



# วารสารวิทยาศาสตร์ประยุกต์

## THE JOURNAL OF APPLIED SCIENCE

ISSN 1513-7805 [Print] ISSN 2586-9663 [Online]

ปีที่ 19 ฉบับที่ 2 [2563] Vol.19, No.2 [2020]

THE JOURNAL IS COVERED BY:



Approved by TCI during  
2020-2024



ASEAN  
CITATION  
INDEX

Available online at <https://www.tci-thaijo.org/index.php/JASCI>

**Consulting Editors**

**from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand**

Assoc.Prof.Dr. Surapun Yimman  
Assoc.Prof.Dr. Saowanit Sukparungsee  
Assoc.Prof.Dr. Kitti Bodhipadma

**Editor**

**from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand**

Assoc.Prof. Narumol Kreua-ongarjnukool

**Co-Editor**

**from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand**

Asst.Prof.Dr. Peerapong Pornwongthong  
Asst.Prof.Dr. Nonchanutt Chudpooti

**Associate Editor**

**from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand**

Assoc.Prof.Dr. Yupaporn Areepong  
Assoc.Prof.Dr. Nutsuda Sumonsiri  
Assoc.Prof.Dr. Sekson