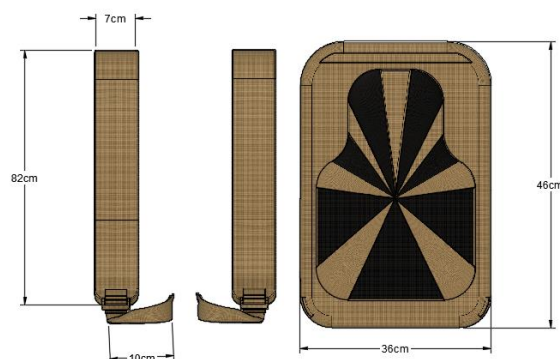


Figure 9 Proposed Design Straps and Back Panel

4. PROPOSED PRODUCT DESIGN

4.1 Comparison of Developed Backpack with the Existing

In comparing the developed backpack with the other options based on the provided figure 11 several key observations was made regarding various dimensions and features: The developed backpack has a width of 36 cm and a height of 46 cm, which are within the range of the widths and

heights of the other backpacks. However, it is notable that Backpack 3 has a relatively smaller height compared to others, potentially affecting its overall capacity and fit for larger items. The loaded weight of the developed backpack is 6.7 kg, falling within a comparable range to the weights of the other backpacks. While Backpack 2 has the highest loaded weight at 7.25 kg, indicating potentially higher carrying capacity, this may also contribute to



Figure 10 Assembly of Proposed Design

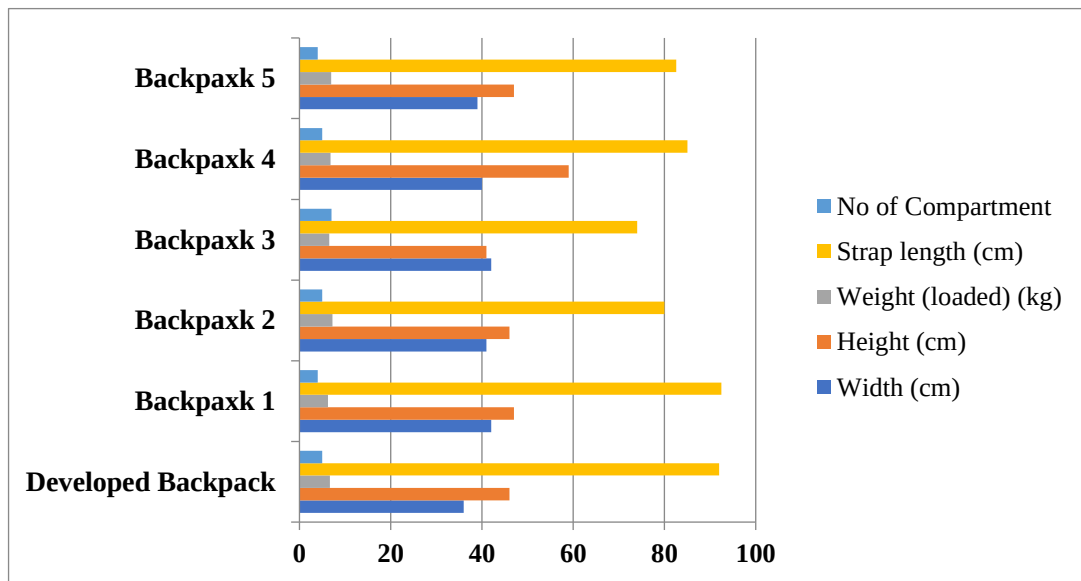


Figure 11 Comparison of Developed Backpack with the Existing

increased strain on the wearer, particularly if the weight exceeds recommended limits. The strap length of the developed backpack is 92 cm. This is comparable to Backpack 1, which has a marginally longer strap length of 92.5 cm and may therefore offer slightly better adjustability. By contrast, Backpack 2's strap length of 80 cm is noticeably shorter than that of the developed backpack, which may limit its adjustability range for taller users. The developed backpack features 5 compartments, which is comparable to the number of compartments in Backpacks 2, 4, and 5. However, Backpack 3 stands out with 7

compartments, potentially offering more organizational options for users.

This study discovered that the developed backpack aligns closely with the dimensions and features of the other options presented in the table, it offers a balanced combination of width, height, weight, strap length, and compartmentalization. Additionally, the inclusion of ergonomic considerations such as proper weight distribution, adjustable straps, and sufficient compartmentalization aims to enhance user comfort and functionality, distinguishing it as a viable choice among the compared options.

5. CONCLUSION

This research aimed to develop an ergonomic, functional student backpack that mitigates the risk of health problems. Through a thorough literature review on backpack design and functionality, an assessment of disorders among students (Amiri, et al., 2012), and the creation of a computer-aided design (CAD) model, this study identified six primary ergonomic requirements crucial for designing student backpacks: backpack weight limit, load distribution, proper fit, strapping, accessibility, and aesthetics. A CAD representation of the backpack incorporating these ergonomic features was developed, with specifications including a weight limit of 6.7 kg, a height of 46 cm, a width of 36 cm, and adjustable strap lengths ranging from 82 cm to 92 cm. Additional features such as front compartments, back padding, and proper strapping were integrated to enhance comfort, support, and usability for students.

The developed prototype Backpack enhances comfort, support, and usability with a significant advancement in ergonomic design for student backpacks. However, future research should conduct empirical testing of the proposed design on real users to assess its effectiveness in reducing musculoskeletal pain, improving comfort, and enhancing usability. Consideration of additional ergonomic elements such as ventilation, water resistance, durability, security, and personalization could further enhance the performance of student backpacks. Future studies can investigate the feasibility and desirability of incorporating such features and their impact on user satisfaction.

Further studies can examine how ergonomic backpacks influence academic achievement and quality of life using objective and subjective measures, such as attendance, grades, and overall well-being. These recommendations can

contribute to advancing research and design practices aimed at creating ergonomic, user-friendly backpacks that promote student health and well-being.

6. ETHICAL APPROVAL

All procedures involving human subjects in this study were performed in compliance with relevant laws and institutional guidelines. Informed consent was obtained from all human participants involved in the experimentation. The privacy rights of all participants were strictly observed and protected throughout the study.

7. CONFLICT OF INTEREST

Authors approve that to the best of our knowledge, there is not any conflict of interest or common interest with an institution / organization or a person that may affect the review process of the paper.

8. AUTHOR CONTRIBUTIONS

Dr. Adekunle Ibrahim Musa formulated the research concept, design process, overseeing research management and finally approved the manuscript. Mr. Adeleke Babatunde Ogunsona undertook data collection, analysis and collated the results for the manuscript draft preparation. Mr. Ayomide Idris Musa conducted data analysis, interpreted the results, and prepare the draft of the manuscript.

REFERENCES

- Adeyemi, A. J., Rohani, J. M. & Rani, M. A., (2014). Back pain arising from schoolbag usage among primary schoolchildren. *International Journal of Industrial Ergonomics*, 44(4), pp. 590-600.
- Amiri, M., Dezfouli, M. S. & Mortezaei, S. R., (2012). Designing an ergonomics backpack for student aged 7-9 with user centred design approach. *Work (Reading, Mass.)*, 1193-1201.
- Brumelis, O., (2023). *Calculating Your Average Torso Length Relative to Height*.

- Dianat, I., Sorkhi, N., Pourhossein, A., Alipour, A., & Asghari-Jafarabadi, M. (2014). Neck, shoulder and low back pain in secondary schoolchildren in relation to schoolbag carriage: should the recommended weight limits be gender-specific. *Applied ergonomics*, 45(3), 437-442.
- Ismaila, S. O. (2018). Safe backpack weight limit for secondary school students in Ibadan, Southwestern Nigeria. *Alexandria Engineering Journal*, 57(2), 547-554.
- Kristina, S., & Amanda, B. (2018, September). Designing an ergonomic backpack for sixth grade elementary school students in Bandung based on the ideal weight of backpack load. In *MATEC Web of Conferences* (Vol. 204, p. 03011). EDP Sciences.
- Mansoorian, M., Ghasemi, M. & Dehghan, N., (2019). Designing a New Ergonomic Student Backpack. *Journal of Pharmaceutical Research International*, 1-7.
- Mertes, A., (2023). *History of Backpacks*. *Quality Logo Products*, 28 June.
- Moore, M. J., White, G. L. & Moore, D. L., (2007). Association of relative backpack weight with reported pain, pain sites, medical utilization, and lost school time in children and adolescents. *The Journal of school health*, 77(5), 232-239.
- Olatunya, O. (2017). Backpack use and associated problems among primary school children in Nigeria: a call to action by stakeholders. *Niger J Paediatr*, 44(3), 157-162.

Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับขวาและซ้าย

ไพโรจน์ เที่ยวยะยัง¹ และ กุลนิตา รอดเรือง^{1*}

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม จังหวัดพิษณุโลก 65000 ประเทศไทย

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน อีเมล: kunnida.r@psru.ac.th DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.003

รับเมื่อ 4 ธันวาคม 2568 แก้ไขเมื่อ 23 มีนาคม 2569 ตอบรับเมื่อ 29 เมษายน 2569

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแนวคิดเชิงนวัตกรรมการทางพีชคณิตที่เรียกว่า Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับโดยมุ่งศึกษาสมบัติและโครงสร้างลักษณะเฉพาะของ Γ -TA-กรุปพอยต์เปลี่ยนหมู่ปรกติ ผลการศึกษาชี้ให้เห็นว่า Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับซ้ายเป็น Γ -กึ่งกรุปเสมอ อีกทั้งยังพิสูจน์ได้ว่าทุก Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับซ้ายเป็น Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับขวาและในทางกลับกัน Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับขวาเป็น Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับซ้าย เช่นเดียวกัน ผลลัพธ์ดังกล่าวสะท้อนถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติของ Γ -กรุปพอยต์ทั้งสองลักษณะและช่วยขยายขอบเขตความเข้าใจในโครงสร้างของ Γ -TA-กรุปพอยต์ให้ลึกซึ้งยิ่งขึ้น

คำสำคัญ: Γ -TA-กรุปพอยต์, Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับซ้าย, Γ -TA-กรุปพอยต์ปรกติคู่สลับขวา, กรุปพอยต์, Γ -กรุปพอยต์

Left and Right Transposition Regular Γ -TA-Groupoids

Pairote Yiarayong¹, and Kunnida Rodruang^{1*}

¹Department of Mathematics Faculty of Science and Technology Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000, Thailand

* Corresponding Author, E-mail: kunnida.r@psru.ac.th DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB. 2026.02.003

Received 4 December 2025; **Revised** 23 March 2026; **Accepted** 29 April 2026

ABSTRACT

This paper introduces an innovative algebraic concept called the transposition regular Γ -TA-groupoid. The study focuses on investigating the fundamental properties and structural characteristics of the regular associative Γ -TA-groupoid. The results demonstrate that every left transposition regular Γ -TA-groupoid is always a Γ -semigroup. Furthermore, it is proved that every left transposition regular Γ -TA-groupoid is also a right transposition regular Γ -TA-groupoid, and conversely, every right transposition regular Γ -TA-groupoid is a left transposition regular Γ -TA-groupoid. These findings reveal a relationship between the two forms of Γ -TA-groupoids and provide deeper insight into the structural behavior of Γ -TA-groupoids within the framework of algebraic regularity.

KEYWORDS: Γ -TA-groupoid, Left transposition regular Γ -TA-groupoid, Right transposition regular Γ -TA-groupoid, Groupoid, Γ -Groupoid

1. บทนำ

การศึกษาความสัมพันธ์โครงสร้างพีชคณิตไม่เปลี่ยนหมู่ เช่น กรุปพอยด์ (groupoid) และ Γ -กรุปพอยด์ (Γ -groupoid) เป็นหัวข้อสำคัญในพีชคณิตสมัยใหม่ เนื่องจากขยายแนวคิดพื้นฐานเพื่อนำไปสู่การค้นพบสมบัติโครงสร้างใหม่ ๆ อย่างต่อเนื่อง เช่น ในปี ค.ศ. 2006, ผลงานของ Mushtaq และ Khan (Mushtaq & Khan, 2006) ได้อธิบายของไอดีลเฉพาะ (prime ideal) ใน AG^* -กรุปพอยด์ (AG^* -groupoid) โดยอาศัยเงื่อนไขนิพจน์ (idempotent) ต่อมา ในปี ค.ศ. 2013, ผลลัพธ์ของ Ahmad และคณะ (Ahmad et al., 2013) ที่พิสูจน์ว่า AG^* -กรุปพอยด์เป็น Bol^* - AG -กรุปพอยด์ (Bol^* - AG -groupoid) ได้แสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์เชิงโครงสร้างที่กว้างมากขึ้น ขณะที่ในปี ค.ศ. 2014, Rashad และคณะ (Rashad et al., 2014) ได้แสดงว่าคลาสของ AG -กรุปพอยด์ถ่ายทอดซ้าย (left transitive AG -groupoid) สอดคล้องกับคลาสของ T^2 - AG -กรุปพอยด์ (T^2 - AG -groupoid) ผลงานในช่วงปี ค.ศ. 2020-2023, ได้เพิ่มแนวความคิดใหม่ เช่น กรุปพอยด์เปลี่ยนหมู่วัฏจักรชนิดที่ 2 (type-2 cyclic associative groupoid) หรือ $T2CA$ -กรุปพอยด์ ($T2CA$ -groupoid) ที่นำเสนอโดย Zhang และคณะ (Zhang et al., 2020a), การศึกษาการตัดออก (cancellation) ใน CA -กรุปพอยด์ (CA -groupoid) โดย Ma และคณะ (Ma et al., 2020) และนอกจากนี้ Zhang และคณะ (Zhang et al., 2020b) ยังได้เสนอกรุปพอยด์เปลี่ยนหมู่ทาร์สกี (Tarski associative groupoid) หรือ TA -กรุปพอยด์ (TA -groupoid) พร้อมการวิเคราะห์สมบัติพื้นฐานและความสัมพันธ์เชิงโครงสร้าง, การพัฒนาต่อเนื่องของโครงสร้าง TA -กรุปพอยด์โดย An และคณะ (An et al., 2022a) พิสูจน์ว่า TA - NET -กรุปพอยด์ (TA - NET -groupoid) ทุกตัวเป็นกึ่งกรุป (semigroup) และต่อมา An และคณะ (An et al., 2022b) ได้พิสูจน์ว่าความสัมพันธ์การตัดออก (cancellativity) และ ควอซี-การตัดออก (quasi-cancellativity) ใน CA -กรุปพอยด์, ผลงานของ Zhang และ Du (Zhang & Du, 2022) ได้ขยายแนวความคิดสู่กึ่งกรุปปกติคู่สลับ (transposition regular semigroups) โดยการแปลงตำแหน่ง (transforming positions) ของสมาชิกในเงื่อนไขปกติ, การนำเสนอ AG -กรุปพอยด์ปกติคู่สลับ (transposition regular AG -groupoid) และ $L1$ -กรุปพอยด์ปกติคู่สลับ (transposition regular $L1$ -groupoid)

โดย Du และคณะ. (Du et al., 2022) นอกจากนี้ Chen และคณะ (Chen et al., 2023) ยังขยายแนวความคิดของ TA -กรุปพอยด์สู่โครงสร้าง TA -กรุป (TA -group) โดยผ่านกรุปพอยด์สามสิ่งขยายนิวโทรโซฟิกลเปลี่ยนหมู่ทาร์สกี (Tarski associative neutrosophic extended triplet groupoid)

ในการศึกษาโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ได้ขยายแนวความคิดไปสู่ Γ ซึ่งมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาโครงสร้างดังกล่าวอย่างต่อเนื่อง เช่น ในปี ค.ศ. 2010, Chattopadhyay (Chattopadhyay, 2010) ได้ศึกษาสมบัติของกึ่งไฮเพอร์กรุปที่สัมพันธ์กับ Γ -กึ่งกรุปเปลี่ยนหมู่ (associated Γ -semigroup) ในปีเดียวกันนั้น Singh และ Khan (Singh & Khan, 2010) ได้ศึกษาสมบัติของควอซี- Γ -ดูดซับปกติ (regular quasi- Γ -absorbent) ใน Γ -กรุปพอยด์-แลตทิซ (Γ -groupoid-lattices) ต่อมา Shah และ Rehman (Shah & Rehman, 2010) ได้นำเสนอการวางนัยทั่วไปของ Γ -ไอดีล (Γ -ideal) และ Γ -ไบ-ไอดีล (Γ -bi-ideal) ใน Γ - AG -กรุปพอยด์ (Γ - AG -groupoid) ซึ่งขยายผลลัพธ์มาจาก AG -กรุปพอยด์ ในปี ค.ศ. 2012, Faisal และคณะ (Faisal et al., 2012) ได้พิสูจน์ว่า Γ -ไอดีลสองด้านวิชันนัย (fuzzy Γ -two-sided ideal) ของ Γ - AG^{**} -กรุปพอยด์อันดับ (2, 2)-ปกติ ((2, 2)-regular ordered Γ - AG^{**} -groupoid) เป็นกึ่งแลตทิซ (semilattice) ที่มีเอกลักษณ์ ต่อมาในปี ค.ศ. 2013, Sabri (Sabri, 2013) ได้ศึกษาลักษณะเฉพาะของ Γ -กึ่งกรุปนิพจน์ (idempotent Γ -semigroup) และในปีเดียวกันนั้น Shah และ Rehman (Shah & Rehman, 2013) ศึกษาเกี่ยวกับ Γ - AG -กรุปพอยด์เปลี่ยนหมู่เฉพาะที่ (locally associative Γ - AG -groupoid) ที่มีเอกลักษณ์ซ้าย (left identity) ในปี ค.ศ. 2020, Bhargavi และคณะ (Bhargavi et al., 2020) ได้เสนอแนวความคิด Γ -กึ่งกรุปไตรภาควิชันนัย (fuzzy ternary Γ -semigroup) พิสูจน์สมบัติของ Γ -กึ่งกรุปอันดับที่บรรจุฐานสองด้าน (Γ -semigroup containing two-sided base) โดย Jantan และคณะ (Jantan et al., 2021) นอกจากนี้ในปี ค.ศ. 2021, Smisha และ Romeo (Smisha & Romeo, 2021) ได้ขยายแนวความคิดของอะมัลแกมกึ่งกรุป (semigroup amalgam) ไปยังอะมัลแกม Γ -กึ่งกรุป (Γ -semigroup amalgam) และสุดท้าย

ในปี ค.ศ. 2023, Chuphan และ Yiarayong (Chuphan & Yiarayong, 2023) ได้นำเสนอแนวความคิด Γ -RA-กึ่งกรุป (Γ -RA-semigroup)

ในบทความนี้ได้ขยายแนวความคิดของ TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับซ้าย (left transposition regular TA-groupoid) (An & Zhang, 2022) เพื่อศึกษาโครงสร้างสมบัติพื้นฐานของ Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับซ้าย (left transposition regular Γ -TA-groupoid) รวมทั้งพิสูจน์ว่า Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับซ้ายสมมูลกันกับ Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับขวา (right transposition regular Γ -TA-groupoid)

2. ความรู้พื้นฐาน

เพื่อให้การศึกษาสมบัติในบทความนี้มีความชัดเจนและเป็นระบบ จึงกำหนดความรู้พื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับกรุปพอยด์ TA-กรุปพอยด์ TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับซ้าย Γ -กรุปพอยด์ Γ -AG-กรุปพอยด์ปกติและ Γ -กึ่งกรุป ดังต่อไปนี้

บทนิยาม 2.1 (Yiarayong, 2022) กำหนดให้ S เป็นเซตที่ไม่ใช่เซตว่าง จะเรียก S ภายใต้การดำเนินการ $*$ ว่า **กรุปพอยด์ (groupoid)** ก็ต่อเมื่อ $*$: $S \times S \rightarrow S$ โดยที่ $(x, y) \mapsto xy$ สำหรับทุก $x, y \in S$

บทนิยาม 2.2 (Zhang et al., 2020b) กำหนดให้ S เป็นกรุปพอยด์ จะเรียก S ว่า **กรุปพอยด์เปลี่ยนหมู่ทาร์สกี (Tarski associative groupoid)** ถ้า $(xy)z = x(zy)$ สำหรับทุก $x, y, z \in S$

บทนิยาม 2.3 (An & Zhang, 2022) กำหนดให้ S เป็น TA-กรุปพอยด์และ $x \in S$ จะกล่าวว่า

1. x เป็น **ปกติคู่สลับซ้าย (left transposition regular)** ถ้ามี $a \in S$ ซึ่ง $(ax)x = x$ และจะเรียก S ว่า **TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับซ้าย (left transposition regular TA-groupoid)** ถ้าสมาชิกทุกตัวของ S เป็นปกติคู่สลับซ้าย

บทนิยาม 2.4 (Kehayopulu, 2009) กำหนดให้ S และ Γ เป็นเซตที่ไม่ใช่เซตว่าง จะเรียก S ภายใต้การดำเนินการ

$*$ ว่า **Γ -กรุปพอยด์ (Γ -groupoid)** ถ้า $x, y \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ แล้ว $*$: $S \times \Gamma \times S \rightarrow S$ ซึ่ง $(x, \gamma, y) \mapsto x\gamma y$

บทนิยาม 2.5 (Shah & Rehman, 2010) กำหนดให้ S เป็น Γ -กรุปพอยด์และ $x \in S$

1. จะเรียก S ว่า **Γ -AG-กรุปพอยด์ (Γ -AG-groupoid)** ถ้า $x, y, z \in S$ และ $\alpha, \gamma \in \Gamma$ แล้วสมการ $(x\gamma y)\alpha z = (z\gamma y)\alpha x$ เป็นจริง

2. จะเรียก x ว่า **ปกติ (regular)** ถ้ามี $a \in S$ และ $\alpha, \gamma \in \Gamma$ โดยที่ $x = x\gamma(a\alpha x)$

3. จะเรียก S ว่า **Γ -AG-กรุปพอยด์ปกติ (regular Γ -AG-groupoid)** ถ้าสมาชิกทุกตัวเป็นปกติ

บทนิยาม 2.6 (Sen & Saha, 1986) กำหนดให้ S เป็น Γ -กรุปพอยด์ เรียก S ว่า **Γ -กึ่งกรุป (Γ -semigroup)** ถ้า $x, y, z \in S$ และ $\alpha, \gamma \in \Gamma$ แล้ว $(x\gamma y)\alpha z = x\gamma(y\alpha z)$

3. Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับซ้าย

กำหนดให้ S เป็น Γ -กรุปพอยด์โดยที่ $x \in S$ และ m เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 0 จะเรียก x^m ว่า x ยกกำลัง m ถ้า $x^m = \underbrace{((x\gamma x)\gamma x) \dots}_{m} \gamma x$ สำหรับทุก $\gamma \in \Gamma$

Γ -TA-กรุปพอยด์พัฒนามาจากการขยายแนวความคิดของโครงสร้างพีชคณิตสองโครงสร้าง ได้แก่ กรุปพอยด์เปลี่ยนหมู่ทาร์สกีกับ Γ -กรุปพอยด์ ดังบทนิยามต่อไปนี้

บทนิยาม 3.1 กำหนดให้ S เป็น Γ -กรุปพอยด์ จะเรียก S ว่า **Γ -TA-กรุปพอยด์ (Γ -TA-groupoid)** ถ้า $x, y, z \in S$ และ $\alpha, \gamma \in \Gamma$ แล้ว $(x\gamma y)\alpha z = x\gamma(z\alpha y)$

ชัดเจนว่าใน Γ -TA-กรุปพอยด์มีสมบัติ $(x_1\gamma_1 x_2)\gamma_2 (x_3\gamma_3 x_4) = (x_1\gamma_1 x_4)\gamma_2 (x_3\gamma_3 x_2)$ สำหรับทุก $x_1, x_2, x_3, x_4 \in S$ และ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \in \Gamma$ โดยปกติแล้ว Γ -TA-กรุปพอยด์จะไม่มีสมบัติเปลี่ยนหมู่ทั่วไปบทตั้งต่อไปนี้จะนำเสนอเงื่อนไขที่ทำให้ Γ -TA-กรุปพอยด์มีสมบัติเปลี่ยนหมู่

บทตั้ง 3.2 กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ ถ้า $x \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ แล้ว

1. $(x\gamma x)\gamma x = x\gamma(x\gamma x) = x\gamma x\gamma x$
2. $(x\gamma x)\alpha x = x\gamma(x\alpha x) = x\gamma x\alpha x$

การพิสูจน์ 2. กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์และ $x \in S, \gamma, \alpha \in \Gamma$ โดยบทนิยาม 3.1 จะได้ว่า

$$(x\gamma x)\alpha x = x\gamma(x\alpha x)$$

สำหรับทุก $x \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ดังนั้น Γ -TA-กรุปพอยด์มีสมบัติเปลี่ยนหมู่เมื่อใช้เงื่อนไขของบทนิยาม 3.1 โดยข้อ 2 จะได้ว่า $(x\gamma x)\gamma x = x\gamma(x\gamma x) = x\gamma x\gamma x$ ทำให้ได้ว่า $x\gamma(x\gamma x) = x\gamma x\gamma x$ เป็นจริง

ข้อสังเกต จากบทตั้ง 3.2 จะได้ว่า

1. $x^m = (((x\gamma x)\gamma x)...) \gamma x = x\gamma x\gamma x... \gamma x$ สำหรับทุก $x \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$
2. จากข้อ 1 จะได้ $x^m \gamma x = x\gamma x^m$ สำหรับทุก $x \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$

บทนิยามต่อไปได้นำเสนอแนวคิดของสมาชิกปกติใน Γ -TA-กรุปพอยด์ เพื่อใช้เป็นพื้นฐานในการศึกษาสมบัติที่เกี่ยวข้องในทฤษฎีบทต่อไป ดังนี้

บทนิยาม 3.3 กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์และ $x \in S$ จะเรียก x ว่า **ปกติ (regular)** ถ้ามี $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $x = x\gamma(a\alpha x)$ และจะเรียก S ว่า **Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติ (regular Γ -TA-groupoid)** ถ้าสมาชิกทุกตัวเป็นปกติ

จากบทนิยามของ Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติ สามารถขยายผลไปสู่การอธิบายสมบัติยกกำลัง เพื่อให้เห็นถึงโครงสร้าง ดังนี้

ทฤษฎีบท 3.4 กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติ และ m เป็นจำนวนนับ ถ้า $x \in S$ จะมี $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $x^m \alpha a^m = x\gamma a$

การพิสูจน์ จะพิสูจน์โดยการอุปนัยทางคณิตศาสตร์ กำหนดให้ $x \in S$ เนื่องจาก S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์

ปกติจะได้ $x = x\gamma(a\alpha x)$ สำหรับบาง $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ พิจารณา

$$\begin{aligned} x^2 \alpha a^2 &= (x\gamma x)\alpha(a\gamma a) \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= ((x\gamma x)\alpha)\gamma a \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= (x\gamma(a\alpha x))\gamma a \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= x\gamma a \quad [\text{สมมติฐาน.....(1)}] \end{aligned}$$

ดังนั้น $x^2 \alpha a^2 = x\gamma a$ ต่อไปกำหนดให้ $x^k \alpha a^k = x\gamma a$ สำหรับ k เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า 0 เพราะว่า

$$\begin{aligned} x^{k+1} \alpha a^{k+1} &= (x^k \gamma x)\alpha(a^k \gamma a) \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= (x^k \gamma x)\alpha(a\gamma a^k) \quad [\text{บทตั้ง 3.2}] \\ &= (x^k \alpha a^k)\alpha(a\gamma x) \quad [\text{ทฤษฎีบท 3.6}] \\ &= (x\gamma a)\alpha(a\gamma x) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= (x\gamma x)\alpha(a\gamma a) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= x^2 \alpha a^2 \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= x\gamma a \quad [\text{จาก (1)}] \end{aligned}$$

ดังนั้น $x^{k+1} \alpha a^{k+1} = x\gamma a$ จากที่กล่าวมาจึงสรุปได้ว่า

$$x^m \alpha a^m = x\gamma a$$

ในการศึกษาโครงสร้างของ Γ -TA-กรุปพอยด์ สมบัติของการสลับซ้ายและสลับขวาเป็นปัจจัยสำคัญที่ใช้ในการศึกษาความเป็นปกติขององค์ประกอบภายในระบบเพื่อความชัดเจนและได้ให้คำจำกัดความของสมบัติ ดังนี้

บทนิยาม 3.5 กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์และ $x \in S$ จะกล่าวว่า

1. x เป็น **ปกติคู่สลับซ้าย (left transposition regular)** ถ้ามี $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $(a\gamma x)\alpha x = x$ และจะเรียก S ว่า **Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับซ้าย (left transposition regular Γ -TA-groupoid)** ถ้าสมาชิกทุกตัวของ S เป็นปกติคู่สลับซ้าย

2. x เป็น **ปกติคู่สลับขวา (right transposition regular)** ถ้ามี $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $x\gamma(x\alpha a) = x$ และจะเรียก S ว่า **Γ -TA-กรุปพอยด์ปกติคู่สลับขวา**

(right transposition regular Γ -TA-groupoid) ถ้าสมาชิกทุกตัวของ S เป็น ปริกติคู่สลับซ้าย

ต่อไปตัวอย่างแสดง S ภายใต้การดำเนินการ $\circ$ เป็น TA-กรุปพอยด์แต่ไม่เป็น TA-กรุปพอยด์ปริกติคู่สลับซ้าย S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติคู่สลับซ้าย

ตัวอย่าง 3.6 กำหนดให้ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $\Gamma = \{\gamma, \alpha\}$

และ $\circ$ เป็นการดำเนินการทวิภาคบน S ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 ตารางแสดงการดำเนินการทวิภาคบน S

$\circ$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	2	1	3	1
2	2	1	1	3	1	2
3	2	1	1	3	1	2
4	4	5	5	4	5	4
5	5	4	4	5	4	5
6	1	2	2	1	3	6

ตารางที่ 2 ตารางแสดง Γ -TA-กรุปพอยด์

γ	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	1	1	1
2	2	3	1	2	2	2
3	3	1	2	3	3	3
4	1	2	3	4	4	4
5	1	2	3	5	5	5
6	1	2	3	5	5	6

ตารางที่ 3 ตารางแสดง Γ -TA-กรุปพอยด์

α	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	1	3	2
2	2	3	1	2	1	3
3	3	1	2	3	2	1
4	4	6	5	4	5	6
5	5	4	6	5	6	4
6	6	5	4	6	4	5

เห็นได้ชัดเห็นว่า S ภายใต้การดำเนินการ $\circ$ เป็น TA-กรุปพอยด์แต่ไม่เป็น TA-กรุปพอยด์ปริกติคู่สลับซ้าย เนื่องจากมี $3 \in S$ ดังนั้นจึงได้ $(1 \circ 3) \circ 3 = 2 \circ 3 = 1$, $(2 \circ 3) \circ 3 = 1 \circ 3 = 2$, $(3 \circ 3) \circ 3 = 1 \circ 3 = 2$, $(4 \circ 3) \circ 3 = 5 \circ 3 = 4$, $(5 \circ 3) \circ 3 = 4 \circ 3 = 5$, $(6 \circ 3) \circ 3 = 2 \circ 3 = 1$ ชัดเจนว่า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติคู่สลับซ้ายเพราะว่า

สำหรับ $1 \in S$ มี $1 \in S, \gamma \in \Gamma$ ที่ซึ่ง $(1\gamma 1)\gamma 1 = 1\gamma 1 = 1$

สำหรับ $2 \in S$ มี $3 \in S, \gamma \in \Gamma$ ที่ซึ่ง $(3\gamma 2)\gamma 2 = 1\gamma 2 = 2$

สำหรับ $3 \in S$ มี $2 \in S, \gamma \in \Gamma$ ที่ซึ่ง $(2\gamma 3)\gamma 3 = 1\gamma 3 = 3$

สำหรับ $4 \in S$ มี $4 \in S, \gamma \in \Gamma$ ที่ซึ่ง $(4\gamma 4)\gamma 4 = 4\gamma 4 = 4$

สำหรับ $5 \in S$ มี $5 \in S, \gamma \in \Gamma$ ที่ซึ่ง $(5\gamma 5)\gamma 5 = 5\gamma 5 = 5$

สำหรับ $6 \in S$ มี $6 \in S, \gamma \in \Gamma$ ที่ซึ่ง $(6\gamma 6)\gamma 6 = 6\gamma 6 = 6$

ทฤษฎีบทต่อไปนี้จะแสดงสมบัติพื้นฐานของ Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติคู่สลับซ้าย ดังนี้

ทฤษฎีบท 3.7 ถ้า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติคู่สลับซ้ายและ $x \in S$ แล้วสมบัติต่อไปนี้เป็นจริง

1. ถ้า $x = (b\gamma x)\alpha x$ สำหรับบาง $\gamma, \alpha \in \Gamma$ แล้ว

$a\gamma x = x\gamma a$ โดยที่ $a = b\gamma x$

2. มี $a \in S$ ซึ่ง $a^2 = a$

3. มี $a \in S$ ในสมบัติข้อ 1 ได้เพียงตัวเดียวเท่านั้น

การพิสูจน์ 1. กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติคู่สลับซ้ายและ $x = (b\gamma x)\alpha x$ สำหรับบาง $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่งโดยที่ $a = b\gamma x$ พิจารณา

$$a\alpha x = (b\gamma x)\alpha x \quad [\text{สมมติฐาน}]$$

$$= x \quad [\text{บทนิยาม 3.5} \dots (1)]$$

และ

$$x\alpha a = ((b\gamma x)\alpha x)\alpha a \quad [\text{สมมติฐาน}]$$

$$= (b\gamma x)\alpha (a\alpha x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}]$$

$$= a\alpha x \quad [\text{สมมติฐาน (1)}]$$

$$= x \quad [(1) \dots (2)]$$

จาก (1) และ (2) จะสรุปได้ว่า $a\alpha x = x = x\alpha a$ ต่อไปจะแสดงว่า $b\gamma x = x\gamma b = a$ พิจารณา $(b\gamma x)\alpha x = x$

$$\begin{aligned}
xyb &= ((b\gamma x)\alpha)x\gamma b \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= (b\gamma x)\alpha(b\gamma x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= b\gamma((b\gamma x)\alpha x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= b\gamma x \quad [\text{บทนิยาม 3.5}] \\
&= a \quad [\text{สมมติฐาน(3)}]
\end{aligned}$$

จาก (3) จะสรุปได้ว่า $xyb = a$ สุดท้ายนี้จะแสดงว่า $(b\gamma x)^2 = b\gamma x$ พิจารณา

$$\begin{aligned}
(b\gamma x)^2 &= (b\gamma x)\gamma(b\gamma x) \quad [\text{ยกกำลังสอง}] \\
&= b\gamma((b\gamma x)\gamma x) \quad [\text{บทนิยาม 3.5}] \\
&= b\gamma(a\gamma x) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= b\gamma x \quad [(1)]
\end{aligned}$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า $(b\gamma x)^2 = b\gamma x$

2. กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย และ $x \in S$ จะมี $c \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $(c\gamma x)\alpha x = x$ ให้ $a = c\gamma x$ พิจารณา

$$\begin{aligned}
a^2 &= a\alpha a \quad [\text{ยกกำลังสอง}] \\
&= (c\gamma x)\alpha(c\gamma x) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= c\gamma((c\gamma x)\alpha x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= c\gamma x \quad [\text{บทนิยาม 3.5}] \\
&= a \quad [\text{สมมติฐาน}]
\end{aligned}$$

ดังนั้น $a^2 = a$

3. จากข้อ 1 สมมติมี $a, a_1, b, b_1 \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ที่ $a\alpha x = x\alpha a = x$, $b\gamma x = x\gamma b = a$, $a_1\alpha x = x\alpha a_1 = x$ และ $b_1\gamma x = x\gamma b_1 = a_1$ พิจารณา

$$\begin{aligned}
a\alpha a_1 &= (b\gamma x)\alpha a_1 \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= b\gamma(a_1\alpha x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= b\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= a \quad [\text{สมมติฐาน....(1)}]
\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
a\alpha a_1 &= a\alpha(b_1\gamma x) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= (a\alpha x)\gamma b_1 \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= x\gamma b_1 \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= a_1 \quad [\text{สมมติฐาน....(2)}]
\end{aligned}$$

จาก (1) และ (2) จะได้ว่า $a = a_1$ จึงทำให้สรุปได้ว่ามี a ที่มีสมบัติตามข้อ 1 ได้เพียงตัวเดียวเท่านั้น

จากทฤษฎีบท 3.4 ขยายผลไปสู่ Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 3.8 กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายและ m ที่เป็นจำนวนนับ ถ้า $x \in S$ แล้วจะมี $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $x^m\alpha a^m = a^m\alpha x^m = a\gamma x$

การพิสูจน์ กำหนดให้ $x \in S$ เมื่อ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายและ $\alpha \in \Gamma$ โดยทฤษฎีบท 3.7 ข้อ 1 จะได้ว่ามี $a, b \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ โดยที่ $b\gamma x = x\gamma b = x$ และ $a\gamma x = x\gamma a = b$ เนื่องจาก $(a\gamma x)\alpha x = b\gamma x = x$ จะได้

$$\begin{aligned}
a^2\alpha x^2 &= (a\gamma a)\alpha(x\gamma x) \quad [\text{ยกกำลังสอง}] \\
&= (a\gamma x)\alpha(x\gamma a) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= a\gamma((x\gamma a)\alpha x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= a\gamma((a\gamma x)\alpha x) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= a\gamma(b\gamma x) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= a\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน(1)}]
\end{aligned}$$

กำหนดให้ $a^k\alpha x^k = a\gamma x$ เพราะว่า

$$\begin{aligned}
a^{k+1}\alpha x^{k+1} &= (a^k\alpha a)\alpha(x^k\gamma x) \quad [\text{ยกกำลังสอง}] \\
&= (a^k\alpha a)\alpha(x\gamma x^k) \quad [\text{บทตั้ง 3.2}] \\
&= (a^k\alpha x^k)\alpha(x\gamma a) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= (a\gamma x)\alpha(x\gamma a) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\
&= (a\gamma a)\alpha(x\gamma x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\
&= a^2\alpha x^2 \quad [\text{ยกกำลังสอง}] \\
&= a\gamma x \quad [\text{จาก (1)}]
\end{aligned}$$

จากหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์จะได้ว่า $a^m\alpha x^m = a\gamma x$ และในทำนองเดียวกัน $x^m\alpha a^m = x\gamma a = a\gamma x$ จึงสรุปได้ว่า $x^m\alpha a^m = a^m\alpha x^m = a\gamma x$

ทฤษฎีบทต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโครงสร้างของ Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายกับ Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย

ทฤษฎีบท 3.9 กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับขวาก็ต่อเมื่อ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย

การพิสูจน์ กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับขวา จะแสดงว่า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย ให้ $x \in S$ จาก S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับขวามี $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $x\gamma(x\alpha a) = x$ ต่อไปจะแสดงว่า x เป็นปรกติคู่สลับซ้าย ดังนั้นจะมี $b \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ โดยที่ $b = (x\gamma a)\alpha a$ พิจารณา

$$\begin{aligned}(b\alpha x)\gamma x &= (((x\gamma a)\alpha a)\alpha x)\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= ((x\gamma a)\alpha(x\alpha a))\gamma x \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= (x\gamma a)\alpha(x\gamma(x\alpha a)) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= (x\gamma a)\alpha x \quad [\text{บทนิยาม 3.5}] \\ &= x\gamma(x\alpha a) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= x \quad [\text{บทนิยาม 3.5}]\end{aligned}$$

ดังนั้น S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย

สมมติให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย จะแสดงว่า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับขวา ให้ $x \in S$ จาก S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายโดยทฤษฎีบท 3.5 ข้อ 1 จะได้ว่ามี $a, b \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ ซึ่ง $b\gamma x = x\gamma b = x$, $a\gamma x = x\gamma a = b$ จะได้

$$\begin{aligned}x\gamma(x\gamma a) &= (b\gamma x)\gamma(x\gamma a) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= b\gamma((x\gamma a)\gamma x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= b\gamma(b\gamma x) \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= b\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= x \quad [\text{สมมติฐาน}]\end{aligned}$$

ดังนั้น S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับขวา

บทตั้งต่อไปนี้แสดงสมบัติพื้นฐานที่สำคัญเกี่ยวกับยกกำลังสองใน Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในทฤษฎีบทต่อไป ดังนี้

บทตั้ง 3.10 ถ้า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย และ $x \in S$ แล้วจะมี $a, b \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ แล้วสมบัติต่อไปนี้เป็นจริง

$$1. a\gamma x^2 = x^2\gamma a = x^2$$

$$2. b^2\gamma x^2 = x^2\gamma b^2 = a$$

$$3. (b^2\gamma x^2)^2 = b^2\gamma x^2$$

การพิสูจน์ 1. กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายและ $x \in S$ โดยทฤษฎีบท 3.7 ข้อ 1 จะมี $a \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ โดยที่ $a\gamma x = x\gamma a = x$ พิจารณา

$$\begin{aligned}a\gamma x^2 &= a\gamma(x\gamma x) \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= (a\gamma x)\gamma x \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= x\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= x^2 \quad [\text{เลขยกกำลัง(1)}] \\ x^2\gamma a &= (x\gamma x)\gamma a \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= x\gamma(a\gamma x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= x\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= x^2 \quad [\text{เลขยกกำลัง(2)}]\end{aligned}$$

ดังนั้น (1) และ (2) จะได้ $a\gamma x^2 = x^2 = x^2\gamma a$

2. กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายและ $x \in S$ โดยทฤษฎีบท 3.7 ข้อ 1 จะมี $a, b \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ โดยที่ $b\gamma x = x\gamma b = a$ พิจารณา

$$\begin{aligned}b^2\gamma x^2 &= (b\gamma b)\gamma(x\gamma x) \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= (b\gamma x)\gamma(x\gamma b) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= a\gamma a \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= a^2 \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= (b\gamma x)^2 \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= b\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= a \quad [\text{สมมติฐาน(3)}]\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}x^2\gamma b^2 &= (x\gamma x)\gamma(b\gamma b) \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= (x\gamma b)\gamma(b\gamma x) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}] \\ &= a\gamma a \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= a^2 \quad [\text{เลขยกกำลัง}] \\ &= (b\gamma x)^2 \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= b\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}] \\ &= a \quad [\text{สมมติฐาน(4)}]\end{aligned}$$

ดังนั้น (3) และ (4) จะได้ $b^2\gamma x^2 = a = x^2\gamma b^2$

3. กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายและ $x \in S$ โดยทฤษฎีบท 3.7 ข้อ 1 จะมี $b \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ โดยที่ $(b\gamma x)^2 = b\gamma x$ ต่อไปกำหนด

$A = (b^2\gamma x^2)^2$ จะได้

$$\begin{aligned} A &= (b^2\gamma x^2)\gamma(b^2\gamma x^2) && \text{[เลขยกกำลัง]} \\ &= ((b\gamma b)\gamma(x\gamma x))\gamma((b\gamma b)\gamma(x\gamma x)) && \text{[เลขยกกำลัง]} \\ &= ((b\gamma x)\gamma(x\gamma b))\gamma((b\gamma x)\gamma(x\gamma b)) && \text{[บทนิยาม 3.1]} \\ &= ((b\gamma x)\gamma(b\gamma x))\gamma((b\gamma x)\gamma(b\gamma x)) && \text{[สมมติฐาน]} \\ &= (b\gamma x)^2\gamma(b\gamma x)^2 && \text{[เลขยกกำลัง]} \\ &= (b\gamma x)\gamma(b\gamma x) && \text{[สมมติฐาน]} \\ &= (b\gamma x)\gamma(x\gamma b) && \text{[สมมติฐาน]} \\ &= (b\gamma b)\gamma(x\gamma x) && \text{[บทนิยาม 3.1]} \\ &= b^2\gamma x^2 && \text{[เลขยกกำลัง]} \end{aligned}$$

ดังนั้น $(b^2\gamma x^2)^2 = b^2\gamma x^2$

ทฤษฎีบทต่อไปนี้จะหาเงื่อนไขบางประการเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของทฤษฎีบท 3.7 ข้อ 1 ดังนี้

ทฤษฎีบท 3.11 S เป็น Γ -TA-กรุปอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายและ $x, y \in S$ ถ้า $x^2 = y^2$ แล้วจะมี $a, b, c \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ โดยที่ $a\gamma y = y\gamma a = y$ และ $b\gamma x = x\gamma b = c\gamma y = y\gamma c = a$

การพิสูจน์ กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายและ $x, y \in S$ โดยทฤษฎีบท 3.7 ข้อ 1 จะมี $a, b, c, d \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ โดยที่ $a\gamma x = x\gamma a = x$, $b\gamma x = x\gamma b = a$, $(b\gamma x)^2 = b\gamma x$ และ $d\alpha y = y\alpha d = y$, $c\alpha y = y\alpha c = d$, $(c\alpha y)^2 = c\alpha y$ จะแสดงว่า $d = a$ โดยบทตั้ง 3.9 ได้ว่า $a\gamma x^2 = x^2\gamma a = x^2$, $b^2\gamma x^2 = x^2\gamma b^2 = a$ และ $(b^2\gamma x^2)^2 = b^2\gamma x^2$ พิจารณา

$$\begin{aligned} d\alpha y^2 &= d\alpha(y\alpha y) && \text{[เลขยกกำลัง]} \\ &= (d\alpha y)\alpha y && \text{[บทนิยาม 3.1]} \\ &= y\alpha y && \text{[สมมติฐาน]} \end{aligned}$$

$$= y^2 \quad \text{[เลขยกกำลัง(1)]}$$

$$y^2\alpha d = (y\alpha y)\alpha d \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= y\alpha(d\alpha y) \quad \text{[บทนิยาม 3.1]}$$

$$= y\alpha y \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= y^2 \quad \text{[เลขยกกำลัง(2)]}$$

$$c^2\alpha y^2 = (c\alpha c)\alpha(y\alpha y) \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= (c\alpha y)\alpha(y\alpha c) \quad \text{[บทนิยาม 3.1]}$$

$$= d\alpha d \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= d^2 \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= (c\alpha y)^2 \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= c\alpha y \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= d \quad \text{[สมมติฐาน(3)]}$$

และ

$$y^2\alpha c^2 = (y\alpha y)\alpha(c\alpha c) \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= (y\alpha c)\alpha(c\alpha y) \quad \text{[บทนิยาม 3.1]}$$

$$= d\alpha d \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= d^2 \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= (c\alpha y)^2 \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= c\alpha y \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= d \quad \text{[สมมติฐาน ..(4)]}$$

สุดท้ายนี้จะแสดงว่า $(c^2\alpha y^2)^2 = c^2\alpha y^2$ ต่อไปกำหนด

$$B = (c^2\alpha y^2)^2 \quad \text{ได้ว่า}$$

$$B = (c^2\alpha y^2)\alpha(c^2\alpha y^2) \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= ((c\alpha c)\alpha(y\alpha y))\alpha((c\alpha c)\alpha(y\alpha y)) \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= ((c\alpha y)\alpha(y\alpha c))\alpha((c\alpha y)\alpha(y\alpha c)) \quad \text{[บทนิยาม 3.1]}$$

$$= ((c\alpha y)\alpha(c\alpha y))\alpha((c\alpha y)\alpha(c\alpha y)) \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= (c\alpha y)^2\alpha(c\alpha y)^2 \quad \text{[เลขยกกำลัง]}$$

$$= (c\alpha y)\alpha(c\alpha y) \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= (c\alpha y)\alpha(y\alpha c) \quad \text{[สมมติฐาน]}$$

$$= (c\alpha c)\alpha(y\alpha y) \quad \text{[บทนิยาม 3.1]}$$

$$= c^2\alpha y^2 \quad \text{[เลขยกกำลัง(5)]}$$

ดังนั้น (1), (2), (3), (4) และ (5) จะได้ $d\alpha y^2 = y^2\alpha d = y^2$
 $, c^2\alpha y^2 = y^2\alpha c^2 = d$ และ $(c^2\alpha y^2)^2 = c^2\alpha y^2$ โดย
 อาศัยเงื่อนไข $x^2 = y^2$ ทำให้ได้ $d\gamma x^2 = x^2\gamma d = x^2$,
 $c^2\gamma x^2 = x^2\gamma c^2 = d, (c^2\gamma x^2)^2 = c^2\gamma x^2$ โดยทฤษฎีบท
 3.7 จะได้ว่า $d = a$

Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายมีที่เงื่อนไขพิเศษ
 เกี่ยวกับสมการกำลังสองของสมาชิกใด ๆ ใน Γ -TA-กรุป
 พอยด์จะมีสมบัติ ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 3.12 S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้าย
 ถ้า $x, y \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$ โดยที่ $x^2 = x\gamma y = y^2$ แล้ว
 $x = y$

การพิสูจน์ กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่
 สลับซ้ายและ $x, y \in S$ ซึ่ง $x^2 = x\gamma y = y^2$ โดยบทตั้ง
 3.10 และทฤษฎีบท 3.11 จะมี $a, b, c \in S$ และ $\gamma \in \Gamma$
 โดยที่ $a\gamma x = x\gamma a = x, a\gamma y = y\gamma a = y$ และ
 $b\gamma x = x\gamma b = c\gamma y = y\gamma c = a$ พิจารณา

$$\begin{aligned} x &= a\gamma x && \text{[เลขยกกำลัง]} \\ &= (c\gamma y)\gamma x && \text{[สมมติฐาน]} \\ &= (c\gamma y)\gamma(a\gamma x) && \text{[สมมติฐาน]} \\ &= (c\gamma x)\gamma(a\gamma y) && \text{[บทนิยาม 3.1]} \\ &= (c\gamma y)\gamma y && \text{[สมมติฐาน]} \\ &= a\gamma y && \text{[สมมติฐาน]} \\ &= y && \text{[สมมติฐาน]} \end{aligned}$$

ดังนั้น $x = y$

บทตั้งต่อไปนี้แสดงถึงสมบัติพื้นฐานที่สำคัญใน Γ -TA-
 กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายซึ่งเกี่ยวกับการยกกำลังสองของ
 สมาชิก ดังนี้

บทตั้ง 3.13 กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่
 สลับซ้าย ถ้า $x, y, z \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ แล้ว $((x\gamma y)\alpha z)^2$
 $= (x\gamma y^2)\alpha(xyz^2)$

การพิสูจน์ กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่
 สลับซ้าย $x, y, z \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ เนื่องจาก

$$\begin{aligned} ((x\gamma y)\alpha z)^2 &= ((x\gamma y)\alpha z)\gamma((x\gamma y)\alpha z) \text{ [เลขยกกำลัง]} \\ &= (((x\gamma y)\alpha z)\gamma z)\alpha(x\gamma y) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= ((x\gamma y)\alpha(z\gamma z))\alpha(x\gamma y) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= ((x\gamma y)\alpha z^2)\alpha(x\gamma y) \text{ [เลขยกกำลัง]} \\ &= ((x\gamma y)\alpha y)\alpha(xyz^2) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= (x\gamma(y\alpha y))\alpha(xyz^2) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= (x\gamma y^2)\alpha(xyz^2) \text{ [เลขยกกำลัง]} \end{aligned}$$

ดังนั้น $((x\gamma y)\alpha z)^2 = (x\gamma y^2)\alpha(xyz^2)$

ในทฤษฎีบทต่อไปนี้จะทำให้ได้ว่า Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่
 สลับซ้ายเป็น Γ -กึ่งกรุป

ทฤษฎีบท 3.14 ทุก Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่สลับซ้ายเป็น
 Γ -กึ่งกรุป

การพิสูจน์ กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปรกติคู่
 สลับซ้าย $x, y, z \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ เนื่องจาก

$$\begin{aligned} (x\gamma(y\alpha z))^2 &= (x\gamma(y\alpha z))\gamma(x\gamma(y\alpha z)) \text{ [เลขยกกำลัง]} \\ &= ((x\gamma(y\alpha z))\gamma(y\alpha z))\gamma x \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= (x\gamma((y\alpha z)\gamma(y\alpha z)))\gamma x \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= (x\gamma(y\alpha((y\alpha z)\gamma z)))\gamma x \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= (x\gamma(y\alpha(y\alpha(z\gamma z))))\gamma x \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= \left(x\gamma \left(y\alpha \left(y\alpha z^2 \right) \right) \right) \gamma x \text{ [เลขยกกำลัง]} \\ &= x\gamma \left(x\gamma \left(y\alpha \left(y\alpha z^2 \right) \right) \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= x\gamma \left(\left(x\gamma \left(y\alpha z^2 \right) \right) \alpha y \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= x\gamma \left(\left((x\gamma y)\alpha z^2 \right) \alpha y \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= x\gamma \left((x\gamma y)\alpha \left(y\alpha z^2 \right) \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= \left(\left(x\gamma \left(y\alpha z^2 \right) \right) \alpha (x\gamma y) \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= \left(\left(\left(x\gamma z^2 \right) \alpha y \right) \alpha (x\gamma y) \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= \left(\left(x\gamma z^2 \right) \alpha \left((x\gamma y)\alpha y \right) \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \\ &= \left(\left(x\gamma z^2 \right) \alpha (x\gamma(y\alpha y)) \right) \text{ [บทนิยาม 3.1]} \end{aligned}$$

$$= \left((xyz^2) \alpha (xyy^2) \right) \quad [\text{เลขยกกำลัง}]$$

$$= (xyy^2) \alpha (xyz^2) \quad [\text{บทนิยาม 3.1....(1)}]$$

ต่อไปกำหนด $C = ((xyy) \alpha z) \alpha (xy(yaz))$ ทำให้ได้ว่า

$$C = ((xyy) \alpha (yaz)) \alpha (xyz) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}]$$

$$= ((xyz) \alpha (yay)) \alpha (xyz) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}]$$

$$= ((xyz) \alpha y^2) \alpha (xyz) \quad [\text{เลขยกกำลัง}]$$

$$= ((xyz) \alpha z) \alpha (xyy^2) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}]$$

$$= (xy(zaz)) \alpha (xyy^2) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}]$$

$$= (xyz^2) \alpha (xyy^2) \quad [\text{เลขยกกำลัง}]$$

$$= (xyy^2) \alpha (xyz^2) \quad [\text{บทนิยาม 3.1(2)}]$$

จากบทตั้ง 3.12 และสมการ (1), และ (2) จึงทำให้ได้ว่า

$((xyy) \alpha z)^2 = ((xyy) \alpha z) \alpha (xy(yaz)) = (xy(yaz))^2$ โดย
ทฤษฎีบท 3.11 ได้ $(xyy) \alpha z = xy(yaz)$ และ S เป็น Γ -
TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับซ้ายนั้นคือ S เป็น Γ -กึ่งกรุป

ทฤษฎีบทต่อไปนี้จะแสดงให้เห็นโครงสร้างที่ซับซ้อนของ
 Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับซ้าย

ทฤษฎีบท 3.15 ถ้า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับ
ซ้าย $x \in S$ แล้วจะมี $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ โดยที่
 $(a\gamma x) \alpha x = x = (x\gamma a) \alpha x$

การพิสูจน์ จากบทตั้ง 3.13 และทฤษฎีบท 3.14 จะได้ว่า S
เป็น Γ -กึ่งกรุป จาก S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุ
สลับซ้ายโดยอาศัยทฤษฎีบท 3.7 ข้อ 1 จะได้ว่ามี $a, b \in S$
และ $\gamma \in \Gamma$ ซึ่ง $b\gamma x = xyb = x$ และ $a\gamma x = x\gamma a = b$
จะได้

$$(x\gamma a) \gamma x = x\gamma (x\gamma a) \quad [\text{บทนิยาม 3.1}]$$

$$= xyb \quad [\text{บทนิยาม 3.5}]$$

$$= x \quad [\text{สมมติฐาน}]$$

และ

$$(a\gamma x) \gamma x = b\gamma x \quad [\text{สมมติฐาน}]$$

$$= x \quad [\text{สมมติฐาน}]$$

ดังนั้น $(a\gamma x) \alpha x = x = (x\gamma a) \alpha x$

ในทฤษฎีบทต่อไปนี้จะแสดงว่า Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุ
ที่มีสมบัติเปลี่ยนหมู่ทั่วไปเป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุ
สลับซ้าย

ทฤษฎีบท 3.16 ถ้า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุที่มี
สมบัติเปลี่ยนหมู่แล้ว S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุ
สลับซ้าย

การพิสูจน์ กำหนดให้ S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุจะมี
 $a \in S$ และ $\gamma, \alpha \in \Gamma$ ซึ่ง $xy(a\alpha x) = x$ เนื่องจาก

$$xy(x\alpha a) = (x\gamma a) \alpha x \quad [\text{บทนิยาม 3.1}]$$

$$= xy(a\alpha x) \quad [\text{เปลี่ยนหมู่}]$$

$$= x \quad [\text{สมมติฐาน}]$$

ดังนั้น S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับขวาโดยอาศัย
ทฤษฎีบท 3.8 จึงทำให้สรุปได้ว่า S เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์
ปริกติกุสลับซ้าย

4. บทสรุป

งานวิจัยนี้ได้เสนอแนวความคิดของ Γ -TA-กรุปพอยด์
ปริกติกุสลับซ้าย โดยเริ่มจากการศึกษาโครงสร้างสมบัติของ
 Γ -TA-กรุปพอยด์และสมบัติยกกำลังของสมาชิก รวมทั้ง
ยกตัวอย่างประกอบ จากนั้นได้ทำการพิสูจน์สมบัติพื้นฐาน
ของ Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับซ้าย นอกจากนี้ยังได้หา
ความสัมพันธ์ระหว่าง Γ -กรุปพอยด์ปริกติกุสลับซ้ายและ
 Γ -กรุปพอยด์ปริกติกุสลับขวา พร้อมทั้งได้พิสูจน์ว่าทุก Γ -
TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับซ้ายเป็น Γ -กึ่งกรุปเสมอ ใน
ทำนองเดียวกันยังได้พิสูจน์ว่า Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุที่มี
สมบัติเปลี่ยนหมู่เป็น Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับซ้าย
นอกจากนี้แนวทางการศึกษาต่อไปในอนาคตเกี่ยวกับ
ความสัมพันธ์การตัดออกอ่อน การตัดออกและควอซี-การตัด
ออกใน Γ -TA-กรุปพอยด์ปริกติกุสลับซ้าย

เอกสารอ้างอิง

- Ahmad, I., Rashad, M., & Shah, M. (2013). Some properties of AG*-groupoid. *Research Journal of Recent Sciences*, 2(4), 91-93.
- An, X.G., Chen, M.M., & Zhang, X.H. (2022a). An open problem on Tarski associative NET-groupoids and GTA-NET-groupoids. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 47, 1091-1112.
- An, X., & Zhang, X. (2022). Transposition regular TA-groupoids and their structures. *Axioms*, 11(8), 378. <https://doi.org/10.3390/axioms11080378>

- An, X., Zhang, X., & Ma, Z. (2022). Two open problems on CA-groupoids and cancellativities of T2 CA-groupoids. *Axioms*, 11(4), 169. <https://doi.org/10.3390/axioms11040169>
- Bhargavi, Y., Eswarlal, T., & Ragamayi, S. (2020). Cartesian product on fuzzy ideals of a ternary $\ast$ -semigroup. *Advances in Mathematics: Scientific Journal*, 9(3), 1197-1203. <https://doi.org/10.37418/amj.9.3.44>
- Chattopadhyay, S. (2010). A semihypergroup associated with a $\ast$ -semigroup. *Analele Stiintifice Ale Universitatii "Ali Cuza" Din Iasi (SN) Mathematica*, f1, 209-225.
- Chen, M., Du, Y., & An, X. (2023). Research on a class of special quasi TA-neutrosophic extended triplet: TA-groups. *Neutrosophic Sets and Systems*, 57, 408-422.
- Chuphan, S., & Yiarayong, P. (2023). Theory of paramedial $\ast$ -right almost semigroups. *Rattanakosin Journal of Science and Technology*, 5(1), 20-27.
- Du, Y., Zhang, X., & An, X. (2022). Transposition regular AG-groupoids and their decomposition theorems. *Mathematics*, 10, 1396. <https://doi.org/10.3390/math10091396>
- Faisal, Y., Yaqoob, N., & Hila, K. (2012). On fuzzy (2, 2) -regular ordered $\ast$ -AG-groupoids. *U.P.B. Sci. Bull., Series A*, 74(2), 87-104.
- Jantanana, W., Nuadthaisong, K., & Jaroenram, S. (2021). On ordered $\ast$ -semigroups containing two-sided bases. *BURAPHA SCIENCE JOURNAL*, 26(3), 1409-1419.
- Kehayopulu, N. (2009). On $\ast$ -semigroups. *In International Mathematical Forum*, 4(39), 1915-1922.
- Ma, Z., Zhang, X., & Smarandache, F. (2020). Some results on various cancellative CA-groupoids and variant CA-groupoids. *Symmetry*, 12(2), 315. <https://doi.org/10.3390/sym12020315>
- Mushtaq, Q., & Khan, M. (2006). Ideals in AG-band and AG-groupoid. *Quasigroups and Related Systems*, 16(2), 207-215.
- Rashad, M., Ahmad, I., Shah, M., & Khuhro, Z. U. A. (2014). Left transitive AG-groupoids. *Sindh Univ. Res. Jour. (Sci. Ser.)*, 46(4), 547-552.
- Sabri, S. (2013). Idempotent $\ast$ -semigroups. Scientific researches of the Union of Scientists in Bulgaria-Plovdiv, series B. *Natural Sciences and the Humanities*, 15, 101-106.
- Sen, M.K., & Saha, N.K. (1986). On $\ast$ -semigroup I, *Bulletin of the Calcutta Mathematical Society*. 78, 180-186.
- Shah, T., & Rehman, I. (2010). On $\ast$ -ideals and $\ast$ -bi-ideals in $\ast$ -AG-groupoids. *International Journal of Algebra*, 4(6), 267-276.
- Shah, T., & Rehman, I. (2013). Decomposition of locally associative $\ast$ -AG-groupoids. *Novi Sad Journal of Mathematics*, 43(1), 1-8.
- Singh, Y. S., & Khan, M. R. (2010). Regular quasi- $\ast$ -absorbent in $\ast$ -groupoid-lattices. *International Journal of Open Problems in Computer Science and Mathematics*, 3(5), 190-200.
- Smisha, M. A., & Romeo, P. G. (2021). On the embedding of $\ast$ -semigroup Amalgam using partial $\ast$ -groupoid. *Advances in Algebra (AA)*, 14(1), 3-13.
- Yiarayong, P. (2022). *Non-associative algebras*, 1st ed., THAMMASAT UNIVERSITY PRESS.
- Zhang, X., & Du, Y. (2022). Left (right) regular and transposition regular semigroups and their structures. *Mathematics*, 10, 1021. <https://doi.org/10.3390/math10071021>
- Zhang, X., Yuan, W., & Chen, M. (2020a). A kind of non-associative groupoids and quasi neutrosophic extended triplet groupoids (QNET-groupoids). *Neutrosophic Sets Syst*, 36, 144-163.
- Zhang, X., Yuan, W., Chen, M., & Smarandache, F. (2020b). A kind of variation symmetry: Tarski associative groupoids (TA-groupoids) and Tarski associative neutrosophic extended triplet groupoids (TA-NET-groupoids). *Symmetry*, 12, 714. <https://doi.org/10.3390/sym12050714>

ผลกระทบของเถ้าจากการปรับปรุงคุณภาพเชื้อเพลิงกาบมะพร้าว โดยการชะล้างด้วยน้ำ

ธเนศ อุ่นชัยศรี^{1*}, ปวีณ ชัยวัฒน์เสฏฐ์¹, วราภรณ์ เมธาวิริยะศิลป์¹, และ จารุวรรณ ภูศรี²

¹ห้องปฏิบัติการเทคโนโลยีการเผาไหม้ สถาบันพัฒนาและฝึกอบรมโรงงานต้นแบบ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
วิทยาเขตบางขุนเทียน จังหวัดกรุงเทพมหานคร 10150 ประเทศไทย

²หน่วยวิศวกรรมและระบบ สถาบันพัฒนาและฝึกอบรมโรงงานต้นแบบ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
วิทยาเขตบางขุนเทียน จังหวัดกรุงเทพมหานคร 10150 ประเทศไทย

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน อีเมล: thanet.unc@mail.kmutt.ac.th DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.004

รับเมื่อ 12 มกราคม 2569 แก้ไขเมื่อ 22 สิงหาคม 2569 ตอบรับเมื่อ 25 สิงหาคม 2569

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาการปรับปรุงคุณภาพของเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวโดยการชะล้างด้วยน้ำและผลกระทบของเถ้าที่มีผลต่อการเกาะตัวของอนุภาคเบตในเตาเผาไหม้แบบฟลูอิดไคซ์เบด องค์ประกอบของเถ้าเชื้อเพลิงถูกวิเคราะห์ด้วยวิธี X-ray Fluorescence, XRF เพื่อนำมาประเมินความรุนแรงของปัญหา Fouling และ Agglomeration โดยใช้ดัชนีสองแบบ คือ Base to Acid Ratio (Rb/a) และ Bed Agglomeration Index (BAI) ตามลำดับ จากผลการศึกษาพบว่าเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างด้วยน้ำที่อัตราการไหล 197 มิลลิลิตรต่อนาที ใช้เวลา 25 นาที สามารถลดปริมาณ K₂O, Na₂O และ Cl ได้ถึงร้อยละ 40.4, 50.4 และ 82.0 และเมื่อนำตัวอย่างเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวก่อนผ่านการปรับปรุงคุณภาพและผ่านการปรับปรุงคุณภาพโดยการชะล้างด้วยน้ำมาเผาไหม้เตาปฏิกรณ์แบบฟลูอิดไคซ์เบดที่อุณหภูมิ 800 °C พบว่าเวลาที่เชื้อเพลิงไหม้จนอนุภาคเบตเกิดการสูญเสียสภาพการไหลอยู่ที่ 32 นาที และ 78 นาที สำหรับตัวอย่างเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวก่อนผ่านการปรับปรุงคุณภาพและผ่านการปรับปรุงคุณภาพโดยการชะล้างด้วยน้ำ ตามลำดับ

คำสำคัญ: กาบมะพร้าว, การเกาะตัวของอนุภาคเบต, ชะล้าง, เถ้า, เผาไหม้

Effects of Ash Derived from Quality Improvement of Coconut Husk by Leaching with Water

Thanet Unchaisri^{1*}, Pawin Chaivatamaset¹, Waraporn Methawiriyasilp¹, and Jaruwan Poosri²

¹Combustion Technology Research Laboratory, Pilot Plant Development and Training Institute, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok, 10150 Thailand.

²Technical and Engineering System, Pilot Plant Development and Training Institute, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Bangkok, 10150 Thailand.

* Corresponding Author, E-mail: thanet.unc@mail.kmutt.ac.th DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.004

Received 12 January 2026; **Revised** 22 August 2026; **Accepted** 25 August 2026

ABSTRACT

This study investigates the method of water washing coconut husk fuel to increase its quality. X-ray fluorescence (XRF) was used to study the fuel ash's composition and determine the degree of fouling and agglomeration issues using two parameters: the Bed Agglomeration Index (BAI) and the Base to Acid Ratio ($R_{b/a}$). The study revealed that the quantities of K_2O , Na_2O , and Cl were decreased by 40.4%, 50.4%, and 82.0%, respectively, after washing the coconut husk fuel with water at a flow rate of 197 milliliters per minute for 25 minutes. The time needed for bed particle defluidization was 32 minutes for the untreated sample and 78 minutes for the water-washed sample when untreated and water-washed coconut husk fuel were burned at 800 °C in a fluidized bed reactor.

KEYWORDS: Coconut husk, Bed agglomeration, Leaching, Ash, Combustion

1. บทนำ

พลังงานเป็นหนึ่งในองค์ประกอบที่สำคัญในภาคธุรกิจและอุตสาหกรรม การใช้หรือการพึ่งพาพลังงานฟอสซิลมากเกินไปนอกจากจะส่งผลกระทบต่อความมั่นคงและยั่งยืนทางด้านพลังงาน (Energy security and sustainability) การใช้ชีวมวลเป็นแหล่งพลังงานทดแทนนอกจากจะช่วยลดการพึ่งพาพลังงานจากเชื้อเพลิงฟอสซิล ยังเป็นการเพิ่มความมั่นคงทางพลังงาน และลดผลกระทบต่อสิ่งแวดล้อม ชีวมวลที่ได้จากมะพร้าวในประเทศไทยสามารถแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ กะลา, เปลือกและกาบ, ก้านใบและทะลาย ในส่วนของเปลือกและกาบมีปริมาณ 147.9 พันตันเทียบเท่าน้ำมันดิบ โดยพบว่าส่วนใหญ่อยู่ในภาคกลาง (85.1 พันตันเทียบเท่าน้ำมันดิบ) (DEDE, 2023) ดังนั้นจากศักยภาพดังกล่าวนี้ทำให้เห็นได้ว่าชีวมวลที่ได้จากมะพร้าวมีศักยภาพสำหรับการใช้ชีวมวลเป็นพลังงานทดแทน

ถ้าที่เกิดจากการเผาไหม้เชื้อเพลิงแข็งโดยเฉพาะชีวมวล ประกอบด้วยโลหะและอโลหะ ซึ่งเกิดผลกระทบต่ออุปกรณ์ที่ใช้ในการเผาไหม้ คือการเกิดความสกปรกของผิว (Fouling) ที่บริเวณส่วนแลกเปลี่ยนความร้อนของหม้อไอน้ำ ปัญหานี้ก่อให้เกิดประสิทธิภาพในการถ่ายโอนความร้อนลดลง และก่อให้เกิดการสึกกร่อน การกัดกร่อนในอุปกรณ์ นอกจากนี้ในระบบการเผาไหม้แบบฟลูอิดไธซ์เบดซึ่งมีทราย (SiO_2) เป็นตัวกลางในการถ่ายโอนความร้อน ยังเกิดปัญหาการเกาะตัวของอนุภาคเบด (Bed agglomeration)

Fouling เป็นตะกรันที่เกิดขึ้นบริเวณพื้นผิวถ่ายโอนความร้อนแบบการพา เช่น บริเวณท่อแลกเปลี่ยนความร้อนเมื่อโลหะอัลคาไลน์ได้รับความร้อนจะระเหยเป็นไอ และกลั่นตัวบนอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อน ทำปฏิกิริยากับซิลิเพอร์ไดออกไซด์ในไอสี เกิดเป็นสารประกอบซิลิเพต หลอมตัวเป็นคราบเหนียวคอยจับขี้เถ้าที่ลอยมาสัมผัส

Bed agglomeration เป็นการเกาะตัวของอนุภาคเบดในการเผาไหม้ชีวมวลในเตาเผาแบบฟลูอิดไธซ์เบด เนื่องจากเถ้าของชีวมวลประกอบด้วยโลหะอัลคาไลน์ เช่น โซเดียมหรือ โพแทสเซียม สารประกอบออกไซด์ของธาตุเหล่านี้จะทำปฏิกิริยากับซิลิกอนไดออกไซด์ในทราย เช่น เกิดเป็นสารประกอบในรูปของโพแทสเซียมซิลิเกต ($\text{K}_2\text{O} \cdot 4\text{SiO}_2$) ที่จุดยูเทคติก ซึ่งมีจุดหลอมเหลวประมาณ 750°C (Basu, 2006) เมื่อเกิดการเกาะติดกันของอนุภาคเบดจะทำให้ระบบสูญเสียสภาพการไหล (Defluidization) ส่งผลให้ระบบการ

เผาไหม้ต้องหยุดการทำงาน ทำการเปลี่ยนอนุภาคเบดและเริ่มเดินระบบใหม่

เนื่องจากชีวมวล เช่น ทะลายปาล์ม ฟางข้าว กากยมะพร้าว มีองค์ประกอบหลักในเถ้า คือ โพแทสเซียม และเมื่อนำมาเผาไหม้ทำให้เกิดปัญหาดังกล่าวข้างต้น จึงได้มีการศึกษาวิจัยการปรับปรุงคุณภาพของชีวมวลให้มีปริมาณโพแทสเซียมลดลงโดยใช้น้ำเป็นตัวชะล้าง (Deng et al., 2018; Ma et al., 2017; Mu et al., 2021; Singhal, Goossens, et al., 2021; Singhal, Konttinen, et al., 2021) โดยที่การใช้น้ำเป็นตัวชะล้างมีข้อดี คือ ประหยัดต้นทุน ไม่มีสารตกค้างหลังจากการชะล้าง และปลอดภัยต่อผู้ปฏิบัติงาน จากงานวิจัยดังกล่าวสามารถลดโพแทสเซียมในชีวมวลได้ถึงร้อยละ 24 - ร้อยละ 87 นอกจากนั้นยังสามารถลดปริมาณเถ้าลงได้ถึงร้อยละ 15 - ร้อยละ 56 อย่างไรก็ตามงานวิจัยดังกล่าวยังไม่ได้มีการศึกษาผลกระทบของเถ้าจากการเผาไหม้ และศึกษาการชะล้างโพแทสเซียม คลอไรด์ และปริมาณเถ้าในกาบมะพร้าว ซึ่งเป็นเชื้อเพลิงชีวมวลที่มีศักยภาพเป็นแหล่งพลังงานในประเทศไทย

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงศึกษาการปรับปรุงสมบัติของเชื้อเพลิง เช่น กาบมะพร้าว โดยการชะล้างด้วยน้ำ เพื่อลดความเข้มข้นของธาตุโพแทสเซียมและคลอไรด์อันเป็นสาเหตุของการกัดกร่อน ลดการถ่ายโอนความร้อนในอุปกรณ์และเปลี่ยนความร้อน และเกิดการสูญเสียสภาพการไหลเมื่อนำไปใช้เป็นเชื้อเพลิงในระบบเตาเผาแบบฟลูอิดไธซ์เบด

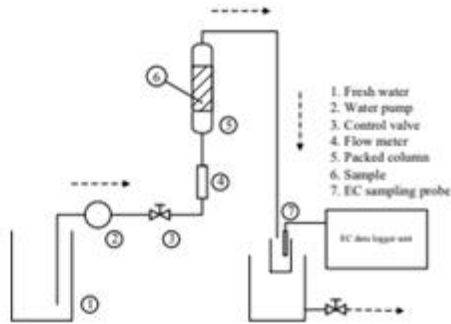
2. วิธีดำเนินการวิจัย

2.1 การทดลองการชะล้างด้วยน้ำ

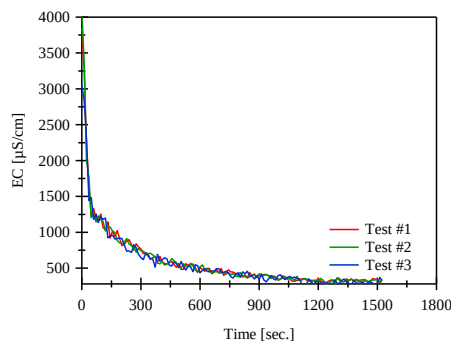
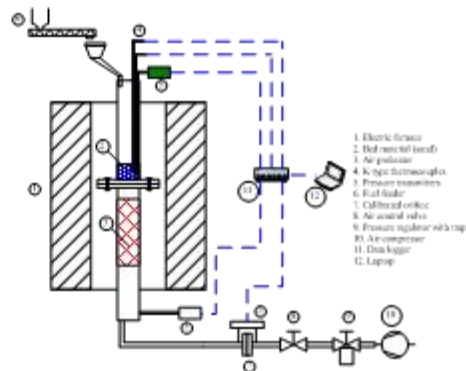
ระบบการชะล้างชีวมวลด้วยน้ำในระดับห้องปฏิบัติการ (ดังแสดงในรูปที่ 1) ถูกนำมาใช้ในการทดลองกับเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ถูกสับย่อยเป็นเส้นใยแล้ว ระบบจะประกอบไปด้วยท่อปฏิกรณ์ที่ทำจาก PVC ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 52 มิลลิเมตร สูง 1.2 เมตร สามารถบรรจุตัวอย่างกาบมะพร้าวได้ 100 กรัม ในแต่ละครั้งของการทดลอง น้ำถูกปั๊มเข้าทางด้านล่างของท่อปฏิกรณ์ ด้วยปั๊ม (Peristaltic pump) ด้วยอัตราการไหล 197 มิลลิลิตรต่อ นาที น้ำที่ผ่านการชะล้างเชื้อเพลิงแล้วจะไหลออกทางด้านบนของท่อปฏิกรณ์ และวัดค่าการนำไฟฟ้า (Electrical conductivity, EC) ด้วยเซ็นเซอร์ และบันทึกค่าแบบออนไลน์ (Unchaisri & Oechaiyaphum, 2024) ซึ่ง



รูปที่ 1 ระบบการล้างชีวมวลด้วยน้ำ



รูปที่ 2 ตัวอุปกรณ์เผาไหม้แบบฟลูอิดซ์เบด



รูปที่ 3 ค่าการนำไฟฟ้าของน้ำที่ผ่านการชะล้างกามะพร้าว

เซ็นเซอร์มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ที่ร้อยละ 1.42 เมื่อเทียบกับสารละลายมาตรฐานที่ $1,413 \mu\text{S}/\text{cm}$ ค่าการนำไฟฟ้าของน้ำที่ออกจากกระบอกชะล้างถูกบันทึกค่าทุก ๆ 12 วินาที จนกระทั่งค่าการนำไฟฟ้าของน้ำขาออกกระบอกอยู่ที่ $300 - 310 \mu\text{S}/\text{cm}$ ซึ่งใกล้เคียงกับค่าการนำไฟฟ้าของน้ำประปาทั่วไปและนำเข้าระบบโดยอยู่ในช่วง $300 - 350 \mu\text{S}/\text{cm}$ กระบวนการชะล้างจึงหยุดและนำตัวอย่างออกจากท่อปฏิกรณ์ เพื่อนำไปตากให้แห้งและเตรียมการวิเคราะห์หาองค์ประกอบของธาตุในถัดต่อไป

2.2 การเผาไหม้ในเตาเผาแบบฟลูอิดซ์เบด

ปริมาณการเติมของทรายอยู่ที่อัตราส่วนความสูงของอนุภาคเบตต่อเส้นผ่านศูนย์กลางเตาปฏิกรณ์เท่ากับ 0.5

ตัวอย่างของกามะพร้าวที่ยังไม่ผ่านการปรับปรุงคุณภาพและที่ผ่านการปรับปรุงคุณภาพแล้วมาเผาไหม้ในเตาเผาไหม้แบบฟลูอิดซ์เบดซึ่งระดับห้องปฏิบัติการ (ดังแสดงในรูปที่ 2) ตัวเตาปฏิกรณ์ฟลูอิดซ์เบดทำจากสแตน-เลส (316) ทรงกระบอก เส้นผ่านศูนย์กลางภายใน 9 เซนติเมตร และสูง 1.8 เมตร ด้านล่างของตัวเตาปฏิกรณ์มีแผ่นกระจายอากาศเจาะรู 0.6 มิลลิเมตร จำนวน 85 รู สำหรับอนุภาคเบตที่ใช้ คือ ทรายขนาด 250 ไมโครเมตร

(Hb/Db) กล่าวคือ ความสูงของอนุภาคเบต 4.5 เซนติเมตร น้ำหนักอนุภาคเบตอยู่ที่ 287.5 กรัม

ในการทดสอบจะกำหนดอัตราการป้อนเชื้อเพลิง, อัตราอากาศส่วนเกิน (Excess air) ที่ร้อยละ 50 และอุณหภูมิที่ใช้ในการเผาไหม้ (ควบคุมโดยฮีตเตอร์) ที่ 800 °C ให้เท่ากันทุกการทดลอง ในการทดสอบจะทำการบันทึกเวลาเมื่อเริ่มต้นป้อนเชื้อเพลิงและการทดสอบจะสิ้นสุดเมื่อระบบสูญเสียสภาพการไหลโดยสมบูรณ์ (Defluidization) ผลการศึกษาจะแสดงพฤติกรรมเบตเมื่อเกิดการเกาะตัวของอนุภาคเบตในระหว่างการเผาไหม้และแนวโน้มการสูญเสียสภาพการไหลของเชื้อเพลิงที่ยังไม่ผ่านการปรับปรุงคุณภาพและที่ปรับปรุงคุณภาพแล้ว

2.3 การวิเคราะห์องค์ประกอบของเถ้าและการใช้ดัชนีบ่งชี้ปัญหาเถ้าที่เกิดจากการเผาไหม้

การศึกษาองค์ประกอบเถ้าจากการเผาไหม้หรือการวิเคราะห์ทางเคมี เพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของเถ้าในรูปออกไซด์โดยใช้การวัดปริมาณรังสีเอกซ์ฟลูออเรสเซนซ์ (X-ray Fluorescence, XRF) ผลการวิเคราะห์ที่ได้จะถูกนำไปประเมินผลกระทบที่มีต่อห้องเผาไหม้ หรืออุปกรณ์ถ่ายโอนความร้อน คือ การเกิดปัญหา Fouling และการเกาะตัวของอนุภาค (Agglomeration) โดยปัญหาดังกล่าวสามารถประเมินได้โดยใช้ดัชนีบ่งชี้ Base to Acid Ratio ($R_{b/a}$) และ Bed Agglomeration Index (BAI) ตามลำดับ

นอกจากนั้น อนุภาคเบตที่สูญเสียสภาพการไหล (Defluidization) ที่มีลักษณะการจับตัวกันของอนุภาคเบตถูกนำมาวิเคราะห์ทางสัณฐานและทางเคมีโดยใช้กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอน/วิเคราะห์ธาตุแบบจุด (Scanning electron microscope and energy dispersive x-ray spectrometer, SEM-EDS) เพื่อวิเคราะห์ถึงสาเหตุของการเกาะตัว องค์ประกอบของสารสำคัญ

2.3.1 ดัชนี Base to Acid Ratio ($R_{b/a}$)

แนวโน้มการเกิด Fouling สามารถทำนายได้จากอัตราส่วนของกลุ่มเบสิกออกไซด์และอะซิติกออกไซด์ ดังแสดงในสมการที่ (2.1) (Ma et al., 2017; Singhal, Konttinen, et al., 2021)

$$R_{b/a} = \frac{(Fe_2O_3 + CaO + MgO + K_2O + Na_2O)}{(SiO_2 + TiO_2 + Al_2O_3)} \quad (2.1)$$

เมื่อ $R_{b/a} < 0.5$ คือ แนวโน้มการเกิด Fouling ต่ำ

$R_{b/a} 0.5 - 1$ คือ แนวโน้มการเกิด Fouling ปานกลาง

$R_{b/a} > 1$ คือ แนวโน้มการเกิด Fouling สูง

$R_{b/a}$ เป็นค่าของสัดส่วนของออกไซด์โลหะที่เป็นเบสต่อออกไซด์ของโลหะที่เป็นกรด โดยออกไซด์ของโลหะที่เป็นเบสจะหลอมตัวที่อุณหภูมิต่ำ และออกไซด์ของโลหะ/โลหะที่เป็นกรดจะหลอมตัวที่อุณหภูมิสูง ดังนั้นเถ้าที่มีส่วนประกอบของเบสิกออกไซด์

($Fe_2O_3 + CaO + MgO + K_2O + Na_2O$) สูงส่งผลให้โอกาสในการเกิด Fouling มากขึ้น ในกรณีที่เชื้อเพลิงมีส่วนประกอบของฟอสฟอรัสมาก ออกไซด์ของฟอสฟอรัส (P_2O_5) จะถูกรวมอยู่ในกลุ่มของเบสิกออกไซด์ด้วย เนื่องจากมีผลทำให้เกิดจุดหลอมเหลวต่ำในเถ้าลอย (Wang et al., 2012)

2.3.2 ดัชนี Bed Agglomeration (BAI)

การเผาไหม้แบบฟลูอิดเบดโดยส่วนใหญ่ใช้ทราย (SiO_2) เป็นตัวกลางในการถ่ายโอนความร้อน ซึ่งสามารถทำปฏิกิริยากับออกไซด์ของอัลคาไลน์ในเถ้า เช่น K_2O และ Na_2O เกิดเป็นสารประกอบ โซเดียมซิลิเกต ($Na_2O \cdot 2SiO_2$) และ โพแทสเซียมซิลิเกต ($K_2O \cdot 4SiO_2$) ซึ่งเกิดที่จุดยูเทคติกคือ อุณหภูมิ 874 °C และ 754 °C ตามลำดับ (Basu, 2006) เพราะฉะนั้นออกไซด์ของโลหะจึงถูกนำมาทำนายการเกิดการรวมตัวของเถ้าและอนุภาคเบต Bed agglomeration ดังแสดงในสมการที่ (2.2) (Vamvuka & Zografos, 2004)

$$BAI = \frac{Fe_2O_3}{(K_2O + Na_2O)} \quad (2.2)$$

เมื่อ $BAI < 0.5$ คือ แนวโน้มการเกิดการเกาะตัวของอนุภาคเบตสูง

3. ผลลัพธ์และการอภิปรายผลการวิจัย

3.1 ผลกระทบของการชะล้างด้วยน้ำในชีวมวลที่มีต่อองค์ประกอบของเถ้า

กาบมะพร้าวปริมาณ 100 กรัม ที่ถูกบรรจุในคอลัมน์ (ดังแสดงในรูปที่ 1) ถูกการชะล้างโดยน้ำที่ป้อนเข้าทางด้านล่างของคอลัมน์ด้วยอัตราการไหล 197 มิลลิลิตรต่อนาที น้ำที่ผ่านการชะล้างกาบมะพร้าวถูกวัดค่าการนำไฟฟ้า (EC) อย่างต่อเนื่องทุกๆ 12 วินาที จนกระทั่งมีค่าการนำไฟฟ้าของกระบอบอยู่ที่ 300 – 310 $\mu S/cm$ จึงหยุดการทดลอง จากผลการทดลองชะล้างพบว่าใช้เวลา 25 นาที ค่าการนำไฟฟ้าของกระบอบอยู่ในช่วงดังกล่าว ในการทดลองการชะล้างมีการทดลองซ้ำทั้งหมด 3 ครั้ง (Test 1 – Test

3) โดยผลการชะล้างดังแสดงในรูปที่ 3 ค่าการนำไฟฟ้าเริ่มต้นของกาบมะพร้าวทั้ง 3 ซ้ำของการทดลองอยู่ในช่วง 3,054 – 4,106 $\mu\text{S}/\text{cm}$ และค่าความคลาดเคลื่อนของชุดข้อมูลของทั้ง 3 ซ้ำของการทดลองอยู่ในช่วงร้อยละ -17.9 ถึงร้อยละ 15.5 เมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ย

ตัวอย่างกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างและหลังผ่านการทดลองการชะล้างถูกนำมาวิเคราะห์องค์ประกอบธาตุเพื่อหาส่วนประกอบต่างๆ ของธาตุในรูปออกไซด์โดยใช้วิธีวิเคราะห์ X-ray Fluorescence, XRF ผลการวิเคราะห์แสดงดังตารางที่ 1 ผลการวิเคราะห์ที่ได้จะถูกนำไปประเมินผลกระทบที่มีต่อห้องเผาไหม้หรืออุปกรณ์ถ่ายโอนความร้อน ได้แก่ การเกิดปัญหา Fouling และ Agglomeration เป็นต้น

จากผลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชื้อเพลิงและธาตุในตารางที่ 1 จากผลการวิเคราะห์พบว่าเมื่อเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวผ่านการชะล้างด้วยน้ำ โพแทสเซียมออกไซด์ (K_2O) ลดลงอย่างมากจาก 34.2% ในตัวอย่างที่ไม่ได้ชะล้างเหลือ 20.4% ในตัวอย่างที่ชะล้างแล้ว โดยเมื่อคิดเป็นประสิทธิภาพของการชะล้างอยู่ที่ร้อยละ 40.4 ที่อัตราส่วนชีวมวลต่อน้ำที่ใช้ในเวลา 25 นาที คือ 1 กรัม/49.3 มิลลิลิตร (อัตราการใช้ของน้ำ 197 มิลลิลิตรต่อน้ำที่ และตัวอย่าง 100 กรัม) ทั้งนี้ยังมียานวิจัยที่ใช้วิธีการชะล้างชีวมวลด้วยน้ำโดยวิธีการแช่น้ำโดยการศึกษาของ Ma et al. (2017) และ Singhal, Goossens, et al. (2021) ได้ทำการทดลองชะล้างฟางข้าวสาลีด้วยน้ำโดยใช้อัตราส่วน 1 กรัม/50 มิลลิลิตร ใช้เวลา 3 ชั่วโมง และ ที่อัตราส่วน 1 กรัม/15 มิลลิลิตร ใช้เวลา 10 นาที ตามลำดับ จากผลการศึกษาพบว่าสามารถลดปริมาณ K_2O ได้ร้อยละ 87.4 และ 22.2 ตามลำดับ อัตราส่วนชีวมวลต่อน้ำที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีค่าใกล้เคียงกับการศึกษาของ Ma et al. (2017) แต่พบว่าประสิทธิภาพการลด K_2O ต่ำกว่างานวิจัยดังกล่าว ซึ่งเวลาที่ใช้ในการชะล้างถือเป็นอีกหนึ่งปัจจัยที่แปรผันตามประสิทธิภาพการลดลงของ K_2O (Singhal, Goossens, et al., 2021) โดยในงานวิจัยนี้ใช้เวลาเพียง 25 นาที ดังนั้นการเลือกวิธีการชะล้าง อัตราส่วนชีวมวลต่อน้ำ และเวลาที่ใช้ เป็นข้อควรพิจารณาในการใช้ปรับปรุงสมบัติของชีวมวล

ในขณะที่ SiO_2 , Al_2O_3 และ MgO ในธาตุของเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างแล้วมีปริมาณที่เพิ่มขึ้นประมาณ 2 เท่า และเพิ่มขึ้นถึง 3 โดยประมาณใน CaO ซึ่ง

ผลการทดลองในงานวิจัยนี้สอดคล้องกับการชะล้างชีวมวลฟางข้าวสาลี (Wheat straw) และใยทะเลลายปาล์ม (Empty fruit bunches) ด้วยน้ำตามการศึกษาของ Singhal, Goossens, et al. (2021) การเพิ่มขึ้นของออกไซด์เหล่านี้เนื่องจาก ซิลิคอน (Si), อะลูมิเนียม (Al), แมกนีเซียม (Mg) และแคลเซียม (Ca) มีข้อจำกัดความสามารถในด้านการละลายในน้ำ (Werkelin et al., 2010) เช่น ซิลิคอนพบส่วนใหญ่ในรูปออกไซด์ของซิลิกา (SiO_2) ซึ่งมีพันธะที่แข็งแรงระหว่างซิลิคอนและออกซิเจน ส่งผลให้ความสามารถในการละลายน้ำได้ต่ำมาก อย่างไรก็ตามทั้ง MgO และ CaO ในธาตุของชีวมวลสามารถลดลงได้โดยใช้กรดเป็นตัวชะล้าง ดังการศึกษาของ Mu et al. (2021) ที่ศึกษาการชะล้างชีวมวลสาหร่าย (Ulva lactuca) ในอัตราส่วน 1 กรัมต่อสารละลายกรดไฮโดรคลอริก (HCl) ที่ความเข้มข้น 5% ปริมาณ 30 มิลลิลิตร แช่และปั่น 1 ชั่วโมง ผลการศึกษพบว่าธาตุของชีวมวลที่ผ่านการชะล้างมีปริมาณ MgO และ CaO ลดลงถึง 2 เท่า โดยประมาณ

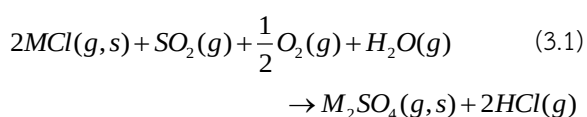
สำหรับคลอรีน (Cl) ในองค์ประกอบธาตุที่ผ่านการชะล้างแล้วสามารถลดลงจากก่อนชะล้างได้ถึงร้อยละ 82 ผลการศึกษาลดลงกับงานวิจัยของ Singhal, Goossens, et al. (2021) ได้ทำการทดลองชีวมวลที่มีองค์ประกอบของคลอรีนค่อนข้างสูง เช่น ใยทะเลลายปาล์ม ที่อัตราส่วน 1 กรัม/15 มิลลิลิตร ใช้เวลา 10 นาที ส่งผลให้คลอรีนลดลงได้ถึงร้อยละ 90 ประสิทธิภาพที่สูงของการชะล้างคลอรีนมาจากสมบัติการละลายน้ำได้ดีของคลอรีนในน้ำ เนื่องจากสารประกอบที่มีมวลโมเลกุลต่ำในชีวมวล เช่น KCl และ NaCl เป็นต้น ทำให้เกิดการสลายพันธะและเปลี่ยนสถานะได้ง่าย (Werkelin et al., 2010)

ผลกระทบของการชะล้างส่งผลให้ปริมาณ volatile matters เพิ่มขึ้นประมาณร้อยละ 7 เนื่องจากโลหะอัลคาไลน์ เช่น K และ Na ในรูปของสารประกอบ K_2O และ Na_2O ซึ่งมีสัดส่วนสูงและสามารถละลายน้ำได้ รวมถึง Cl ที่มีอยู่ในกากกาบมะพร้าวก่อนการชะล้างถึงร้อยละ 24.5 เมื่อนำกาบมะพร้าวผ่านกระบวนการชะล้าง พบว่าองค์ประกอบ K_2O , Na_2O และ Cl สามารถลดลงได้ถึงร้อยละ 50.4, 40.4 และ 82 ตามลำดับ ส่งผลให้ปริมาณธาตุลดลงร้อยละ 51.5 ดังนั้นการเพิ่มขึ้นของ volatile matters เกิดจากการลดลงของปริมาณธาตุซึ่งองค์ประกอบที่สำคัญ K_2O , Na_2O และ Cl ลดลงค่อนข้างสูงหลังผ่านกระบวนการชะล้าง โดยผลการ

ทดลองนี้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Guo et al. (2020) ที่ศึกษาการชะล้างลำต้นข้าวโพดที่เหลือทิ้งหลังเก็บเกี่ยว โดยนำตัวอย่างไปแช่น้ำในอัตราส่วน 1 กรัมต่อน้ำ 10 มิลลิลิตร เป็นเวลา 12 ชั่วโมง ผลการศึกษาพบว่าปริมาณ volatile matters เพิ่มขึ้นร้อยละ 5.6

3.2 การทำนายแนวโน้มการเกิดปัญหาของเถ้าจากการเผาไหม้

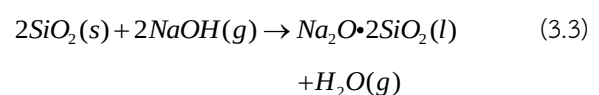
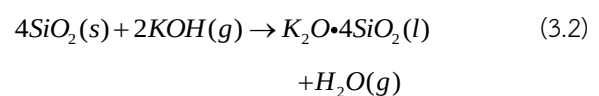
ดัชนี Base to Acid Ratio ($R_{b/a}$) และ Bed Agglomeration Index (BAI) ถูกใช้ในการทำนายปัญหาการ Fouling และ Agglomeration ตามลำดับ ดังแสดงผลการทำนายปัญหาดังกล่าวในตารางที่ 1 โดยเปรียบเทียบเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการปรับปรุงและเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการปรับปรุงสมบัติโดยการชะล้างด้วยน้ำ จากผลการทำนายในตารางที่ 1 เชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างมีค่าพารามิเตอร์ $R_{b/a}$ มากกว่าเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้าง เนื่องมาจากเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างมีองค์ประกอบของเบสิกออกไซด์ คือ K_2O ค่อนข้างสูง ในขณะที่เดียวกันอะซิดิกออกไซด์ คือ SiO_2 ต่ำกว่าเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้าง จากการที่ออกไซด์ของโลหะที่เป็นเบสจะหลอมตัวที่อุณหภูมิต่ำ และออกไซด์ของโลหะ/อโลหะ ที่เป็นกรดจะหลอมตัวที่อุณหภูมิสูง ดังนั้นเถ้าที่มีส่วนประกอบของเบสิกออกไซด์มากยิ่งมีโอกาสในการเกิด Fouling มากขึ้น อย่างไรก็ตามจากผลดัชนี $R_{b/a}$ เชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างและผ่านการชะล้างด้วยน้ำยังอยู่ในเกณฑ์โอกาสการเกิดปัญหา Fouling ค่อนข้างสูง เนื่องจากยังมี K_2O และ Na_2O คงเหลือในเถ้าของเชื้อเพลิงที่ผ่านการชะล้างด้วยน้ำถึงร้อยละ 20.4 และ 8.78 ตามลำดับ เมื่อเชื้อเพลิงเกิดการเผาไหม้ออกไซด์ของโพแทสเซียมและโซเดียมจะเกิดการสลายตัว องค์ประกอบเหล่านี้ โดยเฉพาะ K_2O จะเริ่มหลอมละลายที่อุณหภูมิ 600 °C โดยประมาณ (Unchaisri & Fukuda, 2022) ซึ่งเป็นอุณหภูมิที่ค่อนข้างต่ำ เมื่อโพแทสเซียมรวมตัวกับคลอรีน (Cl) หรือซัลเฟอร์ (S) จะเกิดสารประกอบ KCl, K_2SO_4 ดังแสดงในสมการที่ (3.1) (Silvennoinen & Hedman, 2013) ซึ่งมีจุดเดือดที่ต่ำ ส่งผลให้เกิดปัญหา Fouling ได้

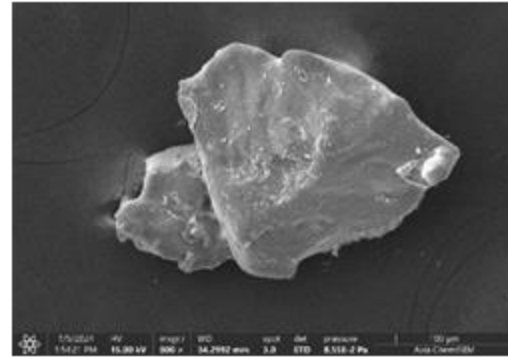
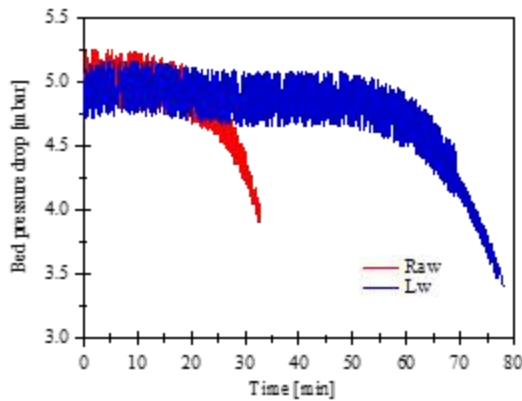


เมื่อ M คือ โลหะอัลคาไลน์ เช่น Na หรือ K

ธาตุ Cl ที่มีปริมาณสูงถึงร้อยละ 24.5 ในเถ้าของตัวอย่างก่อนการชะล้าง ส่งผลให้สามารถทำปฏิกิริยากับโลหะอัลคาไลน์เกิดเป็นสารประกอบ เช่น KCl (จุดหลอมเหลว 770 °C), NaCl (จุดหลอมเหลว 801 °C) และ Na_2SO_4 -NaCl (จุดหลอมเหลว 625 °C) (Guo et al., 2020) สารประกอบเหล่านี้ล้วนมีจุดหลอมเหลวที่ต่ำ เพิ่มโอกาสในการเกิด fouling ดังแสดงในสมการที่ (3.1) ดังนั้นองค์ประกอบ K_2O , Na_2O และ Cl ที่สามารถลดลงได้ถึงร้อยละ 50.4, 40.4 และ 82 ตามลำดับ หลังผ่านกระบวนการชะล้าง จึงสามารถลดสารประกอบที่มีจุดหลอมเหลวต่ำและลดปัญหาการเกิด Fouling

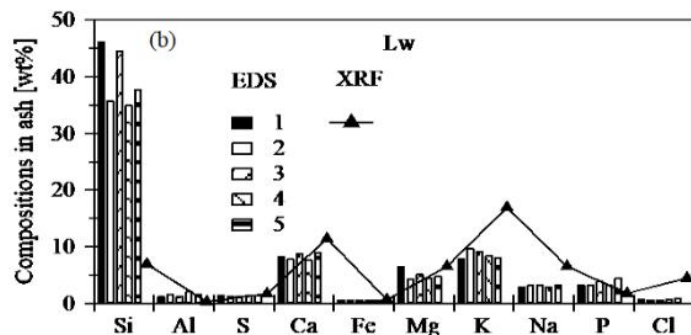
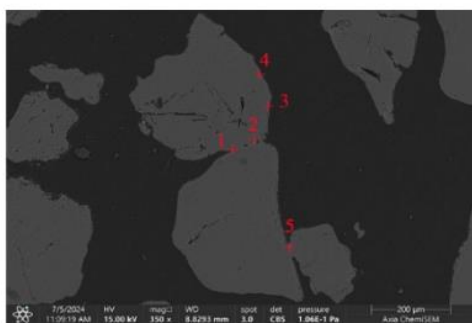
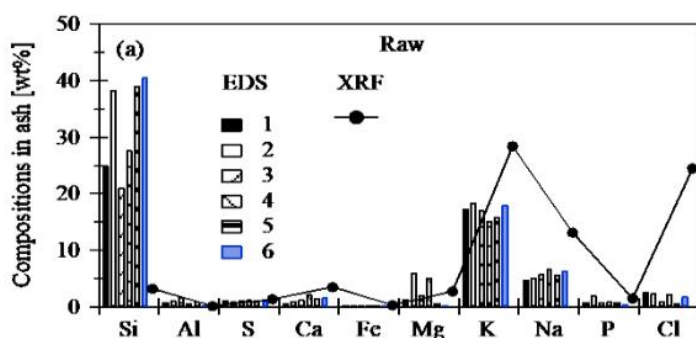
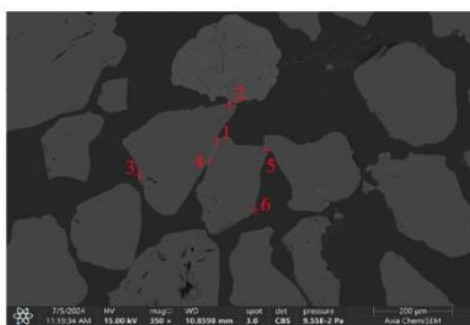
แนวโน้มการเกิดการเกาะตัวของอนุภาคเบด BAI ดังแสดงในตารางที่ 1 ของทั้งเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างและผ่านการชะล้างแล้วยังคงรุนแรง สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาการเกาะตัวของอนุภาคเบด เนื่องมาจากเถ้าของเชื้อเพลิงมีองค์ประกอบของออกไซด์ของโลหะอัลคาไลน์ K_2O และ Na_2O ในปริมาณที่สูง ออกไซด์ดังกล่าวเกิดการสลายตัวขณะเผาไหม้จากนั้นธาตุโพแทสเซียมและโซเดียมเกิดเป็นสารประกอบใหม่ในรูปไฮดรอกไซด์ (MOHs) โดยเฉพาะในเตาเผาไหม้แบบฟลูอิดซ์เบดที่ใช้ทรายซึ่งมีองค์ประกอบหลัก คือ SiO_2 ส่งผลให้สารประกอบไฮดรอกไซด์เหล่านี้ทำปฏิกิริยากับอนุภาคเบด (ดังแสดงในสมการที่ 3.2 -3.3) (Elled et al., 2013) เกิดเป็นสารประกอบโลหะอัลคาไลน์ในรูปซิลิเกต เช่น โพแทสเซียมซิลิเกต ($K_2O \cdot 4SiO_2$) และโซเดียมซิลิเกต ($Na_2O \cdot 2SiO_2$) เกิดที่จุดยูเทคติกและมีอุณหภูมิการหลอมละลายที่ต่ำคือ อุณหภูมิ 754 °C และ 874 °C ตามลำดับ (Basu, 2006) ดังนั้นเมื่อปริมาณ K_2O และ Na_2O ในเถ้าลดลงร้อยละ 50.4 และ 40.4 ตามลำดับ หลังผ่านกระบวนการชะล้าง ส่งผลให้อุณหภูมิการหลอมละลายของเถ้าโดยรวมสูงขึ้นตามไปด้วย และลดปัญหาการเกิด Agglomeration





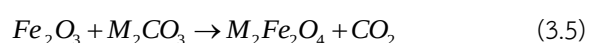
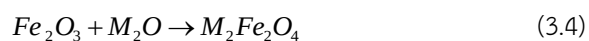
(a) ความดันตกคร่อมของอนุภาคเบด (b) การเกาะตัวของอนุภาคเบด

รูปที่ 4 (a) ความดันตกคร่อมของอนุภาคเบดในเตาเผาไหม้แบบฟลูอิดซ์เบด และ (b) ลักษณะการเกาะตัวของอนุภาคเบด



รูปที่ 5 องค์ประกอบของธาตุที่อยู่รอบอนุภาคเบดหลังการเผาไหม้ของ (a) กาบมะพร้าวที่ยังไม่ชะล้างน้ำ และ (b) กาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างน้ำในเตาเผาไหม้แบบฟลูอิดซ์เบด

การเพิ่มขึ้นประมาณ 2.5 เท่าในสารประกอบ Fe_2O_3 ของเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างแล้ว สามารถยับยั้งการเกิดการเกาะตัวของอนุภาคเบด (Agglomeration) ได้ เนื่องจาก Fe_2O_3 สามารถทำปฏิกิริยากับโลหะอัลคาไลน์ (K, Na) ในรูปออกไซด์และคาร์บอเนต ขณะเผาไหม้ดังแสดงในสมการที่ (3.4) – (3.5) เกิดเป็นสารประกอบที่มีอุณหภูมิหลอมเหลวที่สูงประมาณ $1,135^\circ C$ (Elled et al., 2013)

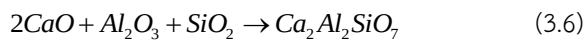


เมื่อ M คือ โลหะอัลคาไลน์ เช่น Na หรือ K

นอกจากสารประกอบ Fe_2O_3 ที่สูงขึ้นในเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างแล้ว ยังพบว่าสารประกอบ SiO_2 , Al_2O_3 และ CaO ยังเพิ่มขึ้น ในช่วง 2 – 3 เท่า เมื่อเทียบกับเชื้อเพลิงที่ยังไม่ผ่านการชะล้าง ความเข้มข้นของสารประกอบเหล่านี้ส่งผลให้เมื่อเกิดการเผาไหม้สามารถเกิดเป็นสารประกอบใหม่ในรูปแคลเซียมอลูมิเนียมซิลิเกต ดังแสดงในสมการที่ (3.6) – (3.7) ซึ่งมีจุดหลอมเหลวอยู่ที่ $1,593^\circ C$ และ $1,550^\circ C$ ตามลำดับ (Mu et al., 2021) ซึ่งลดปัญหาการหลอมตัวของเถ้าและปัญหาการเกิด Agglomeration ได้

ถึงแม้สารประกอบ Fe_2O_3 , SiO_2 , Al_2O_3 และ CaO ที่เพิ่มขึ้นในเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างแล้วส่งผล

ให้แนวโน้มอุณหภูมิการหลอมตัวของถ่านสูงขึ้น แต่ความเข้มข้นของ K_2O และ Na_2O คงเหลือในถ่านของเชื้อเพลิงที่ผ่านการชะล้างด้วยน้ำถึงร้อยละ 20.4 และ 8.78 ตามลำดับ ยังคงเป็นปริมาณที่สูงและออกไซด์ของโลหะทั้งสองนี้มีจุดหลอมเหลวที่ต่ำ ดังนั้นแนวโน้มการเกิดการเกาะตัวของอนุภาคเบต (BAI) ยังมีโอกาสที่สูง



3.3 การเผาไหม้เชื้อเพลิงกาบมะพร้าวในเตาปฏิกรณ์แบบฟลูอิดซ์เบด

ตัวอย่างเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างและผ่านการชะล้างด้วยน้ำที่ผ่านการตากแห้งแล้วถูกนำมาใช้เพื่อศึกษาผลกระทบของถ่านเชื้อเพลิงจากการเผาไหม้ในเตาหม้อแบบฟลูอิดซ์เบด ระหว่างการทดลองอัตราการป้อนเชื้อเพลิงคงที่ 0.65 กรัม/นาทิจ และเมื่อความดันตกคร่อมเบต (Bed pressure drop) เริ่มลดลงอย่างรวดเร็วแสดงถึงการสูญเสียสภาพการไหลของอนุภาคเบต (Defluidization) (ดังแสดงในรูปที่ 4 (a)) เนื่องจากเกิดการเกาะตัวของอนุภาคเบต (ดังแสดงในรูปที่ 4 (b)) ส่งผลให้อนุภาคเบตมีขนาดใหญ่ขึ้น เกิดช่องว่าง (Voidage) ระหว่างอนุภาคเบตมากขึ้น และความดันตกคร่อมลดลง การทดลองการเผาไหม้จะสิ้นสุดเมื่อเกิดการสูญเสียสภาพการไหล เมื่อเตาปฏิกรณ์อุณหภูมิลดลงถึงอุณหภูมิห้อง อนุภาคเบตจะถูกนำออกมาจากเตาปฏิกรณ์และนำตัวอย่างอนุภาคเบตทำการหล่อเรซินและใช้ใบตัดเพชรเพื่อตัดภาคตัดขวางของตัวอย่างสำหรับวิเคราะห์ทางสัณฐานและทางเคมีโดยใช้กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอน/วิเคราะห์ธาตุแบบจุด (Scanning electron microscope and energy dispersive x-ray spectrometer, SEM-EDS) ดังแสดงในรูปที่ 5 จากผลการทดลองเผาไหม้ดังแสดงในรูปที่ 4 พบว่าเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างสามารถเผาไหม้ได้ 32 นาที อนุภาคเบตจะเกิดการสูญเสียสภาพการไหล และเมื่อใช้เชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างด้วยน้ำที่อัตราการไหล 197 มิลลิลิตร/นาทิจ เป็นเวลา 25 นาทีแล้วสามารถยืดเวลาการสูญเสียสภาพการไหลได้มากขึ้น คือ เกิดที่ 78 นาที จากผลการศึกษาของ Chaivatamaset et al. (2019) ได้ทำการทดลองเผาไหม้เชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ยังไม่ผ่าน

การชะล้างในเตาเผาไหม้ฟลูอิดซ์เบตที่อุณหภูมิ 900 °C ผลการศึกษาพบว่าใช้เวลา 15 นาทีโดยประมาณ อนุภาคเบตจะเกิดการสูญเสียสภาพการไหล ซึ่งต่างจากงานวิจัยนี้ (ใช้เวลา 32 นาที) สาเหตุเนื่องมาจากอุณหภูมิที่ใช้ในงานวิจัยนี้ต่ำกว่า คือ 800 °C ซึ่งการเกิดสูญเสียสภาพการไหลแปรผันตรงกับอุณหภูมิที่ใช้ในการเผาไหม้

การวิเคราะห์ธาตุแบบจุดของอนุภาคเบตที่ได้จากตัวอย่างหลังการทดสอบเผาไหม้และจากการวิเคราะห์ XRF ดังแสดงในรูปที่ 5 (a) ของเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้าง และรูปที่ 5 (b) ของเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้าง พบว่าปริมาณธาตุโพแทสเซียม (K) และ โซเดียม (Na) ที่บริเวณอนุภาคเบตของกรณีเชื้อเพลิงที่ผ่านการชะล้างด้วยน้ำลดลงอย่างเห็นได้ชัด ซึ่งธาตุทั้งสองดังกล่าวเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้จุดหลอมเหลวของถ่านต่ำ อีกทั้งตัวเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวเองมีองค์ประกอบของซิลิกา (Si) และ อนุภาคเบตซึ่งใช้ทรายและมีองค์ประกอบหลัก คือ ซิลิกา (Si) เมื่อเผาไหม้จะทำปฏิกิริยากับโพแทสเซียมและโซเดียมที่มีอยู่ปริมาณมากในเชื้อเพลิงที่ไม่ผ่านการชะล้าง จึงมีโอกาสที่เกิดสารประกอบโพแทสเซียมซิลิเกต ($K_2O \cdot 4SiO_2$) และ โซเดียมซิลิเกต ($Na_2O \cdot 2SiO_2$) (ดังได้แสดงในสมการที่ 3.2 และ 3.3) เกิดที่จุดยูเทคติกโดยมีอุณหภูมิการหลอมละลายที่ต่ำ คือ อุณหภูมิ 754 °C และ 874 °C (Basu, 2006) ตามลำดับ ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดการเกาะตัวกันของอนุภาคเบต และสูญเสียสภาพการไหลได้เร็ว นอกจากนั้นจากผลการวิเคราะห์ธาตุแบบจุดยังพบว่าองค์ประกอบของธาตุ ซิลิกา (Si,) อลูมิเนียม (Al) และ แคลเซียม (Ca) ที่อยู่ในบริเวณรอบอนุภาคเบตจากการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงกาบมะพร้าวที่ชะล้างด้วยน้ำ มีปริมาณที่สูงขึ้น โดยที่ธาตุทั้งสามดังกล่าวสามารถเกิดเป็นสารประกอบใหม่ในรูปของแคลเซียมอลูมิเนียมซิลิเกต ดังได้แสดงในสมการที่ (3.6) – (3.7) ซึ่งมีจุดหลอมเหลวอยู่ที่ประมาณ 1,593 °C – 1,550 °C (Mu et al., 2021) ส่งผลให้จุดหลอมเหลวของถ่านสูงขึ้นสามารถลดปัญหาการเกาะตัวของอนุภาคเบตและสูญเสียสภาพการไหลได้เป็นอย่างดี ทั้งนี้จากผลการวิเคราะห์ธาตุแบบจุดของธาตุ Si และ Cl มีค่าที่สูงกว่าและต่ำกว่าตามลำดับ อย่างเห็นได้ชัดเมื่อเทียบกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์ XRF ผลที่แตกต่างกันนี้อันเนื่องมาจากตัวอย่างที่ใช้วิเคราะห์ EDS เป็นอนุภาคเบตซึ่งมีทรายเป็นองค์ประกอบหลัก (Si) รวมกับถ่านเชื้อเพลิงที่เกิดจากการเผาไหม้เกิดเป็น

สารผลิตภัณฑ์ที่ได้ดังสมการที่ (3.2) – (3.3), (3.6) – (3.7) ด้วยเหตุนี้ค่า Si จากการวิเคราะห์ EDS จึงมีค่าที่สูงกว่า XRF สำหรับค่า Cl ที่ได้จากการวิเคราะห์ EDS มีค่าต่ำกว่าการวิเคราะห์ XRF เนื่องมาจากมาตรฐานการเตรียมตัวอย่างเพื่อวิเคราะห์ XRF นั้น ถูกเตรียมที่อุณหภูมิ 550 °C แต่ตัวอย่างที่ใช้วิเคราะห์ EDS ได้มาจากการเผาไหม้ที่อุณหภูมิ 800 °C ส่งผลให้ Cl มีค่าที่เหลือน้อยลง เพราะ Cl ที่อยู่ในรูป KCl จะเริ่มสลายตัวในสถานะแก๊สที่อุณหภูมิ 600 °C และจะเพิ่มปริมาณมากขึ้นตามอุณหภูมิที่สูงขึ้น ดังการศึกษาของ Unchaisri and Fukuda (2022) ที่ศึกษาการเกิด Fouling ในเตาเผาไหม้ฟลูอิดซ์เบดและการใช้โปรแกรม FactSage จำลองอุณหภูมิการเผาไหม้ตั้งแต่ 500 °C – 1500 °C เพื่อดูผลกระทบของสารประกอบในรูปของแข็ง ของเหลว และแก๊ส ที่เกิดขึ้นระหว่างกระบวนการเผาไหม้

4. บทสรุป

งานวิจัยนี้ศึกษาองค์ประกอบของเถ้าในเชื้อเพลิงกบมะพร้าวที่ผ่านการปรับปรุงคุณภาพโดยการชะล้างด้วยน้ำเปรียบเทียบกับเชื้อเพลิงกบมะพร้าวก่อนการปรับปรุงคุณภาพ และนำเชื้อเพลิงมาเผาไหม้ในเตาปฏิกรณ์แบบฟลูอิดซ์เบดเพื่อศึกษาผลกระทบของเถ้า จากผลการศึกษการชะล้างเชื้อเพลิงกบมะพร้าวด้วยน้ำที่อัตราการไหล 197 มิลลิลิตร/นาที่ มีการนำไฟฟ้าของน้ำที่ชะล้างเริ่มต้นอยู่ในช่วง 3,054 $\mu\text{S}/\text{cm}$ – 4,106 $\mu\text{S}/\text{cm}$ ใช้เวลา 25 นาที ค่าการนำไฟฟ้าของน้ำที่ชะล้างเริ่มคงที่ 300 $\mu\text{S}/\text{cm}$ โดยประมาณ ซึ่งเป็นค่าการนำไฟฟ้าของน้ำประปาทั่วไป ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบของเถ้าพบว่าปริมาณโพแทสเซียมออกไซด์ (K_2O), โซเดียมออกไซด์ (Na_2O) และคลอรีน (Cl) ลดลงอย่างมากจาก 34.2%, 17.7% และ 24.5% ในตัวอย่างที่ไม่ได้ชะล้างเหลือ 20.4%, 8.78% และ 4.42% ตามลำดับ ซึ่งออกไซด์ดังกล่าวและคลอรีนเมื่อเกิดการเผาไหม้อาจส่งผลกระทบต่ออุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนและการเกาะตัวกันของอนุภาคเบดเมื่อนำมาใช้กับเตาเผาไหม้แบบฟลูอิดซ์เบด

การทำนายความรุนแรงในการเกิดผลกระทบของเถ้าสำหรับปัญหา Fouling และ Agglomeration โดยใช้ดัชนีสองชนิด คือ Base to Acid Ratio ($R_{b/a}$) และ Bed Agglomeration Index (BAI) ตามลำดับ พบว่าแนวโน้มของ

การเกิดปัญหาทั้งสองในเชื้อเพลิงกบมะพร้าวที่ผ่านการปรับปรุงคุณภาพโดยการชะล้างด้วยน้ำลดลงเมื่อเทียบกับเชื้อเพลิงกบมะพร้าวที่ยังผ่านการปรับปรุงคุณภาพ อย่างไรก็ตามแนวโน้มก็ยังมีโอกาสเกิดปัญหา Fouling และ Agglomeration สูงในตัวอย่างเชื้อเพลิงทั้งสองชนิด เมื่อนำตัวอย่างเชื้อเพลิงทั้งสองมาเผาไหม้ในเตาเผาไหม้แบบฟลูอิดซ์เบดโดยใช้ทรายเป็นตัวกลางในการถ่ายโอนความร้อนและให้ความร้อนคงที่ 800 °C พบว่าเวลาที่เชื้อเพลิงไหม้จนเกิดการสูญเสียสภาพการไหล (Defluidization time) อยู่ที่ 32 นาที และ 78 นาที สำหรับเชื้อเพลิงกบมะพร้าวที่ไม่ผ่านการชะล้างและเชื้อเพลิงกบมะพร้าวที่ผ่านการชะล้างด้วยน้ำ ตามลำดับ

การปรับปรุงเชื้อเพลิงกบมะพร้าวด้วยการชะล้างด้วยน้ำจึงสามารถลดปัญหาการเกาะตัวของอนุภาคเบดได้ อย่างไรก็ตามการทดลองการสูญเสียสภาพการไหลในเตาเผาไหม้ควรมีการทดลองซ้ำ เพื่อดูความแปรปรวนของเวลาและองค์ประกอบของธาตุที่อยู่รอบๆ อนุภาคเบด นอกจากนั้นควรศึกษาเพิ่มเติมต่อสำหรับปัญหา Fouling ที่ทำให้เกิดความเสียหายต่ออุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนของหม้อไอน้ำโดยใช้เชื้อเพลิงเปรียบเทียบก่อนและหลังการชะล้างด้วยน้ำ

กิตติกรรมประกาศ

คณะวิจัยขอขอบคุณงบประมาณกองทุนส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (Fundamental Fund, FF) ประจำปีงบประมาณ 2567 รหัสโครงการวิจัย: 4694740 ที่สนับสนุนงบประมาณสำหรับงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

- Basu, P. (2006). *combustion and gasification in fluidized beds*. Taylor and Francis Group. p.129.
- Chaivatamaset, P., Tia, S., & Methaviriyasilp, W., et al. (2019). Bed particle agglomeration and defluidization in the rubber wood and coir-fired fluidized bed. *Waste and Biomass Valorization*, 10, 3457-3470. <https://doi.org/10.1007/s12649-018-0358-y>
- DEDE. (2023). *Thailand Alternative Energy Situation 2023*. Retrieved August 10, 2026, from <https://pei.dede.go.th/dataset/2566-thailand-alternative-energy-situation-2023>
- Deng, L., Xi Jin, J. L., & Che, D. (2018). Ash deposition behaviors during combustion of raw and water washed biomass fuels. *Journal of the Energy Institute*, 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.joei.2018.07.009>
- Eller, A. L., Åmand, L. E., & Steenari, B. M. (2013). Composition of agglomerates in fluidized bed reactors for thermochemical conversion of biomass and waste fuels. *Fuel*, 111, 696-708. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2013.03.018>

- Guo, Q., Cheng, Z., Chen, G., et al. (2020). Optimal strategy for clean and efficient biomass combustion based on ash deposition tendency and kinetic analysis. *Journal of Cleaner Production*, 271. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.122529>
- Homdoun, N., Sasujit, K., Uttharuan, J., et al. (2019). Influence of torrefaction temperature and time on the yields and properties of torrefied biomass. *Engineering and Applied Science Research*, 46(2), 170-175. <https://doi.org/10.14456/easr.2019.19>
- Ma, Q., Han, L., & Huang, G. (2017). Evaluation of different water-washing treatments effects on wheat straw combustion properties. *Bioresour Technol*, 245, 1075-1083. <https://doi.org/10.1016/j.biortech.2017.09.052>
- Mu, L., Li, T., & Wang, Z., et al. (2021). Influence of water/acid washing pretreatment of aquatic biomass on ash transformation and slagging behavior during co-firing with bituminous coal. *Energy*, 234. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.121286>
- Silvennoinen, J., & Hedman, M. (2013). Co-firing of agricultural fuels in a full-scale fluidized bed boiler. *Fuel Processing Technology*, 105, 11-19. <https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2011.05.019>
- Singhal, A., Goossens, M., & Fantozzi, D., et al. (2021). Step washing: A modified pretreatment approach for industrial applications to improve chemical composition of agricultural residues. *Bioresour Technol*, 341. <https://doi.org/10.1016/j.biortech.2021.125753>
- Singhal, A., Kontinen, J., & Joronen, T. (2021). Effect of different washing parameters on the fuel properties and elemental composition of wheat straw in water-washing pre-treatment. Part 1: Effect of washing duration and biomass size. *Fuel*, 292. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2021.120206>
- Unchaisri, T., & Fukuda, S. (2022). Investigation of ash formation and deposit characteristics in CFB co-combustion of coal with various biomass fuels. *Journal of the Energy Institute*, 105, 42-52. <https://doi.org/10.1016/j.joei.2022.08.005>
- Unchaisri, T., & Oechaiyaphum, K. (2024). Development of electrical conductivity measurement tool and online data logging by a microcontroller., *The 2nd International Conference on Science and Technology (INCOST)*, Pathum Thani, Thailand.
- Vamvuka, D., & Zografos, D. (2004). Predicting the behaviour of ash from agricultural wastes during combustion. *Fuel*, 83(14-15), 2051-2057. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2004.04.012>
- Wang, L., Skjevra, G., & Hustad, J. E., et al. (2012). Sintering characteristics of sewage sludge ashes at elevated temperatures. *Fuel Processing Technology*, 96, 88-97. <https://doi.org/10.1016/j.fuproc.2011.12.022>
- Werkelin, J., Skrifvars, B.-J., Zevenhoven, M., et al. (2010). Chemical forms of ash-forming elements in woody biomass fuels. *Fuel*, 89(2), 481-493. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2009.09.005>

การประเมินประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ด้วยการถดถอยควอนไทล์

กิตยากร อิศรางกูร ณ อยุธยา¹ และ ชนาพันธุ์ ชนาเนตร^{2*}

¹สำนักวิชาศึกษาทั่วไป สถาบันเทคโนโลยีจิตรลดา กรุงเทพมหานคร 10300 ประเทศไทย

²ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ กรุงเทพมหานคร 10800 ประเทศไทย

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน อีเมล: chanaphun.c@sci.kmutnb.ac.th DOI:10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.005

รับเมื่อ 30 มิถุนายน 2569 แก้ไขเมื่อ 11 สิงหาคม 2569 ตอรับเมื่อ 12 สิงหาคม 2569

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์จากวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (Ordinary Least Squares: OLS) และวิธีถดถอยควอนไทล์ (Quantile Regression: QR) ในการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ด้วยการจำลองมอนติคาร์โลภายใต้การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน 5 รูปแบบ คือ การแจกแจงปกติซึ่งสอดคล้องกับข้อสมมติ และกรณีที่ละเมิดข้อสมมติ ได้แก่ การแจกแจงเบ้ ทางหนา ทางหนาชั้นรุนแรง และความแปรปรวนไม่คงที่ ประเมินประสิทธิภาพด้วยค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (Coverage Probability: CP) ความกว้างเฉลี่ย (Average Width: AW) และค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (Average Interval Score: AIS) ผลการวิจัยพบว่า ภายใต้การแจกแจงปกติ วิธี OLS ให้ความน่าจะเป็นครอบคลุมใกล้เคียงระดับที่กำหนดและให้ค่า AIS ต่ำกว่าในทุกเงื่อนไข ขณะที่วิธี QR ให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมต่ำกว่าเป้าหมายเมื่อตัวอย่างเล็กแล้วเข้าสู่ระดับเป้าหมายเมื่อตัวอย่างใหญ่ขึ้น สำหรับกรณีละเมิดข้อสมมติ วิธี QR ให้ประสิทธิภาพเหนือกว่าเมื่อตัวอย่างใหญ่เพียงพอ โดยในการแจกแจงเบ้และทางหนาชั้นรุนแรงให้ค่า AIS ต่ำกว่าอย่างชัดเจน และในกรณีความแปรปรวนไม่คงที่ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมวิธี OLS เบี่ยงเบนจากระดับเป้าหมายไปมากตามตำแหน่งค่าพยากรณ์ (x_0) ขณะที่วิธี QR ปรับตัวได้ดีกว่า ผลการวิจัยชี้ว่าการเลือกวิธีควรพิจารณาทั้งลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนและขนาดตัวอย่าง โดยวิธี QR เหมาะสมเมื่อข้อสมมติของวิธี OLS ถูกละเมิดและมีขนาดตัวอย่างเพียงพอ

คำสำคัญ: การถดถอยควอนไทล์, วิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ, ช่วงพยากรณ์, การจำลองมอนติคาร์โล, ค่าคะแนนช่วง

Evaluating the Performance of Quantile Regression-Based Prediction Intervals

Kittayakarn Isarangura Na Ayuthya¹ and Chanaphun Chananet ^{2*}

¹Office of General Education, Chitralada Technology Institute, Bangkok 10300, Thailand

²Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King's Mongkut University of Technology North Bangkok, Bangkok 10800, Thailand

* Corresponding Author, E-mail: chanaphun.c@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.005

Received 30 June 2026; **Revised** 11 August 2026; **Accepted** 12 August 2026

ABSTRACT

This study compares the performance of prediction intervals from Ordinary Least Squares (OLS) and Quantile Regression (QR) in simple linear regression. Using Monte Carlo simulations, five error distributions were examined: the normal distribution (which satisfies the model assumptions) and four that violate the assumptions (skewed, heavy-tailed, extremely heavy-tailed, and heteroscedastic). Performance was evaluated using Coverage Probability (CP), Average Width (AW), and Average Interval Score (AIS).

The results showed that under the normal distribution, OLS achieved coverage close to the nominal level and provided lower AIS values across all conditions. In contrast, QR undercovered at small sample sizes but converged to the nominal level as the sample size increased. When assumptions were violated, QR outperformed OLS provided that the sample size was sufficiently large. Specifically, for skewed and extremely heavy-tailed errors, QR yielded a clearly lower AIS. Under heteroscedasticity, the coverage probability of OLS deviated significantly from the target level depending on the prediction point (x_0), whereas QR adapted more effectively.

The findings suggest that selecting the appropriate method should take into account both the error distribution and the sample size. QR is a suitable alternative when OLS assumptions are violated, and the sample size is adequate.

KEYWORDS: Quantile regression, Ordinary least squares, Prediction interval, Monte Carlo simulation, Interval score

1. บทนำ

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้น (Linear Regression Analysis) เป็นเทคนิคทางสถิติที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (X) และตัวแปรตาม (Y) โดยมีวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (Ordinary Least Squares: OLS) เป็นวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่นิยมใช้กัน ซึ่งให้ตัวประมาณค่าที่มีคุณสมบัติที่ดีภายใต้ข้อสมมติเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อน อย่างไรก็ตาม เมื่อข้อสมมติเหล่านี้ถูกละเมิด ความน่าเชื่อถือของการอนุมานทางสถิติที่ได้จากวิธี OLS ย่อมลดลง (Montgomery และคณะ, 2012; Greene, 2018)

ในการพยากรณ์ค่าตัวแปรตาม Y เมื่อทราบตำแหน่งของค่า X ช่วงพยากรณ์ (Prediction Interval: PI) เป็นเครื่องมือสำคัญที่ระบุกรอบค่าซึ่งคาดว่าจะครอบคลุมค่าสังเกตใหม่ภายใต้ระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด แตกต่างจากช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval: CI) ที่ครอบคลุมเฉพาะค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไข อย่างไรก็ตาม ช่วงพยากรณ์ที่สร้างจากวิธี OLS ตั้งอยู่บนข้อสมมติว่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนคงที่ ในทางปฏิบัติข้อมูลจริงมักมีลักษณะที่ขัดกับข้อสมมติดังกล่าว เช่น การแจกแจงเบ้ (skewness) การแจกแจงหางหนา (heavy-tailed distribution) หรือความแปรปรวนไม่คงที่ (heteroscedasticity) ซึ่งทำให้ช่วงพยากรณ์จากวิธี OLS อาจมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (coverage probability) เบี่ยงเบนไปจากระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

ด้วยเหตุนี้จึงมีการพิจารณาวิธีที่ยืดหยุ่นและทนทานต่อการละเมิดข้อสมมติได้มากขึ้น หนึ่งในวิธีนั้นคือวิธีถดถอยควอนไทล์ (Quantile Regression: QR) ที่เสนอโดย Koenker และ Bassett (1978) ซึ่งสามารถประมาณค่าควอนไทล์ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของตัวแปรตามได้ จึงมีความแข็งแกร่ง (robust) ต่อค่าผิดปกติและสามารถรองรับความแปรปรวนที่ไม่คงที่ได้โดยไม่ต้องอาศัยข้อสมมติที่เข้มงวดเช่นเดียวกับวิธี OLS (Koenker, 2005) คุณสมบัตินี้ทำให้วิธี QR ถูกนำไปประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในหลากหลายสาขา เช่น เศรษฐศาสตร์ (Koenker และ Hallock, 2001) ชีวสถิติและการแพทย์ (Wei และคณะ, 2006) นิเวศวิทยา (Cade และ Noon, 2003) ตลอดจนวิทยาการข้อมูลและการเรียนรู้ของเครื่อง (Meinshausen, 2006)

อย่างไรก็ตาม ประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ไม่ว่าจะสร้างจากวิธีใดนั้นมิได้ขึ้นอยู่กับวิธีการประมาณค่าเพียงอย่างเดียว แต่ยังได้รับอิทธิพลจากปัจจัยเชิงข้อมูลหลายประการด้วยกัน ประการแรก ขนาดตัวอย่าง (sample size) มีผลโดยตรงต่อความน่าจะเป็นที่ครอบคลุมและความกว้างของช่วงพยากรณ์ Yang และ Mo (1990) พบว่าสำหรับตัวอย่างขนาดเล็กความน่าจะเป็นที่ครอบคลุมเชิงประจักษ์มักเบี่ยงเบนจากระดับความครอบคลุมที่กำหนด (nominal coverage level) และจะเริ่มลู่เข้าหากันเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่ามากกว่า 50 ประการที่สอง ระดับความเชื่อมั่น (confidence level) มีความสัมพันธ์โดยตรงกับความกว้างของช่วงพยากรณ์ โดยระดับความเชื่อมั่นที่สูงขึ้นย่อมนำไปสู่ช่วงที่กว้างขึ้น ซึ่งส่งผลต่อความคมชัดในการพยากรณ์ (Olive, 2007) ประการที่สาม รูปแบบของการแจกแจงความคลาดเคลื่อน มีผลกระทบอย่างมีนัยสำคัญต่อความเหมาะสมของช่วงพยากรณ์ โดยเฉพาะเมื่อข้อมูลมีลักษณะเบ้หรือหางหนัก ซึ่งวิธี OLS ที่อาศัยข้อสมมติความเป็นปกติจะสูญเสียความน่าเชื่อถือ ในขณะที่วิธีที่ทนทานกว่าอาจให้ผลที่ดีกว่า (Mak, 2000)

ปัจจัยอีกประการที่สำคัญแต่ถูกมองข้ามในการศึกษาเชิงการจำลอง คือ การแจกแจงของตัวแปรอิสระและตำแหน่งของจุดพยากรณ์ (prediction location) Schmoey (1992) และ Olive (2007) ชี้ให้เห็นว่าความแปรปรวนของการพยากรณ์เพิ่มขึ้นตามระยะห่างของ X_0 จากค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ ของข้อมูล ส่งผลให้ความกว้างของช่วงพยากรณ์แปรผันตามตำแหน่งพยากรณ์อย่างเป็นระบบ และยิ่งในกรณีของการพยากรณ์นอกช่วงข้อมูล (extrapolation) ทั้ง OLS และ QR ต่างมีข้อจำกัดที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ (Stine, 1985) ดังนั้นการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์จาก OLS และ QR ที่ครอบคลุมปัจจัยเหล่านี้อย่างเป็นระบบภายใต้สถานการณ์จำลองที่หลากหลายจึงมีความจำเป็นเพื่อให้ได้แนวทางปฏิบัติที่เชื่อถือได้สำหรับการเลือกวิธีที่เหมาะสมในบริบทข้อมูลจริง

จากที่กล่าวมา การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ระหว่างวิธี OLS และวิธี QR จึงเป็นประเด็นที่มีความสำคัญ งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ที่สร้างจากวิธี OLS และวิธี QR ภายใต้สถานการณ์จำลองที่มีลักษณะข้อมูลแตกต่างกัน เพื่อสะท้อนแนวทางการเลือกใช้วิธีที่เหมาะสม

สำหรับการวิเคราะห์ในบริบทต่าง ๆ ที่ต้องการความน่าเชื่อถือของการพยากรณ์

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression) เป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้ในการศึกษาความสัมพันธ์ในรูปแบบเชิงเส้นระหว่างตัวแปรตาม (Dependent Variable) และตัวแปรอิสระ (Independent Variable) โดยสามารถเขียนในรูปแบบตัวแบบความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

โดยที่ y_i คือ ค่าสังเกตของตัวแปรตามลำดับที่ i

x_i คือ ค่าสังเกตของตัวแปรอิสระลำดับที่ i

β_0 คือ พารามิเตอร์จุดตัดแกน Y

β_1 คือ พารามิเตอร์ความชันของเส้นถดถอย

ε_i คือ ค่าคลาดเคลื่อนสุ่มลำดับที่ i

n คือ จำนวนค่าสังเกต

ในตัวแบบ (1) เป็นตัวแบบรวมของทั้งวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (Ordinary Least Square: OLS) และวิธีถดถอยควอนไทล์ (Quantile Regression: QR) ความแตกต่างระหว่างวิธี OLS และวิธี QR อยู่ที่ฟังก์ชันความสูญเสีย (Loss Function) ที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์และข้อสมมติของตัวแบบ ทฤษฎีบทเกาส์-มาร์คอฟ (Gauss-Markov Theorem) กำหนดข้อสมมติที่จำเป็นของความคลาดเคลื่อน (ε_i) ประกอบด้วย 1) ค่าคาดหวังแบบมีเงื่อนไขของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ $E(\varepsilon_i | X_i) = 0$ 2) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ นั่นคือ $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ และ 3) ค่าคลาดเคลื่อนแต่ละค่าต้องเป็นอิสระกัน นั่นคือ $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ เมื่อ $i \neq j$ (Montgomery และคณะ, 2012) หากข้อสมมติทั้งสามข้อนี้เป็นจริงแล้ว ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากวิธี OLS จะมีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณเชิงเส้นที่ไม่มีความเอนเอียงและมีประสิทธิภาพสูงสุด (Best Linear Unbiased Estimator: BLUE) โดยคุณสมบัติดังกล่าวไม่ได้กล่าวถึงรูปแบบการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนแต่อย่างใด ส่วนช่วงพยากรณ์วิธี OLS นอกจากจะอาศัยข้อสมมติของเกาส์-มาร์คอฟแล้วยังเพิ่มข้อสมมติว่าความคลาดเคลื่อนต้องมีการแจกแจงปกติเข้าไปด้วย งานวิจัยนี้จึงมีความสนใจศึกษากรณีที่รูปแบบการ

แจกแจงของความคลาดเคลื่อนและความแปรปรวนคงที่นั้นถูกละเมิด

2.2 วิธีกำลังสองน้อยที่สุดสามัญและช่วงพยากรณ์

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (Ordinary Least Square: OLS) ตัวแบบอยู่ในรูปสมการ (1) โดยค่าพยากรณ์ของตัวแบบคือ $\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$ จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกตลำดับที่ i คือ $e_i = y_i - \hat{y}_i$ วิธี OLS จะเลือกค่า β_0 และ β_1 ที่ทำให้ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด โดยกำหนดให้ฟังก์ชันความสูญเสีย (Loss Function) ของวิธี OLS สำหรับค่าสังเกต n ตัว คือ

$$L(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (2)$$

ดังนั้นตัวประมาณค่าวิธี OLS คือ $\hat{\beta}_0$ และ $\hat{\beta}_1$ ที่ทำให้ฟังก์ชันความสูญเสียมีค่าต่ำสุด นั่นคือ

$$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = \arg \min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad (3)$$

ผลลัพธ์ประการแรกที่ได้จากการลดฟังก์ชันความสูญเสียคือค่าพยากรณ์แบบจุดซึ่งระบุตำแหน่งศูนย์กลางของการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ Y ณ ตำแหน่ง x_0 ดังแสดงในสมการ (4)

$$\hat{y}_0 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 \quad (4)$$

ผลลัพธ์ประการที่สองคือค่าของฟังก์ชันสูญเสีย ณ จุดต่ำสุดซึ่งนิยามเป็นผลรวมกำลังสองของส่วนเหลือ (Sum Squares Error: SSE)

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i)^2 \quad (5)$$

ค่า SSE ในสมการ (5) นำไปสู่ตัวประมาณค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนแบบไม่เอนเอียง (S^2) ดังแสดงในสมการ (6)

$$S^2 = \frac{SSE}{n-2} \quad (6)$$

จากการลดฟังก์ชันความสูญเสีย สามารถระบุตำแหน่งศูนย์กลางของการแจกแจงแบบมีเงื่อนไขของ Y ณ ตำแหน่ง x_0 หรือ $E(Y | X = x_0)$ ได้จากสมการ (4) และเมื่อนำค่า SSE ในสมการ (5) ไปประมาณค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนโดยใช้ S^2 ในสมการ (6) จะได้มาตราส่วนที่ใช้กำหนดความกว้างของช่วงพยากรณ์ อย่างไรก็ตามตำแหน่งศูนย์กลางและมาตราส่วนยังไม่เพียงพอต่อการ

กำหนดรูปร่างของช่วงซึ่งจำเป็นต้องอาศัยข้อสมมติเกี่ยวกับการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเพิ่มเติม

ภายใต้ข้อสมมติของความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และมีความแปรปรวนคงที่เท่ากับ σ^2 พิจารณาค่าสังเกตใหม่ Y_0 ณ ตำแหน่ง x_0 ที่เป็นอิสระจากชุดข้อมูลที่ใช้ประมาณค่า ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์ $Y_0 - \hat{y}_0$ ซึ่งประกอบด้วยความผันแปรของค่าสังเกตใหม่และความผันแปรของตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ สามารถแสดงได้ในสมการ (7)

$$\text{Var}(Y_0 - \hat{y}_0) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right] \quad (7)$$

โดยที่ Y_0 คือ ค่าสังเกตใหม่ของตัวแปรตาม ณ ตำแหน่ง x_0 σ^2 คือ ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

$\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรอิสระ ซึ่ง $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

เมื่อประมาณค่า σ^2 ด้วยตัวประมาณค่า S^2 จากสมการ (6) อัตราส่วนระหว่างความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์กับค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานโดยประมาณจะมีการแจกแจงแบบ t ที่มีองศาความเป็นอิสระ $n-2$ นำไปสู่ช่วงพยากรณ์ (Prediction Interval: PI) วิธี OLS ที่ระดับความเชื่อมั่น $1-\alpha$ สำหรับค่าสังเกตใหม่ ณ ตำแหน่ง x_0 ดังสมการ (8)

$$PI_{OLS}(x_0) = \hat{y}_0 \pm t_{1-\alpha/2, n-2} S \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (8)$$

โดยที่ $t_{1-\alpha/2, n-2}$ คือ ค่าควอนไทล์ที่ $1-\alpha/2$ ของการแจกแจง t ที่องศาอิสระ $n-2$

S คือ ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐานของสมการถดถอย

จะเห็นว่าช่วงพยากรณ์ในสมการ (8) ตั้งอยู่บนข้อสมมติว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่เท่ากับ σ^2 ที่ประมาณจากค่า x_i เมื่อ $i=1, 2, \dots, n$ ส่งผลให้กว้างของช่วงพยากรณ์ไม่ปรับเปลี่ยนตามตำแหน่ง x_0 ใดๆ ดังนั้นเมื่อข้อสมมติดังกล่าวถูกละเมิด เช่น ในกรณีที่ข้อมูลมีความแปรปรวนไม่คงที่ ช่วงพยากรณ์ที่ได้จากวิธี OLS อาจมีค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมเบี่ยงเบนไปจากระดับความ

เชื่อมั่นที่กำหนด ซึ่งเป็นข้อจำกัดสำคัญที่นำไปสู่การพิจารณาวิธีถดถอยควอนไทล์ในหัวข้อถัดไป

2.3 วิธีถดถอยควอนไทล์และช่วงพยากรณ์

วิธีถดถอยควอนไทล์ (Quantile Regression: QR) นำเสนอโดย Koenker และ Bassett (1978) โดยการเปลี่ยนรูปแบบของฟังก์ชันความสูญเสียจากวิธี OLS ที่มุ่งเน้นการประมาณค่าเฉลี่ยแบบมีเงื่อนไขของตัวแปรตาม Y ไปเป็นฟังก์ชันความสูญเสียแบบไม่สมมาตร (asymmetric loss function) ซึ่งมุ่งเน้นการประมาณค่าควอนไทล์แบบมีเงื่อนไข ณ ตำแหน่งใด ๆ ของการแจกแจงของตัวแปรตาม Y

สำหรับระดับควอนไทล์ τ โดยที่ $\tau \in (0, 1)$ ตัวแบบการถดถอยควอนไทล์เชิงเส้นอย่างง่าย คือ

$$Q_\tau(\tau | X = x) = \beta_0(\tau) + \beta_1(\tau)x \quad (9)$$

โดยที่ $\beta_0(\tau)$ และ $\beta_1(\tau)$ คือ พารามิเตอร์จุดตัดแกน (intercept) และพารามิเตอร์ความชัน (slope) ตามลำดับ พารามิเตอร์ทั้งสองค่านี้เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับระดับของค่าควอนไทล์ τ

สำหรับฟังก์ชันสูญเสียของวิธีถดถอยควอนไทล์ หรือเรียกอีกชื่อว่า ฟังก์ชันตรวจสอบ (check function) โดยกำหนดเงื่อนไขในการถ่วงน้ำหนักความคลาดเคลื่อน u ใด ๆ ไว้ดังนี้

$$\rho_\tau(u) = \begin{cases} \tau u, & u \geq 0 \\ (\tau - 1)u, & u < 0 \end{cases} \quad (10)$$

ฟังก์ชันนี้ให้น้ำหนักกับความคลาดเคลื่อนทางบวกด้วย τ และความคลาดเคลื่อนทางลบด้วย $(1-\tau)$

ตัวประมาณค่าการถดถอยควอนไทล์ได้จากการลดผลรวมของฟังก์ชันความสูญเสียสำหรับค่าสังเกต n ตัว โดยฟังก์ชันความสูญเสียวิธี QR ที่ระดับ τ คือ

$$L_\tau(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n \rho_\tau(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \quad (11)$$

ดังนั้นตัวประมาณค่า $\hat{\beta}_0(\tau)$ และ $\hat{\beta}_1(\tau)$ ที่ทำให้ฟังก์ชันความสูญเสียมีค่าต่ำสุด คือ

$$(\hat{\beta}_0(\tau), \hat{\beta}_1(\tau)) = \arg \min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{i=1}^n \rho_\tau(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \quad (12)$$

เนื่องจากฟังก์ชันดังกล่าวไม่สามารถหาผลเฉลยแบบปิด (Closed-form Solution) ได้ การประมาณค่า $\hat{\beta}_0(\tau)$ และ $\hat{\beta}_1(\tau)$ จึงต้องอาศัยการหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วยวิธี

กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming) (Koenker, 2005)

สำหรับการสร้างช่วงพยากรณ์โดยวิธี QR สามารถหาจากฟังก์ชันความสูญเสียได้โดยตรงโดยไม่ต้องอาศัยข้อสมมติเกี่ยวกับการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนเพิ่มเติมเหมือนในกรณีของวิธี OLS ดังนั้นช่วงพยากรณ์ (Prediction Interval: PI) วิธี QR ที่ระดับความเชื่อมั่น $1-\alpha$ สำหรับค่าสังเกตใหม่ ณ ตำแหน่ง x_0 คือ

$$PI_{QR}(x_0) = [\hat{\beta}_0(\tau_L) + \hat{\beta}_1(\tau_L)x_0, \hat{\beta}_0(\tau_U) + \hat{\beta}_1(\tau_U)x_0] \quad (13)$$

โดยที่ τ_L และ τ_U คือ ระดับควอนไทล์ที่ $\alpha/2$ และ $1-\alpha/2$ ตามลำดับ

3. วิธีดำเนินการวิจัย

3.1.1 ข้อมูล

งานวิจัยนี้ใช้ข้อมูลจากการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR ภายใต้ตัวแบบความสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่าย ดังแสดงในสมการ (1) กำหนด n แทนจำนวนตัวอย่างสุ่มให้ตัวแปรอิสระ x_i เมื่อ $i=1,2,\dots,n$ สุ่มจากการแจกแจงเอกรูป (Uniform Distribution) บนช่วง $(-1, 1)$ พารามิเตอร์ β_0 และ β_1 มีค่าเป็น 5 และ 10 ตามลำดับ และการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนที่แตกต่างกัน

3.1.2 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

เพื่อศึกษาความแกร่ง (Robustness) ของแต่ละวิธีในการสร้างช่วงพยากรณ์ ภายใต้เงื่อนไขที่หลากหลายของความคลาดเคลื่อน งานวิจัยนี้กำหนดรูปแบบการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนไว้ 5 รูปแบบ ดังนี้

(1) ความคลาดเคลื่อนเป็นไปตามข้อสมมติของวิธี OLS นั่นคือ $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ โดย $\sigma=5$

(2) ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบ ใช้การแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential distribution) โดยปรับค่าเฉลี่ยให้มีค่าเป็น 0 นั่นคือ $\varepsilon_i \sim \text{Expo}(1/\lambda=5)-5$

(3) ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงหางหนา (heavy-tailed distribution) โดยใช้การแจกแจงที่ทอัสคาลิสระ 5 นั่นคือ $\varepsilon_i \sim t(v=5)$

(4) ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงหางหนารุนแรงแบบไม่นิยามค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน (very heavy-

tailed with undefined moments) โดยใช้การแจกแจงโคชี นั่นคือ $\varepsilon_i \sim \text{Cauchy}(0,1)$

(5) กรณีความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ (heteroscedasticity) โดยกำหนดให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอิสระ ดังแสดงในสมการ (14) (He, 1997; Koenker, 2005)

$$\varepsilon_i \sim N\left(0, [\sigma_0(1+\gamma|x_i|)]^2\right) \quad (14)$$

โดยที่ σ_0 คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความคลาดเคลื่อน กำหนดให้มีค่าเป็น 3

γ คือ พารามิเตอร์ที่ควบคุมระดับความรุนแรงของความแปรปรวนไม่คงที่ (heteroscedasticity parameter) ถ้า $\gamma=0$ จะลดรูปเป็นความแปรปรวนคงที่ (homoscedasticity) ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ค่า $\gamma=1.5$

3.1.3 ค่าในการจำลอง

(1) กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) = 10, 30, 50, 100, 1,000 และ 5,000

(2) ประเมินประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ ณ ตำแหน่งค่าพยากรณ์ $x_0 = 0, 0.5, 0.8$ (ภายในพิสัยของข้อมูล) และ $x_0 = 1.2$ และ 1.5 (ภายนอกพิสัยของข้อมูล)

(3) กำหนดจำนวนรอบการจำลอง 20,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์

(4) พิจารณาวงพยากรณ์ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

3.1.4 การประมาณค่าและการสร้างช่วงพยากรณ์

ในการจำลองแต่ละรอบ ช่วงพยากรณ์วิธี OLS ที่คำนวณตามสมการ (8) และช่วงพยากรณ์วิธี QR ที่คำนวณตามสมการ (13) ที่ระดับ $\tau_L=0.025$ และ $\tau_U=0.975$ ดำเนินการด้วยโปรแกรม R (R Core Team, 2025)

3.1.5 เกณฑ์ประเมินประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์

เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ที่ได้จากวิธี OLS และวิธี QR งานวิจัยนี้ใช้เกณฑ์การประเมิน 3 เกณฑ์ ได้แก่ ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (coverage probability) ความกว้างเฉลี่ย (average width) และค่าคะแนนของช่วง (interval score) กำหนดให้ M คือ จำนวนรอบในการจำลอง และ ให้ $[L_m, U_m]$ แทนช่วงพยากรณ์ในรอบที่ m ที่ได้ และ $y_{0,m}$ แทนค่าสังเกตใหม่ในรอบที่ m ที่ใช้ในการประเมิน

ตารางที่ 1 ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความกว้างช่วง (AW) และค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (AIS) ของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR กรณี

$$\varepsilon_i \sim N(0, 5^2)$$

n	x ₀	CP_OLS	AW_OLS	AIS_OLS	CP_QR	AW_QR	AIS_QR
10	0.0	0.9498	23.73	28.15 *	0.7202	12.24	44.75
	0.5	0.9492	24.69	29.35 *	0.6718	12.26	54.96
	0.8	0.9514	26.13	31.08 *	0.6105	12.27	73.02
	1.2	0.9520	28.84	33.95 *	0.5336	12.28	107.03
	1.5	0.9534	31.34	36.72 *	0.4930	12.30	140.87
30	0.0	0.9496	20.65	24.67 *	0.8990	17.84	26.92
	0.5	0.9529	20.92	24.66 *	0.8804	17.84	28.95
	0.8	0.9520	21.32	25.12 *	0.8482	17.83	33.81
	1.2	0.9496	22.13	26.27 *	0.7840	17.83	45.52
	1.5	0.9500	22.92	27.30 *	0.7300	17.83	60.37
50	0.0	0.9501	20.18	24.07 *	0.9290	19.15	25.20
	0.5	0.9498	20.34	24.26 *	0.9188	19.17	26.48
	0.8	0.9506	20.57	24.61 *	0.9010	19.18	28.82
	1.2	0.9461	21.05	25.40 *	0.8569	19.20	34.96
	1.5	0.9476	21.52	25.84 *	0.8200	19.21	42.21
1,00	0.0	0.9480	19.88	23.85 *	0.9378	19.32	24.33
	0.5	0.9501	19.96	23.42 *	0.9322	19.31	24.46
	0.8	0.9488	20.08	24.17 *	0.9204	19.31	26.36
	1.2	0.9531	20.31	23.98 *	0.9060	19.30	28.14
	1.5	0.9478	20.55	24.74 *	0.8830	19.30	31.67
1000	0.0	0.9502	19.63	23.17 *	0.9489	19.58	23.24
	0.5	0.9494	19.64	23.42 *	0.9476	19.58	23.52
	0.8	0.9508	19.65	23.42 *	0.9488	19.58	23.56
	1.2	0.9494	19.67	23.57 *	0.9434	19.58	23.95
	1.5	0.9500	19.70	23.62 *	0.9436	19.58	24.10
5,000	0.0	0.9526	19.60	23.02 *	0.9524	19.59	23.02
	0.5	0.9512	19.61	23.24 *	0.9502	19.59	23.26
	0.8	0.9491	19.61	23.33 *	0.9483	19.59	23.35
	1.2	0.9479	19.61	23.43 *	0.9476	19.59	23.49
	1.5	0.9504	19.62	23.21 *	0.9492	19.59	23.36

หมายเหตุ ตัวเลขหนา หมายถึง ค่า CP ที่ไม่ต่ำกว่า 0.95 อย่างมีนัยสำคัญ (CP ≥ 0.9475 ซึ่งเป็นขอบล่างทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จากการจำลอง 20,000 รอบ)

* หมายถึง ค่า AIS ที่มีค่าต่ำกว่า (สำหรับกรณีที่ไม่มี CP ค่าได้ถึงเกณฑ์ ค่า AIS ที่ต่ำกว่าบางชี้เพียงวิธีที่ด้อยกว่าอีกวิธีเท่านั้น)

ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม

ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (Coverage Probability: CP) คือ ค่าสัดส่วนของค่าสังเกตใหม่ที่ตกอยู่ในช่วงพยากรณ์สามารถคำนวณได้จากสมการ (15)

$$CP = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I(L_m \leq y_{0,m} \leq U_m) \quad (15)$$

โดยที่ $I(\cdot)$ เป็นฟังก์ชันบ่งชี้ วิธีที่ให้ช่วงพยากรณ์ที่ดีควรมีค่า CP อย่างน้อย $1-\alpha$ ตามที่ได้กำหนดไว้ สำหรับในงานวิจัยนี้กำหนดจำนวนรอบจำลอง $M = 20,000$ รอบ ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานเชิงมอนติคาร์โลของ CP ที่ระดับ $1-\alpha = 0.95$ เท่ากับ $\sqrt{0.95(0.05)/20000}$

≈ 0.00154 ดังนั้นขอบล่างแบบทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 คือ $0.95 - 1.645 \times 0.00154 \approx 0.9475$

ความกว้างเฉลี่ย

ความกว้างเฉลี่ย (Average Width: AW) คือ ค่าเฉลี่ยความกว้างของช่วงพยากรณ์ทุกรอบของการจำลอง คำนวณได้ดังสมการ (16)

$$AW = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (U_m - L_m) \quad (16)$$

ภายใต้ระดับความครอบคลุมที่มีค่าเกินเกณฑ์ 0.9475 วิธีที่ให้ค่า AW น้อยกว่าย่อมมีประสิทธิภาพมากกว่า เนื่องจากให้ช่วงพยากรณ์ที่แคบกว่าในขณะที่ยังครอบคลุมค่าจริงได้

ตารางที่ 2 ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความกว้างช่วง (AW) และค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (AIS) ของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR กรณี

$$\varepsilon_i \sim \text{Expo}(1/\lambda = 5) - 5$$

n	x ₀	CP_OLS	AW_OLS	AIS_OLS	CP_QR	AW_QR	AIS_QR
10	0.0	0.9312	22.47	36.14 *	0.7006	11.07	43.21
	0.5	0.9326	23.39	36.26 *	0.6698	11.09	51.53
	0.8	0.9332	24.75	37.92 *	0.6191	11.10	67.87
	1.2	0.9346	27.32	40.64 *	0.5383	11.11	103.73
	1.5	0.9362	29.68	40.95 *	0.4964	11.12	140.93
30	0.0	0.9401	20.16	32.19	0.8879	16.85	27.16 *
	0.5	0.9425	20.42	31.78	0.8787	16.85	28.84 *
	0.8	0.9431	20.81	32.45 *	0.8530	16.85	33.44
	1.2	0.9432	21.60	32.55 *	0.7832	16.85	49.89
	1.5	0.9422	22.37	33.49 *	0.7333	16.85	72.15
50	0.0	0.9460	19.91	31.00	0.9242	18.32	25.43 *
	0.5	0.9468	20.06	30.46	0.9171	18.30	25.81 *
	0.8	0.9460	20.30	30.54	0.9036	18.29	28.68 *
	1.2	0.9470	20.77	31.20 *	0.8603	18.28	37.35
	1.5	0.9464	21.24	31.67 *	0.8120	18.26	50.23
100	0.0	0.9461	19.75	30.38	0.9368	18.23	24.25 *
	0.5	0.9446	19.82	30.97	0.9292	18.22	25.34 *
	0.8	0.9438	19.94	31.56	0.9224	18.22	27.15 *
	1.2	0.9475	20.17	30.76	0.9058	18.22	29.66 *
	1.5	0.9486	20.41	31.15 *	0.8840	18.22	35.33
1,000	0.0	0.9482	19.60	30.18	0.9498	18.31	23.81 *
	0.5	0.9496	19.61	29.16	0.9513	18.30	22.95 *
	0.8	0.9484	19.62	29.39	0.9482	18.29	23.15 *
	1.2	0.9460	19.65	30.61	0.9442	18.28	24.38 *
	1.5	0.9470	19.67	30.31	0.9436	18.28	24.38 *
5,000	0.0	0.9491	19.60	29.90	0.9502	18.31	23.35 *
	0.5	0.9488	19.60	29.53	0.9499	18.32	23.07 *
	0.8	0.9512	19.60	29.44	0.9497	18.32	23.20 *
	1.2	0.9483	19.61	29.69	0.9508	18.32	23.34 *
	1.5	0.9475	19.61	30.20	0.9482	18.32	23.73 *

หมายเหตุ ตัวเลขหนา หมายถึง ค่า CP ที่ไม่ต่ำกว่า 0.95 อย่างมีนัยสำคัญ (CP ≥ 0.9475 ซึ่งเป็นขอบล่างทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จากการจำลอง 20,000 รอบ)

* หมายถึง ค่า AIS ที่มีค่าต่ำกว่า (สำหรับกรณีที่ไม่ได้มี CP ค่าใดถึงเกณฑ์ ค่า AIS ที่ต่ำกว่าบ่งชี้เพียงวิธีที่ด้อยกว่าอีกวิธีเท่านั้น)

สัดส่วนเดียวกัน อย่างไรก็ตาม ค่า AW และ CP มีความสัมพันธ์ที่ต้องแลกเปลี่ยนกัน (trade-off) กล่าวคือ การลดความกว้างของช่วงย่อมทำให้ค่าความเบี่ยงเบนของความครอบคลุมสูงขึ้น ในขณะที่การขยายช่วงเพื่อให้ค่า CP ใกล้เคียงระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดย่อมทำให้ค่า AW สูงขึ้น จึงไม่สามารถพิจารณาเกณฑ์ใดเกณฑ์หนึ่งโดยลำพังได้ และจำเป็นต้องอาศัยเกณฑ์ที่ประเมินทั้งสองมิติพร้อมกัน Gneiting และ Raftery (2007) ดังนั้นเสนอในหัวข้อถัดไป

ค่าคะแนนช่วง (Interval Score: IS) เป็นเกณฑ์ที่รวมการประเมินความกว้างของช่วงและความสามารถในการ

ครอบคลุมค่าจริงไว้ในค่าเดียว จัดเป็นกฎการให้คะแนนที่เหมาะสมสำหรับช่วงพยากรณ์ในรอบที่ m ค่า IS สามารถคำนวณได้ดังสมการ (17)

$$IS_{\alpha,m} = (U_m - L_m) + \frac{2}{\alpha} (L_m - y_{0,m}) I(y_{0,m} < L_m) + \frac{2}{\alpha} (y_{0,m} - U_m) I(y_{0,m} > U_m) \quad (17)$$

ค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (Average Interval Score: AIS) สำหรับทุกรอบการจำลอง คำนวณได้ดังสมการ (18)

ตารางที่ 3 ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความกว้างช่วง (AW) และค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (AIS) ของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR กรณี

$$\varepsilon_i \sim t(\nu=5)$$

n	x_0	CP_OLS	AW_OLS	AIS_OLS	CP_QR	AW_QR	AIS_QR
10	0.0	0.9349	22.93	31.93 *	0.7278	11.91	48.17
	0.5	0.9364	23.86	32.23 *	0.6696	11.88	57.57
	0.8	0.9391	25.25	34.05 *	0.5948	11.87	76.43
	1.2	0.9400	27.87	36.21 *	0.4978	11.85	117.00
	1.5	0.9432	30.28	39.27 *	0.4531	11.84	157.34
30	0.0	0.9422	20.35	28.52 *	0.9059	18.89	31.19
	0.5	0.9419	20.61	28.83 *	0.8848	18.88	33.95
	0.8	0.9419	21.01	29.36 *	0.8408	18.88	40.17
	1.2	0.9436	21.81	29.66 *	0.7454	18.87	59.52
	1.5	0.9422	22.59	30.42 *	0.6670	18.87	85.12
50	0.0	0.9408	20.03	28.63 *	0.9316	20.67	30.41
	0.5	0.9447	20.18	28.56 *	0.9212	20.66	31.59
	0.8	0.9428	20.41	28.52 *	0.8934	20.66	34.60
	1.2	0.9436	20.89	28.80 *	0.8299	20.65	45.72
	1.5	0.9422	21.35	29.97 *	0.7554	20.64	61.88
100	0.0	0.9462	19.82	27.37 *	0.9411	20.17	28.20
	0.5	0.9473	19.89	27.45 *	0.9354	20.17	29.08
	0.8	0.9456	20.01	27.47 *	0.9233	20.17	30.23
	1.2	0.9419	20.25	27.85 *	0.8855	20.17	35.23
	1.5	0.9450	20.48	28.02 *	0.8486	20.17	40.64
1,000	0.0	0.9448	19.62	27.53 *	0.9462	19.95	27.54
	0.5	0.9455	19.63	27.54 *	0.9468	19.95	27.70
	0.8	0.9466	19.64	27.48 *	0.9467	19.95	27.78
	1.2	0.9454	19.66	27.69 *	0.9439	19.95	28.18
	1.5	0.9464	19.69	27.79 *	0.9404	19.95	28.78
5,000	0.0	0.9464	19.60	27.56 *	0.9491	19.92	27.57
	0.5	0.9474	19.60	27.52 *	0.9502	19.92	27.57
	0.8	0.9468	19.60	27.24 *	0.9486	19.92	27.30
	1.2	0.9466	19.61	27.60 *	0.9488	19.92	27.72
	1.5	0.9468	19.61	27.30 *	0.9472	19.92	27.46

หมายเหตุ ตัวเลขหนา หมายถึง ค่า CP ที่ไม่ต่ำกว่า 0.95 อย่างมีนัยสำคัญ ($CP \geq 0.9475$ ซึ่งเป็นขอบล่างทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จากการจำลอง 20,000 รอบ)

* หมายถึง ค่า AIS ที่มีค่าต่ำกว่า (สำหรับกรณีที่ไม่ใช่ CP ค่าใดถึงเกณฑ์ ค่า AIS ที่ต่ำกว่าบ่งชี้เพียงวิธีที่ด้อยกว่าอีกวิธีเท่านั้น)

$$AIS = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M IS_{\alpha, m} \quad (18)$$

ค่าคะแนนช่วงเฉลี่ยที่น้อยกว่าบ่งชี้ถึงช่วงพยากรณ์ที่มีคุณภาพดีกว่า เนื่องจากสะท้อนความสมดุลระหว่างความกว้างที่เหมาะสมและความสามารถในการครอบคลุมค่าจริง

งานวิจัยนี้พิจารณาเกณฑ์แบบเข้มที่กำหนดให้ค่า CP ในแต่ละวิธีต้องครอบคลุมไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ($CP \geq 0.9470$) อย่างมีนัยสำคัญก่อนจึงเปรียบเทียบความกว้าง อย่างไรก็ตาม ภายใต้ขนาดตัวอย่างที่แตกต่างกัน โดยเฉพาะขนาดตัวอย่างเล็ก ($n = 10$) และการแจกแจงทาง

หนา ไม่มีวิธีผ่านเกณฑ์ความครอบคลุมตามที่กำหนด ทำให้เกณฑ์ดังกล่าวไม่สามารถระบุวิธีที่ดีกว่าได้ในหลายเงื่อนไข ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงใช้ค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (AIS) ซึ่งเป็นการให้น้ำหนักคะแนนที่เหมาะสมและประสานทั้งความครอบคลุมและความกว้างไว้ในค่าเดียว เป็นเกณฑ์หลักในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ

4. ผลการวิจัยและการอภิปรายผล

งานวิจัยนี้นำเสนอผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ระหว่างวิธี OLS และวิธี QR จำแนกตามการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน 5 รูปแบบ ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 4 ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความกว้างช่วง (AW) และค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (AIS) ของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR กรณี

$$\varepsilon_i \sim \text{Cauchy}(0,1)$$

n	x_0	CP_OLS	AW_OLS	AIS_OLS	CP_QR	AW_QR	AIS_QR
10	0.0	0.9096	78.05	318.61	0.7574	35.33	301.07 *
	0.5	0.9136	81.11	221.25	0.6942	34.69	215.58 *
	0.8	0.9147	85.75	575.93 *	0.5642	34.31	633.61
	1.2	0.9190	94.55	335.38 *	0.3942	33.80	664.41
	1.5	0.9158	102.69	240.57 *	0.3537	33.42	817.06
30	0.0	0.9445	279.50	485.11	0.9210	270.68	481.36 *
	0.5	0.9408	282.64	451.05 *	0.9028	324.07	502.68
	0.8	0.9455	287.91	444.02 *	0.8492	356.09	532.41
	1.2	0.9460	298.61	421.80 *	0.4931	398.80	1439.82
	1.5	0.9436	309.15	442.07 *	0.4228	430.83	2570.81
50	0.0	0.9549	294.34	686.21 *	0.9391	311.56	709.59
	0.5	0.9540	296.43	436.88	0.9299	258.89	407.06 *
	0.8	0.9541	299.74	415.48	0.9054	227.28	356.58 *
	1.2	0.9548	306.45	523.58 *	0.5604	185.14	2256.00
	1.5	0.9540	313.11	781.16 *	0.4731	153.53	4904.53
100	0.0	0.9674	310.59	425.87	0.9449	40.36	175.34 *
	0.5	0.9686	311.79	494.28	0.9372	40.44	243.36 *
	0.8	0.9691	313.61	2216.89	0.9225	40.49	1968.05 *
	1.2	0.9680	317.27	474.32	0.6840	40.55	296.84 *
	1.5	0.9684	320.92	428.18	0.5696	40.60	374.41 *
1,000	0.0	0.9892	829.98	1013.82	0.9511	26.46	268.12 *
	0.5	0.9902	830.30	1042.40	0.9484	26.45	284.46 *
	0.8	0.9902	830.78	920.52	0.9462	26.45	168.25 *
	1.2	0.9906	831.78	989.99	0.9378	26.45	236.15 *
	1.5	0.9901	832.79	1846.44	0.9107	26.44	1101.06 *
5,000	0.0	0.9949	3137.67	3215.11	0.9495	25.61	188.84 *
	0.5	0.9956	3137.90	3391.18	0.9502	25.62	354.56 *
	0.8	0.9950	3138.27	3338.91	0.9474	25.62	295.41 *
	1.2	0.9954	3139.02	4027.28	0.9486	25.63	989.07 *
	1.5	0.9960	3139.78	3207.18	0.9463	25.64	160.02 *

หมายเหตุ ตัวเลขหนา หมายถึง ค่า CP ที่ไม่ต่ำกว่า 0.95 อย่างมีนัยสำคัญ ($CP \geq 0.9475$ ซึ่งเป็นขอบล่างทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จากการจำลอง 20,000 รอบ)

* หมายถึง ค่า AIS ที่มีค่าต่ำกว่า (สำหรับกรณีที่ไม่มี CP ค่าใดถึงเกณฑ์ ค่า AIS ที่ต่ำกว่าบ่งชี้เพียงวิธีที่ดีน้อยกว่าอีกวิธีเท่านั้น)

ถึง 5 ตารางที่ 1 แสดงผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ ซึ่งสอดคล้องกับข้อสมมติของวิธี OLS พบว่าวิธี OLS ให้ค่า CP ไม่ต่ำกว่า 0.95 อย่างมีนัยสำคัญในทุกเงื่อนไข ขณะที่วิธี QR ให้ค่า CP ต่ำกว่าระดับที่กำหนดอย่างชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก เช่น $n = 10$ มีค่า CP เพียง 0.72 ที่ตำแหน่งค่าพยากรณ์ $x_0 = 0$ และลดลงถึง 0.49 เมื่อ $x_0 = 1.5$ แล้วค่อยปรับเข้าใกล้ 0.95 เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นจนผ่านเกณฑ์ที่ $n = 5,000$ เมื่อพิจารณาค่า AIS พบว่าวิธี OLS ให้ค่าต่ำกว่าวิธี QR ในทุกเงื่อนไข แม้กระทั่งในกรณีที่ $n = 5,000$ ทั้งสองวิธีให้ความกว้างช่วง

และความครอบคลุมใกล้เคียงกัน ผลการวิจัยนี้สอดคล้องกับทฤษฎีที่ว่าเมื่อข้อสมมติเป็นจริง ตัวประมาณวิธี OLS มีประสิทธิภาพสูงสุด และสะท้อนให้เห็นว่าวิธี QR ค่าประมาณจะมีความแม่นยำน้อยกว่าเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก

ตารางที่ 2 แสดงผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงการแจกแจงเลขชี้กำลัง (การแจกแจงแบบเบ้) พบว่าวิธี QR เริ่มแสดงประสิทธิภาพเพิ่มขึ้นเมื่อขนาดตัวอย่างเพียงพอ จุดที่สังเกตได้ชัดคือความกว้างเฉลี่ยของช่วงวิธี QR ลดเข้าสู่ค่าประมาณ 18.3 ซึ่งแคบกว่าวิธี OLS ที่ประมาณ

ตารางที่ 5 ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุม (CP) ค่าความกว้างช่วง (AW) และค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (AIS) ของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR กรณี

 $\mathcal{E}_i \sim \text{Heteroscedasticity}$

n	x_0	CP_OLS	AW_OLS	AIS_OLS	CP_QR	AW_QR	AIS_QR
10	0.0	0.9937	24.93	25.28	0.8692	12.01	20.85 *
	0.5	0.9431	25.92	31.72 *	0.6482	12.02	62.52
	0.8	0.8981	27.40	41.08 *	0.5316	12.03	106.32
	1.2	0.8506	30.19	57.73 *	0.4310	12.04	175.18
	1.5	0.8192	32.76	72.21 *	0.3778	12.05	232.90
30	0.0	0.9982	22.13	22.18	0.9886	18.92	19.43 *
	0.5	0.9527	22.41	26.36 *	0.8817	18.91	30.77
	0.8	0.8930	22.84	35.18 *	0.7798	18.90	50.68
	1.2	0.8117	23.70	55.30 *	0.6578	18.90	90.19
	1.5	0.7578	24.54	74.21 *	0.5790	18.89	128.75
50	0.0	0.9990	21.71	21.74 *	0.9970	21.81	21.95
	0.5	0.9520	21.87	25.75 *	0.9336	21.84	28.06
	0.8	0.8930	22.13	34.63 *	0.8568	21.85	40.68
	1.2	0.8029	22.64	55.74 *	0.7420	21.87	72.17
	1.5	0.7442	23.14	76.19 *	0.6622	21.89	102.59
100	0.0	0.9994	21.44	21.47	0.9981	21.01	21.08 *
	0.5	0.9552	21.52	24.80 *	0.9394	21.01	25.93
	0.8	0.8900	21.65	34.39 *	0.8594	21.01	38.76
	1.2	0.8022	21.90	53.96 *	0.7546	21.02	63.55
	1.5	0.7311	22.16	76.56 *	0.6744	21.02	92.88
1,000	0.0	0.9996	21.23	21.24 *	0.9997	21.83	21.84
	0.5	0.9557	21.24	24.70 *	0.9601	21.83	24.92
	0.8	0.8930	21.25	33.28	0.9008	21.82	32.91 *
	1.2	0.7942	21.27	54.60	0.8025	21.82	53.76 *
	1.5	0.7232	21.30	76.51	0.7317	21.82	75.56 *
5,000	0.0	0.9997	21.20	21.21 *	0.9998	21.84	21.85
	0.5	0.9562	21.21	24.69 *	0.9617	21.84	24.83
	0.8	0.8925	21.21	33.25	0.9018	21.84	32.65 *
	1.2	0.7928	21.21	54.13	0.8047	21.84	52.40 *
	1.5	0.7189	21.22	76.53	0.7325	21.84	74.01 *

หมายเหตุ ตัวเลขหนา หมายถึง ค่า CP ที่ไม่ต่ำกว่า 0.95 อย่างมีนัยสำคัญ ($CP \geq 0.9475$ ซึ่งเป็นขอบล่างทางเดียวที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จากการจำลอง 20,000 รอบ)

* หมายถึง ค่า AIS ที่มีค่าต่ำกว่า (สำหรับกรณีที่ไม่ได้มี CP ค่าใดถึงเกณฑ์ ค่า AIS ที่ต่ำกว่าบ่งชี้เพียงวิธีที่ดีน้อยกว่าอีกวิธีเท่านั้น)

19.6 อย่างต่อเนื่อง เนื่องจากวิธี QR สร้างช่วงพยากรณ์แบบไม่สมมาตรเพื่อให้สอดคล้องกับความเบ้ของการแจกแจง ส่งผลให้ค่า AIS ของวิธี QR ต่ำกว่าวิธี OLS ที่ขนาดตัวอย่างตั้งแต่ $n = 30$ เป็นต้นไป ในตำแหน่งค่าพยากรณ์ใกล้ศูนย์กลาง ($x_0 = 0$) และครอบคลุมตำแหน่งที่ห่างจากศูนย์กลางมากขึ้น เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้นพบว่าที่ $n = 1,000$ และ 5,000 วิธี QR ให้ค่า AIS ต่ำกว่าในทุกตำแหน่งค่าพยากรณ์ ที่สำคัญคือ เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n \geq 1,000$) วิธี OLS และวิธี QR ให้ค่า CP ผ่านเกณฑ์ทั้งสองวิธี แต่วิธี QR ให้ความกว้างที่แคบกว่าและค่า AIS ที่ต่ำ

กว่า แสดงว่าวิธี QR มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี OLS เมื่อความคลาดเคลื่อนมีลักษณะเบ้

ตารางที่ 3 แสดงผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจง t ที่องศาอิสระเท่ากับ 5 ซึ่งเป็นกรณีที่ละเมิดข้อสมมติการแจกแจงปกติ (การแจกแจงหางหนา) พบว่าวิธี OLS ให้ค่า CP ที่ค่อนข้างคงที่และใกล้เคียงกับระดับเป้าหมาย ในทุกเงื่อนไขแม้ว่าข้อสมมติเรื่องการแจกแจงปกติจะถูกละเมิดก็ตาม ส่วนวิธี QR ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็ก ($n = 10$ และ 30) วิธี QR ให้ค่า CP ต่ำกว่าระดับเป้าหมายอย่างมาก (Undercoverage) โดยเฉพาะอย่างยิ่ง

เมื่อตำแหน่งค่าพยากรณ์ (x_0) อยู่ห่างจากค่าเฉลี่ย (เช่น $x_0 = 1.5$ ค่า CP ลดลงเหลือเพียง 0.4531 ที่ $n = 10$) อย่างไรก็ตาม เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธี QR จะปรับตัวได้ดีขึ้น โดยค่า CP จะเข้าสู่ระดับเป้าหมาย และผ่านเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญ เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n = 5,000$) เมื่อพิจารณาค่า AIS พบว่า วิธี OLS ให้ค่าที่ต่ำกว่าวิธี QR ในทุกเงื่อนไขของขนาดตัวอย่างและตำแหน่งค่าพยากรณ์ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n \geq 1,000$) วิธี QR จะให้ค่า AIS ที่ใกล้เคียงกับวิธี OLS

ตารางที่ 4 แสดงผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงโคชี (การแจกแจงหางหนารุนแรง) ปรากฏความแตกต่างชัดเจนที่สุด เนื่องจากการแจกแจงโคชีไม่มีค่าความแปรปรวน ตัวประมาณ S^2 จึงไม่คงที่ ส่งผลให้ค่า AW ของวิธี OLS ขยายตัวอย่างมากตามขนาดตัวอย่างจนมีค่ามากกว่า 3,000 ที่ $n = 5,000$ และทำให้ค่า CP สูงเกิน 0.99 ซึ่งเป็นการครอบคลุมเกินความจำเป็น ในทางตรงข้าม วิธี QR ให้ค่า AW ที่คงที่มากกว่า (ประมาณ 25 – 26) ในทุกขนาดตัวอย่าง ส่งผลให้ค่า AIS ของวิธี QR ต่ำกว่าวิธี OLS เป็นอย่างมากเมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่ เช่น 188.84 เทียบกับ 3,215.11 ที่ $n = 5,000$ ตำแหน่งค่าพยากรณ์ $x_0 = 0$ อย่างไรก็ตาม ที่ขนาดตัวอย่างเล็กถึงปานกลาง ($10 \leq n \leq 50$) ผลการวิจัยมีความผันผวนและไม่เป็นเอกภาพ เนื่องจากความไม่คงที่ของทั้งสองวิธีภายใต้เงื่อนไขของตำแหน่งค่าพยากรณ์ที่ห่างจากจุดศูนย์กลาง ($x_0 \geq 0$) โดยรวมผลการวิจัยในกรณีนี้สนับสนุนว่าวิธี QR มีความแม่นยำเหนือกว่าวิธี OLS เมื่อความคลาดเคลื่อนมีหางหนารุนแรง

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์วิธี OLS และวิธี QR เมื่อความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่ (Heteroscedasticity) ผลการวิจัยพบว่า ค่า CP ของวิธี OLS และวิธี QR แปรผันตามตำแหน่งค่าพยากรณ์ (x_0) อย่างมาก กล่าวคือ ณ ตำแหน่งใกล้จุดศูนย์กลาง ($x_0 = 0$ และ 0.5) วิธี OLS ให้ค่า CP ที่สูงและผ่านเกณฑ์ในเกือบทุกขนาดตัวอย่าง โดยมีแนวโน้มครอบคลุมเกินจำเป็น (Overcoverage) จนใกล้เคียง 0.99 ส่วนวิธี QR ให้ค่า CP เข้าสู่ระดับเป้าหมายช้ากว่า โดยผ่านเกณฑ์เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่า 30 ที่ตำแหน่ง $x_0 = 0$ แต่ที่ตำแหน่ง $x_0 = 0.5$ ต้องใช้ขนาดตัวอย่างใหญ่ขึ้น ($n \geq 1,000$) จึงผ่านเกณฑ์ ในทางตรงข้าม ณ ตำแหน่งค่า

พยากรณ์ที่ห่างออกไป ($x_0 = 0.8, 1.2$ และ 1.5) ค่า CP ของทั้งสองวิธีลดลงต่ำกว่าระดับเป้าหมายอย่างมาก (Undercoverage) ในทุกขนาดตัวอย่าง โดยเฉพาะ ณ ตำแหน่งที่ห่างจากศูนย์กลางมากที่สุด ($x_0 = 1.5$) ค่า CP ของวิธี OLS ลดลงเหลือประมาณ 0.7189 และของวิธี QR อยู่ที่ประมาณ 0.7325 แม้เพิ่มขนาดตัวอย่างเป็น $n = 5,000$ แล้วก็ตาม จะเห็นว่าวิธี QR ให้ค่า CP สูงกว่าวิธี OLS เพียงเล็กน้อย และทั้งสองวิธียังต่ำกว่าระดับเป้าหมาย 0.95 อยู่มาก แสดงให้เห็นว่าเมื่อข้อมูลมีความแปรปรวนไม่คงที่ การเพิ่มขนาดตัวอย่างไม่ได้ช่วยให้ค่าความครอบคลุมเข้าใกล้ระดับเป้าหมาย

สำหรับวิธี OLS สาเหตุเกิดจากการใช้ค่าประมาณความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (S^2) ที่ประมาณจากข้อมูลทั้งหมดเพียงค่าเดียวในการกำหนดความกว้างของช่วงพยากรณ์ ทำให้ช่วงมีความกว้างคงที่เท่ากันทุกตำแหน่ง ขณะที่ความแปรปรวนจริงของข้อมูลในแบบจำลองนี้เปลี่ยนแปลงตามค่าของตัวแปรอิสระ ($|x|$) คือต่ำสุดที่ศูนย์กลางและสูงขึ้นเมื่อห่างออกไป ความไม่สอดคล้องระหว่างความกว้างช่วงคงที่กับความแปรปรวนจริงที่เปลี่ยนแปลงนี้ทำให้เกิดผลสองประการ คือ ประการแรก ณ ตำแหน่งใกล้ศูนย์กลางที่ความแปรปรวนจริงต่ำสุด ความกว้างคงที่กลับกว้างเกินไป จึงครอบคลุมเกินจำเป็นจนค่า CP เกือบเคียง 0.99 ประการที่สอง ณ ตำแหน่งที่ห่างออกไปซึ่งความแปรปรวนจริงสูงขึ้น ความกว้างคงที่กลับแคบเกินไป จึงครอบคลุมต่ำกว่าระดับเป้าหมาย และการเพิ่มขนาดตัวอย่างไม่ได้ช่วยแก้ปัญหาเนื่องจากค่า S^2 มีค่าเข้าสู่ความแปรปรวนเฉลี่ยรวมซึ่งเป็นค่าที่ไม่สอดคล้องกับความแปรปรวนจริง ณ ตำแหน่งส่วนใหญ่ จึงทำให้ปัญหานี้เป็นข้อจำกัดของตัวแบบ OLS ซึ่งต่างจากวิธี QR ที่ประมาณความกว้างของช่วงจากการกระจายของข้อมูลโดยตรงผ่านการถดถอยควอนไทล์ จึงสามารถปรับความกว้างให้สอดคล้องกับความแปรปรวนของข้อมูลได้ดีกว่าและให้ค่า CP ที่เสถียรมากกว่าเล็กน้อย อย่างไรก็ตาม เนื่องจากเส้นควอนไทล์ในงานวิจัยนี้ถูกกำหนดให้อยู่ในรูปแบบเชิงเส้น วิธี QR จึงยังปรับตามการเปลี่ยนแปลงของความแปรปรวนที่ขึ้นกับตำแหน่งได้ไม่เต็มที่ ส่งผลให้ค่าความครอบคลุม ณ ตำแหน่งที่ห่างจากศูนย์กลางยังคงต่ำกว่าระดับเป้าหมายเช่นเดียวกัน

เมื่อพิจารณาด้วยค่าคะแนนช่วงเฉลี่ย (AIS) ซึ่งเป็นเกณฑ์หลักในการตัดสินประสิทธิภาพ ที่ขนาดตัวอย่างใหญ่ ($n = 1,000$ และ $5,000$) วิธี QR ให้ค่า AIS ต่ำกว่า ณ ตำแหน่งที่ห่างจากศูนย์กลาง ($x_0 = 0.8, 1.2$ และ 1.5) ส่วนที่วิธี OLS ให้ค่า AIS ต่ำกว่า ณ ตำแหน่งใกล้ศูนย์กลาง ($x_0 = 0$ และ 0.5) ที่ช่วงพยากรณ์ของวิธี OLS ยังครอบคลุมได้เพียงพอและมีความกว้างน้อยกว่าวิธี QR เล็กน้อย ดังนั้นในกรณีความแปรปรวนไม่คงที่ ไม่มีวิธีใดเหนือกว่าในทุกตำแหน่ง แต่วิธี QR มีข้อได้เปรียบด้านประสิทธิภาพ ณ ตำแหน่งที่ห่างจากศูนย์กลางเมื่อขนาดตัวอย่างเพียงพอ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่วิธี OLS มีปัญหาการครอบคลุมมากที่สุด

5. บทสรุป

งานวิจัยนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ระหว่างวิธี OLS และวิธี QR สำหรับการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ผ่านการจำลองมอนติคาร์โลภายใต้การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน 5 รูปแบบ ทั้งกรณีทดสอบคล้อยกับข้อสมมติและกรณีที่มีการละเมิด โดยพิจารณาจาก Coverage Probability, Average Width และ Average Interval Score ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าประสิทธิภาพของช่วงพยากรณ์ขึ้นอยู่กับผลรวมของวิธีการประมาณ ลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน ขนาดตัวอย่าง และตำแหน่งที่ทำการพยากรณ์ ไม่มีวิธีใดเหนือกว่าในทุกสถานการณ์ เมื่อความคลาดเคลื่อนเป็นไปตามข้อสมมติของ OLS หรือมีลักษณะทางหนาในระดับปานกลาง วิธี OLS ให้ช่วงพยากรณ์ที่มีประสิทธิภาพดีกว่าหรือใกล้เคียงกับวิธี QR แม้ในกรณีตัวอย่างขนาดเล็ก ผลดังกล่าวสอดคล้องกับคุณสมบัติของการแจกแจงแบบ $t(5)$ ที่แม้จะมีหางหนากว่าการแจกแจงปกติ แต่ค่า quantile ที่ระดับ 0.975 เมื่อปรับมาตรฐานแล้วมีค่า $2.5706/1.2910 \approx 1.991$ ซึ่งใกล้เคียงกับค่า 1.960 ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน (Casella & Berger, 2002) ความใกล้เคียงนี้อธิบายว่าเหตุใดช่วงพยากรณ์จาก OLS จึงยังคงให้ค่าความน่าจะเป็นครอบคลุมที่ไม่เบี่ยงเบนมากนักแม้ข้อสมมติถูกละเมิดในระดับปานกลาง เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงเบ้หรือความแปรปรวนไม่คงที่ วิธี QR มีแนวโน้มให้ช่วงพยากรณ์ที่ดีกว่าเมื่อขนาดตัวอย่างเพียงพอ เนื่องจากประมาณค่าควอนไทล์แบบมีเงื่อนไขโดยตรงโดยไม่ต้องอาศัยข้อสมมติเกี่ยวกับโครงสร้างของความแปรปรวน (Koenker & Bassett, 1978)

อย่างไรก็ตาม ประสิทธิภาพของ QR ไม่ได้เพิ่มขึ้นตามระดับความรุนแรงของหางอย่างเห็นชัดส่วนเสมอไป ในกรณีการแจกแจงโคชี ที่ทั้งค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนไม่มีค่าจำกัด ประสิทธิภาพของ OLS ลดลงอย่างชัดเจน และแม้ว่า QR จะมีข้อได้เปรียบในเชิงทฤษฎี แต่ความผันผวนสูงของข้อมูลทำให้การประมาณค่าควอนไทล์บริเวณปลายขอบยังคงมีความไม่เสถียร โดยเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็กถึงปานกลาง ปัญหานี้ยังรุนแรงขึ้นเมื่อทำการพยากรณ์นอกพิสัยของข้อมูล ซึ่งลดความน่าเชื่อถือของช่วงพยากรณ์จากทั้งสองวิธี

ผลการศึกษาหลายประเด็นสอดคล้องกับงานวิจัยที่ผ่านมา ข้อจำกัดของ QR ในตัวอย่างขนาดเล็กสอดคล้องกับ Yang และ Mo (1990) ข้อได้เปรียบของ QR ภายใต้การแจกแจงที่เบ้หรือหางหนาสอดคล้องกับแนวคิดของ Mak (2000) และข้อจำกัดของการพยากรณ์นอกพิสัยข้อมูลสอดคล้องกับ Stine (1985) และ Schmoyer (1992) ทั้งนี้ งานวิจัยนี้ขยายองค์ความรู้เดิมโดยเพิ่มการประเมินด้วย Average Interval Score ตามแนวทางของ Gneiting และ Raftery (2007) และทดสอบภายใต้การแจกแจงโคชี ซึ่งเป็นกรณีสุดขีดที่ยังขาดการศึกษาอย่างเป็นระบบในวรรณกรรมที่มีอยู่ในทางประยุกต์ การเลือกวิธีสร้างช่วงพยากรณ์ควรพิจารณาถึงลักษณะของข้อมูลและบริบทของการพยากรณ์ร่วมกัน หากความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงใกล้เคียงปกติหรือหางหนาระดับปานกลาง โดยเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก วิธี OLS ยังเป็นทางเลือกที่เหมาะสม แต่ถ้าข้อมูลมีลักษณะเบ้หรือความแปรปรวนไม่คงที่และมีขนาดตัวอย่างเพียงพอ วิธี QR ให้ช่วงพยากรณ์ที่มีความยืดหยุ่นมากกว่า อย่างไรก็ตาม ควรใช้ความระมัดระวังในทั้งสองกรณีเมื่อการแจกแจงมีหางหนารุนแรงหรือเมื่อทำการพยากรณ์นอกพิสัยข้อมูล

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ เลขที่สัญญา 690047

เอกสารอ้างอิง

- Cade, B. S., & Noon, B. R. (2003). A gentle introduction to quantile regression for ecologists. *Frontiers in Ecology and the Environment*, 1(8), 412–420.
- Casella, G., & Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference*. 2nd ed., Duxbury.

- Gneiting, T., & Raftery, A. E. (2007). Strictly proper scoring rules, prediction, and estimation. *Journal of the American Statistical Association*, 102(477), 359–378.
- Greene, W. H. (2018). *Econometric analysis*. 8th ed. Pearson.
- He, X. (1997). Quantile curves without crossing. *The American Statistician*, 51(2), 186–192.
- Koenker, R. (2005). *Quantile regression*. Cambridge University Press.
- Koenker, R., & Bassett, G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica*, 46(1), 33–50.
- Koenker, R., & Hallock, K. F. (2001). Quantile regression. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 143–156.
- Meinshausen, N. (2006). Quantile regression forests. *Journal of Machine Learning Research*, 7, 983–999.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2012). *Introduction to linear regression analysis*. 5th ed., Wiley.
- Olive, D. J. (2007). Prediction intervals for regression models. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(6), 3115–3122. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2006.02.006>
- R Core Team. (2025). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. <https://www.R-project.org/>.
- Schmoyer, R. L. (1992). Asymptotically valid prediction intervals for linear models. *Technometrics*, 34(4), 399–408.
- Stine, R.A. (1985). Bootstrap prediction intervals for regression. *Journal of the American Statistical Association*, 80(392), 1026–1031.
- Yang, M. C. K. & Mo, C. T. C. (1990). Coverage probability to the original data by prediction intervals in simple linear regression. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 36(4), 231–244.

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองอนุกรมเวลาสำหรับการพยากรณ์ จำนวนผู้สมัครเข้าศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษา

เปรมวดี อาวุธกรรมปรีชา^{1*}

¹ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ จังหวัดกรุงเทพมหานคร 10800 ประเทศไทย

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน อีเมล: premwadee.a@grad.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.006
รับเมื่อ 20 กรกฎาคม 2569 แก้ไขเมื่อ 19 สิงหาคม 2569 ตอบรับเมื่อ 21 สิงหาคม 2569

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์อนุกรมเวลา ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยเป็นจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอกและระดับปริญญาโทของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ระหว่างปีการศึกษา 2557-2568 ผู้วิจัยแบ่งข้อมูลเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก ชุดที่ 2 จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโท แบ่งเป็น 3 รอบของการรับสมัครในแต่ละภาคการศึกษา โดยใช้ 4 วิธี ดังนี้วิธีการแยกองค์ประกอบ (Decomposition Method) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา (Time-Series Regression) วิธีการของบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method: ARIMA) และวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Smoothing) และทำการตรวจสอบเปรียบเทียบประสิทธิภาพแบบจำลองแบ่งข้อมูลชุดสร้างแบบจำลอง (training set) 33 ค่า และชุดสำหรับทดสอบความสามารถในการพยากรณ์ (test set) 3 ค่า จากผลการวิจัยพบว่า การพยากรณ์พบว่าตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับพยากรณ์ผู้สมัครระดับปริญญาเอก ได้แก่ ARIMA (2,1,1) ส่วนตัวแบบที่เหมาะสมสำหรับระดับปริญญาโท ได้แก่ ARIMA (2,1,0) และแบบจำลอง ARIMA มีค่า RMSE, MAPE และ MAE ต่ำที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการพยากรณ์อื่นทำให้เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด

คำสำคัญ: การพยากรณ์, อนุกรมเวลา, ARIMA, การปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล, ผู้สมัครระดับบัณฑิตศึกษา

A Comparison of Time Series Forecasting Model for Predicting the Number of Applicants for Graduate Level

Premwadee Avutgampreecha^{1*}

¹ Graduate College, King Mongkut's of Technology North Bangkok, Bangkok 10800 Thailand

*E-mail: premwadee.a@grad.kmutnb.ac.th DOI: 0.14416/JASET.KMUTNB.2026.02.006

Received 20 July 2026; **Revised** 19 August 2026; **Accepted** 21 August 2026

ABSTRACT

This research aimed to compare the forecasting performance of time series forecasting models. The data used in this study consisted of the numbers of doctoral and master's degree applicants at King Mongkut's University of Technology North Bangkok during the academic years 2014-2025. The data were divided into two sets: Set 1 comprised the number of doctoral degree applicants, and Set 2 comprised the number of master's degree applicants. The data were categorized into three admission rounds for each academic semester. Four forecasting methods were employed: the Decomposition Method, Time Series Regression, the Box-Jenkins Method (ARIMA), and Exponential Smoothing. To evaluate and compare the forecasting performance of the models, the data were divided into a training set consisting of 33 observations and a test set consisting of 3 observations. The results indicated that the most appropriate model for forecasting doctoral degree applicants was ARIMA (2,1,1), whereas the most appropriate model for forecasting master's degree applicants was ARIMA (2,1,0). Among the forecasting methods examined, the ARIMA models yielded the lowest RMSE, MAPE, and MAE values for both degree levels, indicating that ARIMA provided the most effective forecasting performance.

Keywords: Forecasting, Time Series, ARIMA, Exponential Smoothing, Graduate Program Applicants

Please cite this article as: P. Avutgampreecha, "A Comparison of Time Series Forecasting Model for Predicting the Number of Applicants for Graduate Level," *Journal of Applied Science and Emerging Technology*, vol 25, no 2, pp. 1-13, ID. 269382, August 2026 (in Thai).

1. บทนำ

ในปัจจุบันมีเปลี่ยนแปลงในหลายด้านไม่ว่าจะเป็นเรื่อง เศรษฐกิจ สังคมภายในและภายนอกประเทศ ความก้าวหน้าทาง เทคโนโลยี โครงสร้างประชากร ปัจจัยเชิงนโยบาย Thailand 4.0 ที่ภาครัฐกำหนด รัฐบาลจึงได้มีการวางยุทธศาสตร์ชาติ 20 ปี ด้านการพัฒนาและเสริมสร้างศักยภาพทรัพยากรมนุษย์ การผลักดันไปยังภาคการศึกษาถือเป็นกลไกสำคัญในการ ขับเคลื่อนและพัฒนากำลังคนของประเทศภายใต้ แผน อุดมศึกษาระยะ 20 ปี (พ.ศ. 2561-2580) โดยมุ่งเน้นให้ สถาบันการศึกษาเป็นแหล่งรวมทรัพยากรด้านความคิด และ เครื่องมือที่ทันสมัยสร้างกำลังคนที่มีขีดความสามารถและพร้อม กับการพัฒนาประเทศแผนอุดมศึกษาระยะ 20 ปี (พ.ศ. 2561- 2580) ความต้องการตามจุดเน้นของ สถาบันอุดมศึกษาก็คือ ผลผลิตบัณฑิตที่แสดงความมุ่งมั่น ของสถาบันเป็นบัณฑิตที่เก่งทั้งวิชาการและวิชาชีพโดย คำนึงถึงเกณฑ์มาตรฐานทางวิชาการและวิชาชีพ ที่ผ่านมา เทคโนโลยีและนวัตกรรมมีการพัฒนาอย่างก้าวกระโดด ประกอบกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมไทยและสังคมโลกที่ เกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง รูปแบบนวัตกรรมการเรียนการสอนรวมถึง การปรับบทบาทและการบริหารจัดการภายในสถาบันอุดมศึกษา จำเป็นต้องมีการปรับเปลี่ยนทิศทาง และกำหนดรูปแบบที่ สอดคล้องกับการเปลี่ยนแปลงในด้านต่าง ๆ เพื่อผลิตกำลังคนมี ความรู้และทักษะที่สามารถรองรับการเปลี่ยนแปลงสู่การใช้ เทคโนโลยีแบบบูรณาการศาสตร์ขั้นสูงขึ้น (กระทรวงการ อุดมศึกษา วิทยาศาสตร์วิจัยและนวัตกรรมสำนักงาน คณะกรรมการการอุดมศึกษา, 2567) เป้าหมายของการจัด การศึกษาจะต้องมุ่งสร้างสรรค์สังคมให้มีความทันสมัยต่อการ พัฒนาประเทศชาติโดยรวม มุ่งสร้างคนหรือผู้เรียนซึ่งเป็น ผลผลิตโดยตรงให้มีคุณลักษณะที่มีศักยภาพและความสามารถ ที่จะพัฒนาตนเองและสังคมไปสู่ความสำเร็จในส่วนของ ระดับอุดมศึกษาในปัจจุบันเพื่อตอบสนองการสร้างขีด ความสามารถในการระดับสากล และการพัฒนาคุณภาพชีวิต ความเป็นอยู่ และช่วยกันกำหนดทิศทางการบริหารจัดการ แผนอุดมศึกษาระยะยาว เพื่อสนองตอบความต้องการตาม จุดเน้นของสถาบันอุดมศึกษา คือ การผลิตบัณฑิตที่แสดง ความมุ่งมั่นของสถาบันเป็นบัณฑิตที่เก่งทั้งวิชาการและ วิชาชีพโดยคำนึงถึงเกณฑ์มาตรฐานทางวิชาการ (สำนักงาน คณะกรรมการการอุดมศึกษา, 2561) การปรับเปลี่ยนมาตรฐาน การจัดการศึกษาระดับอุดมศึกษา พ.ศ. 2565 ความต้องการ

ของการทำงานพร้อมกับการเปลี่ยนของการเจริญเติบโตทาง เทคโนโลยีและนวัตกรรมด้านต่าง ๆ ของภาครัฐและเอกชน ทำให้สถาบันการศึกษาต้องปรับปรุงหลักสูตรเพื่อตอบสนอง ต่อการทำงานในปัจจุบัน และมีแหล่งเรียนรู้หลากหลาย น่าสนใจ เป็นกระบวนการเรียนรู้ร่วมกัน การจัดการศึกษา ต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนา ตนเองได้ และถือว่าผู้เรียนมีความสำคัญ ปัจจัยสำคัญในยุค แห่งการแข่งขันทางสังคมค่อนข้างสูงในปัจจุบัน ส่งผลต่อการ ปรับตัวให้ทันเทียมและเท่าทันกับเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ในสังคมในรอบด้าน การศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาเป็น มี จุดมุ่งหมายที่จะพัฒนาความรู้ ความเชี่ยวชาญเฉพาะ สาขาวิชา การค้นคว้าวิจัยเพื่อยกระดับวิชาชีพกับสร้างความ เป็นผู้นำทางวิชาการ ด้านการสร้างองค์ความรู้ใหม่และการ พัฒนาทรัพยากรมนุษย์เพื่อการพัฒนาประเทศ สถาบันที่ สามารถเปิดสอนระดับบัณฑิตศึกษาได้ต้องคำนึงถึงความ สอดคล้องและความเหมาะสมกับความต้องการทาง เศรษฐกิจ สังคมส่วนสำคัญของวัตถุประสงค์ในการเปิดสอน หลักสูตรบัณฑิตศึกษาแต่ละสาขาต้องดำเนินการเพื่อสนอง ความต้องการกำลังคนในระดับสูงในสาขาวิชา

ในปัจจุบันอัตราการเติบโตของประชากรลดลงประกอบ กับมหาวิทยาลัยทั้งภาครัฐและเอกชนมีจำนวนรับนักศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษามากขึ้นทำให้การแข่งขันสูง ทั้งนี้สุภทิธรา วรอาจ และคณะ (2560) ที่ศึกษาเรื่องการพยากรณ์จำนวน ผู้สมัครเข้าศึกษาต่อระดับปริญญาตรี สาขาวิชาการจัดการ งานก่อสร้าง คณะสถาปัตยกรรมศาสตร์และการออกแบบ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลรัตนโกสินทร์ โดย ประยุกต์ใช้วิธีอาร์มา (ARIMA) ในการสร้างแบบจำลอง พยากรณ์จำนวนผู้สมัครเข้าศึกษา ซึ่งผลการศึกษาชี้ให้เห็น ว่าแบบจำลอง ARIMA สามารถนำมาใช้พยากรณ์ข้อมูลด้าน การศึกษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ และมีความเหมาะสมกับ ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะเปลี่ยนแปลงตามช่วงเวลา แสดงให้เห็นถึงศักยภาพของแบบจำลองในการอธิบาย โครงสร้างของข้อมูลและสร้างค่าพยากรณ์ที่มีความน่าเชื่อถือ

ผู้วิจัยจึงสนใจจะศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพ ของแบบจำลองอนุกรมเวลาสำหรับการพยากรณ์จำนวน ผู้สมัครเข้าศึกษาต่อระดับบัณฑิตศึกษาโดยเปรียบเทียบ วิธีการพยากรณ์ทางสถิติ 4 วิธี ได้แก่ 1) วิธีการแยก องค์ประกอบ 2) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา 3) วิธีของ

บอกซ์-เจนกินส์ และ 4) การปรับเรียบแบบเอ็กโพเนนเชียล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการวางแผนและการจัดการดำเนินการรับสมัครนักศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาต่อไป

2. วัสดุและวิธีการ

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยแบ่งข้อมูลเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก ชุดที่ 2 จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโท แบ่งเป็น 3 รอบของการรับสมัครในแต่ละภาคการศึกษา มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์ทางสถิติ 4 วิธี ได้แก่ 1) วิธีการแยกองค์ประกอบ 2) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา 3) วิธีของบอกซ์-เจนกินส์ และ 4) การปรับเรียบแบบเอ็กโพเนนเชียล โดยใช้จำนวนผู้สมัครระดับบัณฑิตศึกษาปีการศึกษา 2557-2568

2.2 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

1) ข้อมูลประกอบด้วยจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอกและระดับปริญญาโท ปีการศึกษา 2557-2568 แบ่งตามช่วงเวลาการสมัคร

2) การวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Minitab และ Microsoft Excel ใช้วิธีการพยากรณ์ทางสถิติ 4 วิธี ได้แก่ 1) วิธีการแยกองค์ประกอบ 2) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา 3) วิธีของบอกซ์-เจนกินส์ และ 4) การปรับเรียบแบบเอ็กโพเนนเชียล และเปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์ทั้ง 4 วิธี โดยพิจารณาค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percent Error: MAPE) มีวิธีการวิเคราะห์ดังนี้

2.2.1) วิธีแยกส่วนประกอบ (Decomposition Method) เป็นวิธีการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาที่แยกข้อมูลออกเป็นองค์ประกอบหลัก ได้แก่ แนวโน้ม (Trend: T_t) ฤดูกาล (Seasonal: S_t) วัฏจักร (Cyclical: C_t) และความคลาดเคลื่อน (Irregular: I_t) โดยแบบจำลองเชิงคูณ (Multiplicative Model) สามารถเขียนได้ดังนี้ (Abraham and Ledolter, 1983)

$$Y_t = T_t S_t C_t I_t$$

โดยที่

$$T_t = \mu + \beta t$$

ดังนั้น สามารถเขียนสมการได้เป็น

$$Y_t = (\mu + \beta t) S_t C_t I_t$$

ค่าพยากรณ์ล่วงหน้า τ หน่วยเวลา ณ เวลา t สามารถคำนวณได้จาก

$$\hat{Y}_{t+\tau} = (\hat{\mu} + \hat{\beta}(t + \tau)) \hat{S}_{t+\tau} \hat{C}_{t+\tau}$$

โดยที่ Y_t แทน ค่าข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

T_t แทน ส่วนประกอบแนวโน้ม

S_t แทน ส่วนประกอบฤดูกาล

C_t แทน ส่วนประกอบวัฏจักร

I_t แทน ส่วนประกอบความคลาดเคลื่อน

μ แทน ค่าคงที่

β แทน ค่าสัมประสิทธิ์แนวโน้ม

t แทน เวลา

τ แทน จำนวนช่วงเวลาที่ยากรณ์ล่วงหน้า

$\hat{Y}_{t+\tau}$ แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + \tau$

สำหรับ I_t เป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1 ไม่

มีสหสัมพันธ์กัน และมีความแปรปรวนคงที่

2.2.2) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา (Time Series Regression) เป็นวิธีการพยากรณ์ที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับเวลา โดยสมมติว่าค่าของข้อมูลเปลี่ยนแปลงไปตามแนวโน้มที่สามารถอธิบายได้ด้วยสมการถดถอย แบบจำลองเชิงเส้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

โดยที่

$$\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t$$

และค่าพยากรณ์ล่วงหน้า τ หน่วยเวลา ณ เวลา t สามารถคำนวณได้จาก

$$\hat{Y}_{t+\tau} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(t + \tau)$$

โดยที่ Y_t แทน ค่าของข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

$\hat{Y}_t$ แทน ค่าประมาณหรือค่าพยากรณ์ของข้อมูล ณ

เวลา t

$\hat{Y}_{t+\tau}$ แทน ค่าพยากรณ์ล่วงหน้า τ หน่วยเวลา

β_0 แทน ค่าคงที่

β_1 แทน ค่าสัมประสิทธิ์แนวโน้ม

t แทน เวลา

τ แทน จำนวนช่วงเวลาที่ยากรณ์ล่วงหน้า

ε_t แทน ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม

สำหรับ ε_t เป็นตัวแปรสุ่มที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ไม่มีสหสัมพันธ์ระหว่างกัน และมีความแปรปรวนคงที่ ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิเคราะห์การถดถอย

หากข้อมูลมีลักษณะแนวโน้มโค้ง อาจใช้สมการถดถอยกำลังสอง ดังนี้

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \varepsilon_t$$

และค่าพยากรณ์สามารถคำนวณได้จาก

$$\hat{Y}_{t+\tau} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(t + \tau) + \hat{\beta}_2(t + \tau)^2$$

(Montgomery, Jennings and Kulahci, 2021)

2.2.3) วิธีของบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method) เป็นวิธีการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาที่อาศัยแบบจำลองออโตรีเกรสซีฟอินทิเกรตมูฟวิงเอเวอเรจ (Autoregressive Integrated Moving Average: ARIMA) เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลในอดีตและนำไปใช้ในการพยากรณ์ค่าในอนาคต โดยแบบจำลอง ARIMA (p, d, q) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\phi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)e_t$$

เมื่อ Y_t แทนค่าของข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t ค่าพยากรณ์ล่วงหน้า τ หน่วยเวลา ณ เวลา t สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\hat{Y}_{t+\tau} = f(Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots)$$

โดยที่

$$\begin{aligned}\phi(B) &= 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p \\ \theta(B) &= 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q\end{aligned}$$

โดยที่

$$B(Y_t) = Y_{t-1}$$

โดยที่ $\phi(B)$ แทน พหุนามออโตรีเกรสซีฟ

$\theta(B)$ แทน พหุนามมูฟวิงเอเวอเรจ

B แทน ตัวดำเนินการถดถอยหลัง

p แทน ลำดับของส่วนออโตรีเกรสซีฟ

d แทน จำนวนครั้งของการหาผลต่าง

q แทน ลำดับของส่วนมูฟวิงเอเวอเรจ

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ แทน สัมประสิทธิ์ของส่วนออ

โตรีเกรสซีฟ

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ แทน สัมประสิทธิ์ของส่วนมูฟวิง

เอเวอเรจ

สำหรับ e_t เป็นตัวแปรสุ่มที่แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง โดยมีคุณสมบัติเป็น White Noise กล่าวคือมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างช่วงเวลา และมีความแปรปรวนคงที่ ซึ่งการตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลอง (Diagnostic Checking) ว่าค่าความคลาดเคลื่อนเป็น White Noise หรือไม่นั้น สามารถทดสอบได้จาก 3 เงื่อนไขหลัก พร้อมเกณฑ์การพิจารณาดังนี้:

1) การตรวจสอบค่าเฉลี่ยของค่าคลาดเคลื่อน

ตรวจสอบว่าค่าเฉลี่ยของค่าคลาดเคลื่อนแตกต่างจากศูนย์หรือไม่ โดยกำหนดสมมติฐาน $H_0: \mu_e = 0$ และ $H_1: \mu_e \neq 0$ พิจารณาที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 หากค่า P-value > 0.05 จะไม่ปฏิเสธ H_0 และสรุปได้ว่าค่าเฉลี่ยของค่าคลาดเคลื่อนไม่แตกต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญ

2) การตรวจสอบความเป็นอิสระของค่าคลาดเคลื่อน

ตรวจสอบความสัมพันธ์ระหว่างค่าคลาดเคลื่อนในแต่ละช่วงเวลาด้วย Ljung-Box test โดยกำหนดสมมติฐาน H_0 : ค่าคลาดเคลื่อนเป็นอิสระต่อกัน (ไม่มีสหสัมพันธ์กัน) และ H_1 : ค่าคลาดเคลื่อนมีสหสัมพันธ์กัน หากค่า P-value > 0.05 จะไม่ปฏิเสธ H_0 และสรุปได้ว่าค่าคลาดเคลื่อนไม่มีสหสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญ หรือถือว่ามีความเป็นอิสระ

3) การตรวจสอบความแปรปรวนคงที่ของค่าคลาดเคลื่อน

ตรวจสอบความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนจากกราฟ Residuals โดยพิจารณาการกระจายตัวของค่าคลาดเคลื่อนรอบศูนย์ หากค่าคลาดเคลื่อนมีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอและไม่พบรูปแบบของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของความแปรปรวนตามเวลา จะถือว่าค่าคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนคงที่ (Homoscedasticity)

โดยในกรณีที่แบบจำลองที่เหมาะสมเป็น ARIMA(1,1,1) สมการพยากรณ์ล่วงหน้า 1 ช่วงเวลา สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\hat{Y}_{t+1} = (1 + \phi_1)Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \theta_1 e_t$$

โดยที่ $\hat{Y}_{t+1}$ แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + 1$

Y_t แทนค่าข้อมูล ณ เวลา t

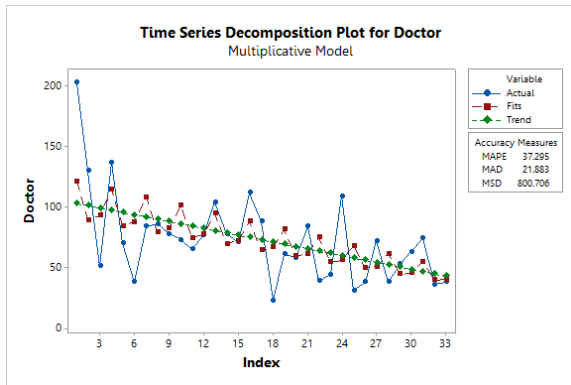
Y_{t-1} แทนค่าข้อมูล ณ เวลา $t - 1$

ϕ_1 แทนสัมประสิทธิ์ออโตรีเกรสซีฟลำดับที่ 1

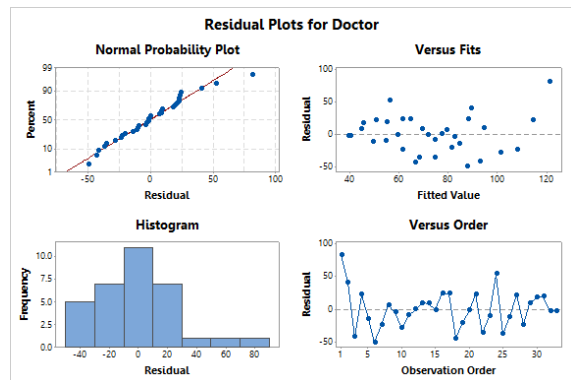
θ_1 แทนสัมประสิทธิ์มูฟวิงเอเวอเรจลำดับที่ 1

e_t แทนค่าความคลาดเคลื่อนสุ่ม ณ เวลา t

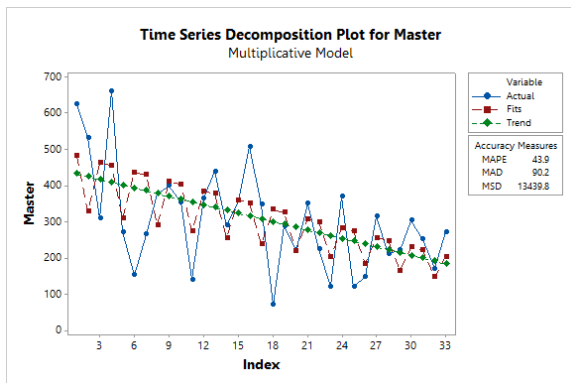
(Box et al., 2016)



รูปที่ 1 ผลการแยกส่วนประกอบของอนุกรมเวลาด้วยวิธี Decomposition สำหรับระดับปริญญาเอก



รูปที่ 2 การตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนของแบบจำลองวิธีแยกส่วนประกอบ (Decomposition Method) สำหรับระดับปริญญาเอก



รูปที่ 3 ผลการแยกส่วนประกอบของอนุกรมเวลาด้วยวิธี Decomposition สำหรับระดับปริญญาโท

2.2.4) การปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Smoothing) เป็นวิธีการพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ให้น้ำหนักกับข้อมูลล่าสุดและข้อมูลในอดีต โดยค่าน้ำหนักจะลดลงในลักษณะเอ็กซ์โพเนนเชียล วิธีการนี้มีหลักการสำคัญ คือ การนำค่าจริงล่าสุดและค่าพยากรณ์เดิมมาปรับรวมกันเพื่อให้ได้ค่าพยากรณ์ใหม่ที่เหมาะสม จึงสามารถตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลได้ดีและเหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีรูปแบบไม่ซับซ้อน

$$a_t = \alpha Y_t + (1 - \alpha)(a_{t-1} - b_{t-1})$$

หรือ

$$b_t = \gamma(a_t - a_{t-1}) + (1 - \gamma)b_{t-1}$$

ค่าพยากรณ์ล่วงหน้า τ ช่วงเวลา คือ

$$\hat{Y}_{t+\tau} = a_t + \tau b_t$$

โดยที่ Y_t แทน ค่าจริงของข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

a_t แทน ระดับสำหรับเวลา t

b_t แทน ความชัน หรือ แนวโน้มสำหรับเวลา t

$\hat{Y}_{t+\tau}$ แทน ค่าพยากรณ์ล่วงหน้า τ ช่วงเวลา

α แทน ค่าคงที่การปรับเรียบ (Smoothing

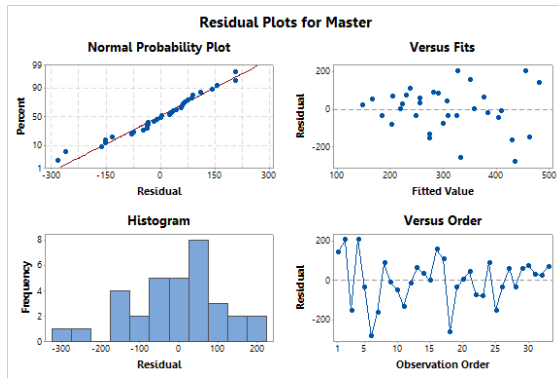
Constant) โดยมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 ($0 < \alpha < 1$) สำหรับค่า α หากมีค่าสูงจะให้น้ำหนักกับข้อมูลล่าสุดมาก ทำให้แบบจำลองตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลได้รวดเร็ว แต่หากมีค่าต่ำจะให้น้ำหนักกับข้อมูลในอดีตมาก ทำให้ค่าพยากรณ์มีความเรียบมากขึ้น (Hyndman and Athanasopoulos, 2021)

γ แทน ค่าปรับให้เรียบของแนวโน้ม (Trend Constant)

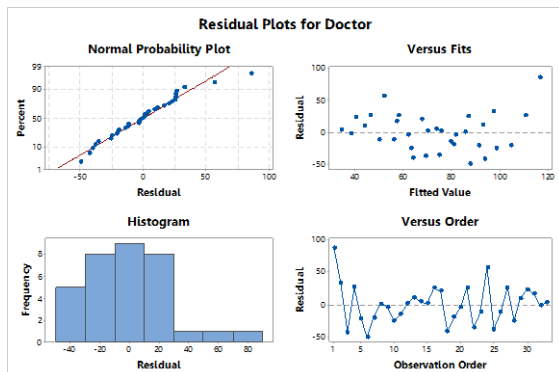
3. ผลลัพธ์

การศึกษาค้างนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์จำนวนผู้สมัครระดับบัณฑิตศึกษา โดยพิจารณา 4 วิธี ได้แก่ 1) วิธีแยกส่วนประกอบ (Decomposition Method) 2) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา (Time Series Regression) 3) วิธีของบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method: ARIMA) และ 4) วิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Smoothing) โดยนำแบบจำลองแต่ละวิธีไปใช้กับข้อมูลจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอกและระดับปริญญาโท

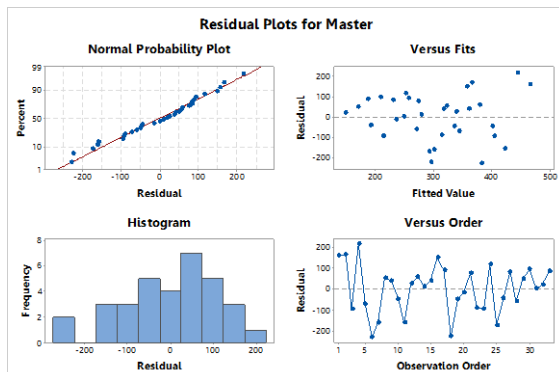
การนำเสนอผลการวิจัยแบ่งตามวิธีการพยากรณ์ เพื่อให้เห็นลักษณะของแบบจำลอง ผลการวิเคราะห์ และผลการพยากรณ์ของแต่ละวิธีอย่างชัดเจน ส่วนการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองจะพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อน 3 เกณฑ์ ได้แก่ RMSE, MAPE และ MAE ซึ่งเกณฑ์ทั้งสามใช้สำหรับประเมินความคลาดเคลื่อนของค่าพยากรณ์ โดยค่าที่ต่ำกว่าหมายถึงแบบจำลองมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าและมีความแม่นยำในการพยากรณ์สูง



รูปที่ 4 การตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนของแบบจำลองวิธี Decomposition สำหรับระดับปริญญาโท



รูปที่ 5 กราฟตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง (Residual Plots) ระดับปริญญาเอก



รูปที่ 6 กราฟตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง (Residual Plots) ระดับปริญญาโท

3.1 วิธีแยกส่วนประกอบ (Decomposition Method)

3.1.1 ระดับปริญญาเอก

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยแบบจำลองแยกส่วนประกอบแบบเชิงคูณ (Multiplicative Model) สำหรับจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก พบว่าสมการแนวโน้มคือ

$$Y_t = 104.9 - 1.881t \quad (1)$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่าจำนวนผู้สมัครมีทิศทางลดลงอย่างต่อเนื่อง เฉลี่ยลดลงประมาณ 1.881 คนต่อรอบการรับสมัคร ในส่วนขององค์ประกอบฤดูกาลพบว่าดัชนีฤดูกาล

(Seasonal Indices) ในรอบที่ 1 มีค่าสูงที่สุด (1.177) ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงช่วงเวลาที่มีความต้องการเข้าศึกษาต่อมากที่สุดในแต่ละปีการศึกษา โดยแบบจำลองสามารถอธิบายพฤติกรรมของข้อมูลในแต่ละช่วงเวลาได้อย่างเหมาะสม

3.1.2 ระดับปริญญาโท

สำหรับระดับปริญญาโท ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโทด้วยแบบจำลองแยกส่วนประกอบแบบเชิงคูณ พบว่าสมการแนวโน้มคือ

$$Y_t = 438.7 - 7.76t \quad (2)$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่าจำนวนผู้สมัครมีทิศทางลดลงอย่างต่อเนื่องเช่นเดียวกัน โดยเฉลี่ยลดลงประมาณ 7.76 คนต่อรอบการรับสมัคร เมื่อพิจารณาองค์ประกอบฤดูกาลพบว่าดัชนีฤดูกาลในรอบการรับสมัครที่ 1 มีค่าสูงที่สุด (1.116) ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงช่วงเวลาที่มีความต้องการเข้าศึกษาต่อมากที่สุดในแต่ละปีการศึกษา โดยแบบจำลองสามารถอธิบายพฤติกรรมของข้อมูลในแต่ละช่วงเวลาได้อย่างเหมาะสม

3.2 วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา (Time Series Regression)

3.2.1 ระดับปริญญาเอก

ผลการวิเคราะห์จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก โดยกำหนดตัวแปรอิสระ ได้แก่ เวลา (Time) และปีการศึกษา (Year) พบว่าสมการถดถอยที่ได้ คือ

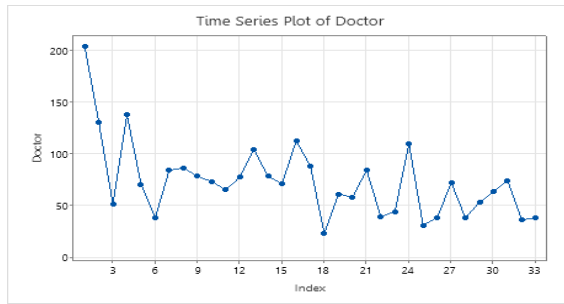
$$\text{Section 1: Doctor} = 118.6 - 1.981(\text{Time})$$

$$\text{Section 2: Doctor} = 101.5 - 1.981(\text{Time})$$

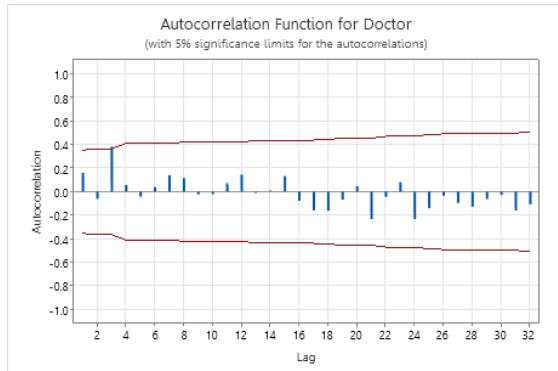
$$\text{Section 3: Doctor} = 99.7 - 1.981(\text{Time})$$

เมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย พบว่า ตัวแปรเวลา (Time) มีค่าสัมประสิทธิ์เท่ากับ -1.981 โดยมีค่า $t = -3.49$ และค่า $p\text{-value} = 0.002$ ซึ่งน้อยกว่า 0.05 แสดงว่าตัวแปรเวลา มีผลต่อจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยใช้ให้เห็นว่าจำนวนผู้สมัครมีแนวโน้มลดลงเฉลี่ยประมาณ 1.981 คนต่อหนึ่งหน่วยเวลา (รอบการรับสมัคร) ในขณะที่ตัวแปรกลุ่มรอบการรับสมัคร (Section) มีค่า $p\text{-value}$ เท่ากับ 0.302 ซึ่งมากกว่า 0.05

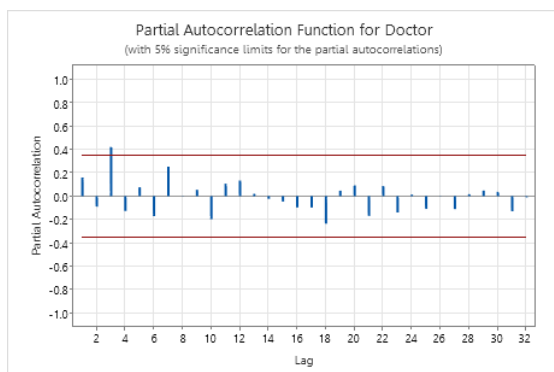
สำหรับความสามารถในการอธิบายความแปรปรวนของแบบจำลอง พบว่า ค่า R^2 เท่ากับ 35.06% ค่า $R^2(\text{adj})$



รูปที่ 7 กราฟอนุกรมเวลาสำหรับจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก



รูปที่ 8 กราฟ ACF ของจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก



รูปที่ 9 กราฟ PACF ของจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก

เท่ากับ 28.35% และค่า $R^2(\text{pred})$ เท่ากับ 13.16% แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองสามารถอธิบายความผันแปรของจำนวนผู้สมัครได้ในระดับปานกลาง โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณ (S) เท่ากับ 30.918

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่าแบบจำลอง Time Series Regression ของระดับปริญญาเอก แสดงให้เห็นแนวโน้มการลดลงของจำนวนผู้สมัครตามช่วงเวลาอย่างชัดเจน โดยตัวแปรเวลาเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อจำนวนผู้สมัคร

3.2.2 ระดับปริญญาโท

ผลการวิเคราะห์จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโท โดยใช้ตัวแปรเวลา (Time) และตัวแปรกลุ่มสาขา (Section) พบว่าสมการถดถอยที่เหมาะสม คือ

$$\text{Section 1: Master} = 473.8 - 7.24(\text{Time})$$

$$\text{Section 2: Master} = 380.5 - 7.24(\text{Time})$$

$$\text{Section 3: Master} = 426.1 - 7.24(\text{Time})$$

จากผลการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ พบว่า ตัวแปรเวลา (Time) มีค่าสัมประสิทธิ์เท่ากับ -7.24 มีค่า $t = -3.31$ และค่า $p\text{-value} = 0.003$ ซึ่งน้อยกว่า 0.05 แสดงว่าตัวแปรเวลามีผลต่อจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโทอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ โดยจำนวนผู้สมัครมีแนวโน้มลดลงเฉลี่ยประมาณ 7.24 คนต่อหนึ่งหน่วยเวลา

สำหรับความสามารถในการอธิบายความแปรปรวนของแบบจำลอง พบว่า ค่า R^2 เท่ากับ 33.99% ค่า $R^2(\text{adj})$ เท่ากับ 27.16% และค่า $R^2(\text{pred})$ เท่ากับ 13.72% แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองสามารถอธิบายความผันแปรของจำนวนผู้สมัครได้ในระดับปานกลาง โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการประมาณ (S) เท่ากับ 119.92

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า แบบจำลอง Time Series Regression ของระดับปริญญาโทแสดงให้เห็นแนวโน้มการลดลงของจำนวนผู้สมัครตามช่วงเวลาอย่างชัดเจน โดยตัวแปรเวลาเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อจำนวนผู้สมัคร

3.3 วิธีของบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method)

3.3.1 ระดับปริญญาเอก

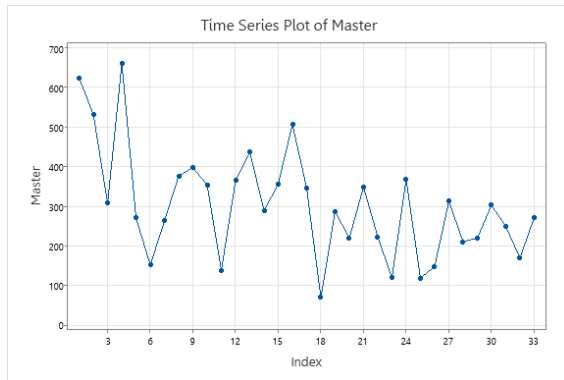
ผลการวิเคราะห์พบว่าข้อมูลจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอกยังไม่อยู่ในสถานะนิ่ง จึงทำการหาผลต่างอันดับหนึ่ง (First Difference) จำนวน 1 ครั้ง จากนั้นพิจารณากราฟ ACF และ PACF ของข้อมูลที่ผ่านการ Differencing แล้ว จึงเลือกใช้แบบจำลอง ARIMA(2,1,0)

แบบจำลองดังกล่าวประกอบด้วย Autoregressive (AR) จำนวน 2 ค่า Differencing (I) จำนวน 1 ครั้ง และไม่มีองค์ประกอบ Moving Average (MA) โดยค่าพารามิเตอร์ AR(1) และ AR(2) เท่ากับ -0.740 และ -0.826 ตามลำดับ

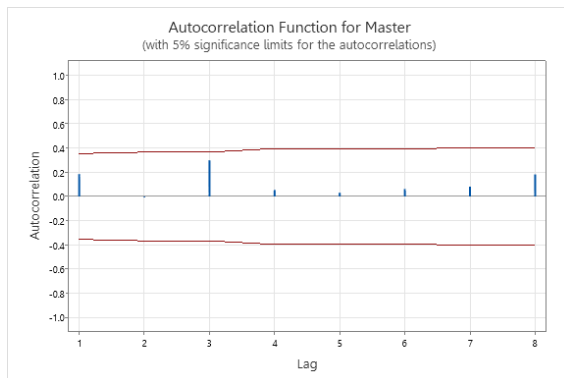
แบบจำลองใช้ข้อมูลหลังการทำ Differencing จำนวน 1 ครั้ง และมีข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ 32 ค่า โดยสามารถเขียนสมการพยากรณ์ในรูปของตัวแปรเดิมได้ดังนี้

$$Y_t = 0.26Y_{t-1} - 0.086Y_{t-2} + 0.826Y_{t-3} + e_t \quad (3)$$

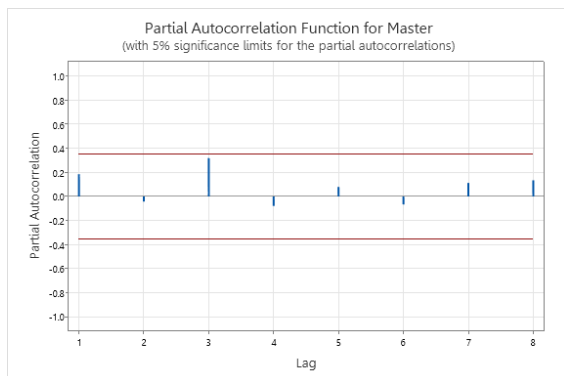
ผลการพยากรณ์จำนวนผู้สมัครใน 3 ช่วงเวลาถัดไปมีค่าเท่ากับ 67.9129, 44.1386 และ 37.0097 คน



รูปที่ 10 กราฟอนุกรมเวลาของจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโท



รูปที่ 11 กราฟ ACF ของจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโท



รูปที่ 12 กราฟ PACF ของจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโท

ตามลำดับ โดยมีช่วงความเชื่อมั่นร้อยละ 95 ตามผลการวิเคราะห์ในภาพประกอบของแบบจำลอง นอกจากนี้ เมื่อทำการตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลอง (Diagnostic Checking) พบว่าค่าคลาดเคลื่อนมีลักษณะเป็น White Noise คือมีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างจากศูนย์ มีความเป็นอิสระต่อกัน และมีความแปรปรวนคงที่ จึงยืนยันได้ว่าแบบจำลองมีความเหมาะสม

3.3.2 ระดับปริญญาโท

ผลการวิเคราะห์พบว่าข้อมูลจำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโทยังไม่อยู่ในสถานะนิ่ง จึงทำการหาผลต่างอันดับหนึ่งจำนวน 1 ครั้ง และพิจารณากราฟ ACF และ PACF

ของข้อมูลหลังการ Differencing ผลการวิเคราะห์นำไปสู่การเลือกใช้แบบจำลอง ARIMA(2,1,1)

แบบจำลองประกอบด้วย Autoregressive (AR) จำนวน 2 ค่า Differencing (I) จำนวน 1 ครั้ง และ Moving Average (MA) จำนวน 1 ค่า โดย AR(1), AR(2) และ MA(1) มีค่าเท่ากับ -1.341, -0.679 และ -1.0885 ตามลำดับ และมีค่า p-value = 0 ทุกพารามิเตอร์

แบบจำลองมีค่าคงที่เท่ากับ -42.836 โดยใช้ข้อมูลหลังการทำ Differencing จำนวน 1 ครั้ง และมีข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ 32 ค่าสมการพยากรณ์ในรูปของตัวแปรเดิมเป็นดังนี้

$$Y_t = -42.836 - 0.341Y_{t-1} + 0.662Y_{t-2} + 0.679Y_{t-3} + e_t + 1.0885e_{t-1} \quad (4)$$

ผลการพยากรณ์จำนวนผู้สมัครใน 3 ช่วงเวลาถัดไปมีค่าเท่ากับ 204.079, 182.434 และ 214.048 คน ตามลำดับ นอกจากนี้ เมื่อทำการตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลอง (Diagnostic Checking) พบว่าค่าคลาดเคลื่อนมีลักษณะเป็น White Noise คือมีค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างจากศูนย์ มีความเป็นอิสระต่อกัน และมีความแปรปรวนคงที่ จึงยืนยันได้ว่าแบบจำลองมีความเหมาะสมเช่นเดียวกัน

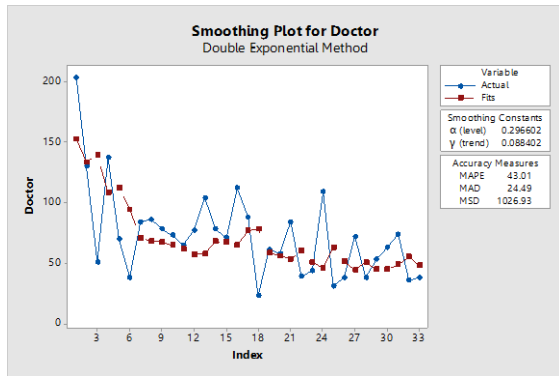
3.4 การปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Smoothing)

3.4.1 ระดับปริญญาเอก

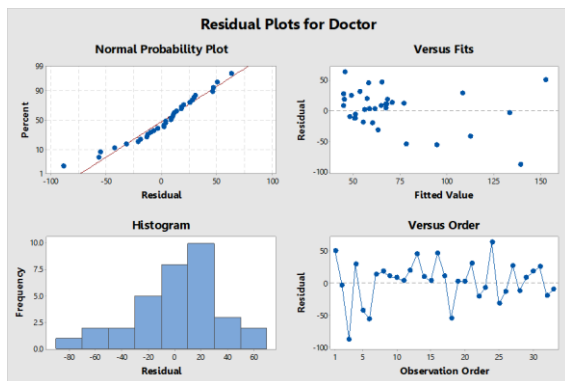
ผลการวิเคราะห์สำหรับผู้สมัครระดับปริญญาเอก พบว่า แบบจำลองมีค่า Level เท่ากับ 0.296602 ค่า Trend เท่ากับ 0.088402 ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองพยากรณ์จำนวนผู้สมัครในอนาคต แต่เนื่องจากตัวแบบไม่ผ่านข้อสมมติความแปรปรวนไม่คงที่ จึงไม่นำวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

3.4.2 ระดับปริญญาโท

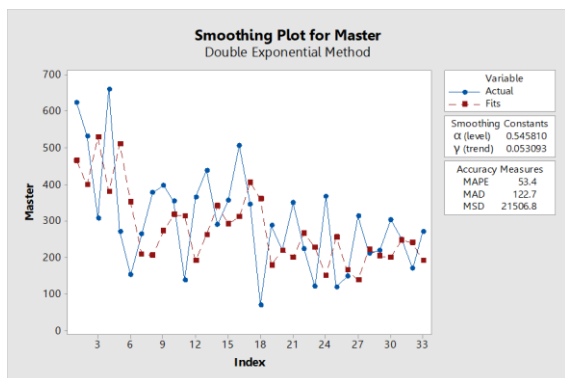
ผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลสำหรับผู้สมัครระดับปริญญาโท พบว่า แบบจำลองมีค่า Level เท่ากับ 0.545810 และค่า Trend เท่ากับ 0.053093 ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบพยากรณ์จำนวนผู้สมัครในอนาคต แต่เนื่องจากตัวแบบไม่ผ่านข้อ



รูปที่ 13 ผลการพยากรณ์ด้วยวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Holt's Method Plot) ระดับปริญญาเอก



รูปที่ 14 การตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง (Residual Plots) ระดับปริญญาเอก



รูปที่ 15 ผลการพยากรณ์ด้วยวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Holt's Method Plot) ระดับปริญญาโท

สมมติความแปรปรวนไม่คงที่จึงไม่นำวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

3.5 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์

3.5.1 ระดับปริญญาเอก

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอก ประกอบด้วย 4 วิธี ได้แก่ วิธีการแยกส่วนประกอบ (Decomposition Method) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา (Time-Series Regression) และวิธีของบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins

Method: ARIMA) โดยพิจารณาจากค่าความคลาดเคลื่อน 3 เกณฑ์ ได้แก่ RMSE, MAPE และ MAE ซึ่งเกณฑ์ทั้งสามมีหลักการพิจารณาในทิศทางเดียวกัน คือ ค่าความคลาดเคลื่อนยิ่งต่ำ แสดงว่าแบบจำลองมีความแม่นยำในการพยากรณ์มากกว่า

จากตารางที่ 1 พบว่าเมื่อพิจารณาภาพรวมของค่าความคลาดเคลื่อนทั้ง 3 เกณฑ์ ARIMA ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดทั้ง 3 เกณฑ์ โดยมีค่า RMSE = 18.7562, MAPE = 0.263305 และ MAE = 16.5882 จึงเป็นแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาเอกเมื่อพิจารณาแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพรองลงมา พบว่า Decomposition มีค่า RMSE, MAPE และ MAE เท่ากับ 24.6324, 0.377733 และ 25.8946 ตามลำดับ ส่วน Time-Series Regression มีค่า RMSE = 27.611720, MAPE = 0.408492 และ MAE = 25.735000

ดังนั้น เมื่อพิจารณาจากทั้ง RMSE, MAPE และ MAE ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่กำหนดให้ค่าต่ำแสดงถึงความคลาดเคลื่อนที่น้อยกว่า สามารถจัดลำดับประสิทธิภาพของแบบจำลองสำหรับระดับปริญญาเอกได้ดังนี้

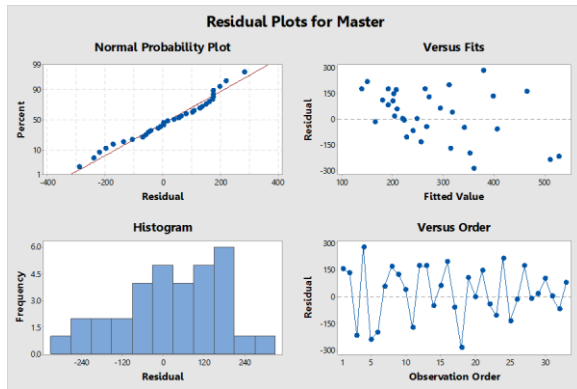
ARIMA → Decomposition → Time-Series Regression โดย ARIMA มีความเหมาะสมสูงสุด เนื่องจากให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดในทุกเกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบ

3.5.2 ระดับปริญญาโท

สำหรับระดับปริญญาโท การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์ใช้ 4 วิธี ได้แก่ Decomposition, Time-Series Regression และ ARIMA โดยพิจารณาจาก RMSE, MAPE และ MAE เช่นเดียวกับระดับปริญญาเอก และกำหนดเกณฑ์การตัดสินว่าแบบจำลองที่มีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำกว่าจะมีความแม่นยำในการพยากรณ์สูงกว่าผลการเปรียบเทียบแสดงดังตารางที่ 2

จากตารางที่ 2 เมื่อพิจารณาภาพรวมของค่าความคลาดเคลื่อนทั้ง 3 เกณฑ์พบว่า ARIMA ให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดทั้ง 3 เกณฑ์ ได้แก่ RMSE = 30.784915, MAPE = 0.121987 และ MAE = 27.813000 จึงเป็นแบบจำลองที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดสำหรับการพยากรณ์จำนวนผู้สมัครระดับปริญญาโท

เมื่อพิจารณาแบบจำลองอื่น พบว่า Time-Series Regression มีค่า RMSE = 68.537560, MAPE = 0.239474



รูปที่ 16 การตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนของแบบจำลอง (Residual Plots) ระดับปริญญาโท

และ $MAE = 54.600000$ ส่วน Decomposition มีค่า $RMSE = 66.9957$, $MAPE = 0.267108$ และ $MAE = 60.9006$

ดังนั้น เมื่อพิจารณาจาก $RMSE$, $MAPE$ และ MAE สามารถจัดลำดับประสิทธิภาพของแบบจำลองสำหรับระดับปริญญาโทได้ดังนี้ $ARIMA \rightarrow$ Time-Series Regression $\rightarrow$ Decomposition โดย $ARIMA$ มีความเหมาะสมสูงสุดเนื่องจากให้ค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดในทุกเกณฑ์ที่ใช้เปรียบเทียบ

4. การอภิปราย

จากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์ทั้ง 4 วิธี พบว่าแบบจำลอง $ARIMA$ ให้ผลการพยากรณ์ที่มีความแม่นยำสูงสุดและมีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดในทุกเกณฑ์ ($RMSE$, $MAPE$ และ MAE) ทั้งในระดับปริญญาเอกและระดับปริญญาโท เมื่อเปรียบเทียบกับวิธี Time-Series Regression และ Decomposition

สาเหตุสำคัญที่ทำให้แบบจำลอง $ARIMA$ มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีอื่น เป็นผลมาจากลักษณะโครงสร้างของข้อมูลอนุกรมเวลาจำนวนผู้สมัครที่มีความสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation) ย้อนหลัง และมีแนวโน้มข้อมูลที่ไม่อยู่ในสถานะนิ่ง (Non-stationary) ซึ่งแบบจำลอง $ARIMA$ ถูกออกแบบมาเพื่อจัดการกับโครงสร้างข้อมูลลักษณะนี้โดยตรงในการศึกษาครั้งนี้ ระดับปริญญาเอกมีความเหมาะสมกับแบบจำลอง $ARIMA(2,1,0)$ และ ระดับปริญญาโทมีความเหมาะสมกับแบบจำลอง $ARIMA(2,1,1)$ การกำหนดให้กระบวนการหาผลต่างเป็นอันดับหนึ่ง ($d = 1$) ในแบบจำลองทั้งสองระดับ ช่วยปรับข้อมูลที่มีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่องให้เข้าสู่สถานะนิ่ง (Stationary) ก่อนทำการ

พยากรณ์ นอกจากนี้ การใช้ส่วนประกอบ Autoregressive ที่ลำดับ 2 ($p = 2$) ยังช่วยดึงโครงสร้างความสัมพันธ์ของจำนวนผู้สมัครจาก 2 รอบการรับสมัครก่อนหน้า มาใช้อธิบายทิศทางของข้อมูลปัจจุบันได้อย่างละเอียด ซึ่งเป็นจุดเด่นที่วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา ที่เน้นเพียงความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับเวลาหรือวิธีแยกส่วนประกอบที่อิงกับรูปแบบตามฤดูกาลแบบตายตัว ไม่สามารถอธิบายความซับซ้อนนี้ได้ดีเท่าขณะที่วิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Smoothing) ซึ่งให้ประสิทธิภาพรองลงมา แม้จะมีความยืดหยุ่นในการให้น้ำหนักกับข้อมูลล่าสุด แต่ยังไม่อาจครอบคลุมโครงสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลย้อนหลังที่มีหลายองค์ประกอบร่วมกันได้เท่ากับ $ARIMA$ ผลการวิเคราะห์นี้สะท้อนให้เห็นว่า ข้อมูลด้านจำนวนผู้สมัครเรียนไม่ได้แปรผันตามเวลาแบบเส้นตรงธรรมดา แต่เป็นข้อมูลเชิงพลวัตที่ผลลัพธ์ในอดีตส่งผลต่อจำนวนผู้สมัครในอนาคต (Time-dependent structure)

ผลการศึกษาที่สอดคล้องกับการศึกษาของ สุภัทธิรา วรอาจ และคณะ (2560) ที่ประยุกต์ใช้แบบจำลอง $ARIMA$ ในการพยากรณ์จำนวนผู้สมัครเข้าศึกษาต่อ และพบว่า $ARIMA$ มีความเหมาะสมอย่างยิ่งกับข้อมูลด้านการศึกษาที่มีการเปลี่ยนแปลงตามช่วงเวลาและมีความสัมพันธ์ในตัวเองสูง การประยุกต์ใช้แบบจำลอง $ARIMA(2,1,0)$ และ $ARIMA(2,1,1)$ ในการศึกษาครั้งนี้จึงช่วยเพิ่มความน่าเชื่อถือของการพยากรณ์ และสามารถนำไปใช้เป็นข้อมูลสนับสนุนการวางแผนเชิงกลยุทธ์ในการบริหารจัดการหลักสูตรได้อย่างเป็นรูปธรรม

นอกจากนี้ ผลการศึกษานี้ยังสอดคล้องกับงานวิจัยในบริบทของสถาบันอุดมศึกษาต่างประเทศหลายชิ้นที่พบว่า $ARIMA$ ให้ผลการพยากรณ์ที่แม่นยำกว่าวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลเมื่อใช้กับข้อมูลจำนวนผู้เรียน เช่น การศึกษาของ Yang และคณะ (2020) ที่เปรียบเทียบแบบจำลองพยากรณ์จำนวนนักเรียนและครูของไต้หวัน ระหว่างปี ค.ศ. 1991-2018 พบว่าค่า $MAPE$ ของแบบจำลอง $ARIMA$ ต่ำกว่าแบบจำลอง การปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล อย่างชัดเจนทั้งในกลุ่มโรงเรียนรัฐและเอกชน ซึ่งผู้วิจัยอธิบายว่าเป็นผลจากความสามารถของ $ARIMA$ ในการจับโครงสร้างสหสัมพันธ์ในตัวเองของข้อมูลอนุกรมเวลาได้ดีกว่า สอดคล้องกับเหตุผลที่อภิปรายไว้ข้างต้นเกี่ยวกับลักษณะข้อมูลจำนวนผู้สมัครในการศึกษา

ตารางที่ 1 สรุปผลการเปรียบเทียบระดับปริญญาเอก

วิธีการพยากรณ์	RMSE	MAPE	MAE
Decomposition	24.6324	0.377733	25.8946
Time-Series Regression	27.611720	0.408492	25.735000
ARIMA	18.7562	0.263305	16.5882

ตารางที่ 2 สรุปผลการเปรียบเทียบระดับปริญญาโท

วิธีการพยากรณ์	RMSE	MAPE	MAE
Decomposition	66.9957	0.267108	60.9006
Time-Series Regression	68.537560	0.239474	54.600000
ARIMA	30.784915	0.121987	27.813000

ครั้งนี้ที่มี Autocorrelation สูงในทำนองเดียวกัน การศึกษาของ Dela Cruz และคณะ (2020) ซึ่งประยุกต์ใช้แบบจำลอง ARIMA(p,d,q) ในการพยากรณ์จำนวนผู้ลงทะเบียนเรียนของสถาบันอุดมศึกษาแห่งหนึ่งในประเทศฟิลิปปินส์รายงานว่าแบบจำลอง ARIMA ที่ผ่านการคัดเลือกด้วย สามารถอธิบายแนวโน้มของจำนวนผู้ลงทะเบียนได้อย่างเหมาะสมและเป็นแบบจำลองที่ได้รับความนิยมในการพยากรณ์ข้อมูลด้านการศึกษาเนื่องจากความยืดหยุ่นในการปรับใช้กับข้อมูลที่ไม่นิ่ง (Non-stationary) ซึ่งเป็นคุณลักษณะเดียวกับข้อมูลจำนวนผู้สมัครระดับบัณฑิตศึกษาในงานวิจัยนี้ที่ต้องผ่านการทำ Differencing ก่อนการวิเคราะห์

อย่างไรก็ตาม ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์มิได้ให้ผลไปในทิศทางเดียวกันเสมอไปในทุกบริบท งานวิจัยบางชิ้นที่อ้างถึงในการทบทวนวรรณกรรมของ Dela Cruz และคณะ (2020) รายงานว่าวิธี Simple Exponential Smoothing (SES) ให้ผลการพยากรณ์จำนวนผู้ลงทะเบียนที่แม่นยำกว่า ARIMA ในบางสถาบัน ซึ่งสะท้อนให้เห็นว่าประสิทธิภาพของแบบจำลองพยากรณ์แต่ละวิธีขึ้นอยู่กับลักษณะเฉพาะของข้อมูลในแต่ละบริบท เช่น ความชัดเจนของแนวโน้ม ความสม่ำเสมอของฤดูกาล และระดับของ Autocorrelation มิใช่ข้อสรุปที่เป็นสากลตายตัว ดังนั้น ข้อสรุปของงานวิจัยนี้ที่ระบุว่า ARIMA มีความเหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลจำนวนผู้สมัครระดับบัณฑิตศึกษาของสถาบัน จึงเป็นข้อสรุปที่มีความสอดคล้องกับหลักฐานเชิงประจักษ์จากบริบทที่มีลักษณะข้อมูลใกล้เคียงกัน แต่ควรตีความอย่างระมัดระวังเมื่อนำไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจำนวนผู้สมัครของสถาบันอื่นที่อาจมีโครงสร้างอนุกรมเวลาแตกต่างออกไป

5. บทสรุป

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการพยากรณ์จำนวนผู้สมัครระดับบัณฑิตศึกษา 4 วิธี ได้แก่ วิธีแยกส่วนประกอบ วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา วิธีของบ็อกซ์-เจนกินส์ (ARIMA) และวิธีการปรับเรียบแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

ผลการประเมินจากเกณฑ์ความคลาดเคลื่อน (RMSE, MAPE และ MAE) แสดงให้เห็นในภาพรวมว่า แบบจำลอง ARIMA เป็นวิธีการพยากรณ์ที่มีความแม่นยำและเหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลทั้งสองระดับการศึกษา โดยสำหรับระดับปริญญาเอก แบบจำลองที่ให้ประสิทธิภาพสูงสุดคือ ARIMA(2,1,0) (RMSE = 18.7562, MAPE = 0.263305, MAE = 16.5882) และสำหรับระดับปริญญาโทคือแบบจำลอง ARIMA(2,1,1) (RMSE = 30.784915, MAPE = 0.121987, MAE = 27.813000) ซึ่งทั้งสองแบบจำลองมีประสิทธิภาพเหนือกว่าวิธี Exponential Smoothing (ซึ่งให้ผลลัพธ์เป็นอันดับสอง) วิธีการถดถอยอนุกรมเวลา และวิธีแยกส่วนประกอบ อย่างชัดเจน

ผลการวิจัยในครั้งนี้จึงบรรลุวัตถุประสงค์ในการค้นหาวิธีการพยากรณ์ที่ดีที่สุด โดยสถาบันสามารถนำแบบจำลอง ARIMA ทั้งสองรูปแบบไปประยุกต์ใช้เป็นสารสนเทศประกอบการตัดสินใจวางแผนกลยุทธ์การรับนักศึกษา และบริหารจัดการทรัพยากรทางการศึกษาในอนาคตได้อย่างมีประสิทธิภาพ

6. ข้อเสนอแนะ

1. ควรนำผลการพยากรณ์ที่ได้จากแบบจำลอง ARIMA ไปใช้เป็นข้อมูลประกอบการวางแผนการรับนักศึกษา การจัดสรรงบประมาณ และการบริหารทรัพยากรทางการศึกษาของบัณฑิตวิทยาลัย เพื่อให้การดำเนินงานมีประสิทธิภาพและสอดคล้องกับแนวโน้มจำนวนผู้สมัครในอนาคต
2. การศึกษาครั้งต่อไปควรใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีระยะเวลายาวนานขึ้นเพื่อเพิ่มความแม่นยำในการสร้างแบบจำลองและแสดงแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของจำนวนผู้สมัครได้อย่างครอบคลุมมากขึ้น
3. ควรมีการปรับปรุงและทดสอบแบบจำลองพยากรณ์อย่างต่อเนื่องเมื่อมีข้อมูลใหม่ในแต่ละปีการศึกษา เพื่อให้ผลการพยากรณ์มีความทันสมัยและสามารถรองรับการเปลี่ยนแปลงของแนวโน้มจำนวนผู้สมัครได้อย่างมีประสิทธิภาพ

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนการวิจัยบุคลากรบัณฑิตวิทยาลัย จากบัณฑิตวิทยาลัยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เอกสารอ้างอิง

- Abraham, B., & Ledolter, J. (1983). *Statistical Methods for Forecasting*. New Jersey: Wiley.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2016). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 5th ed., Wiley.
- Dela Cruz, A., Basallo, L., Bere, B., Aguilar, J., Calvo, C. K., Arroyo, J. C., & Delima, A. J. (2020). Higher Education Institution (HEI) Enrollment Forecasting Using Data Mining Technique. *International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering*, 9(2), 2060–2064.
- Hyndman, R. J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., Melbourne: OTexts.
- Ministry of Higher Education, Science, Research and Innovation. (2024). Higher Education Management Information System (HEMIS). Bangkok: Ministry of Higher Education, Science, Research and Innovation.
- Montgomery, D. C., Jennings, C. L., & Kulahci, M. (2021). *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*, 3rd ed., New Jersey: Wiley.
- Office of the Higher Education Commission. (2018). Higher Education Statistics: Academic Year 2018. Bangkok: Office of the Higher Education Commission.
- Supatthira, W., et., (2017). Forecasting the Number of Applicants for the Bachelor's Degree Program in Construction Management Using the ARIMA Method. Nakhon Pathom: Faculty

of Architecture and Design, Rajamangala University of Technology Rattanakosin.

- Yang, C. H., Wu, C. H., & Zhou, C. Y. (2020). Student Enrollment and Teacher Statistics Forecasting Based on Time-Series Analysis. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2020, 1246920.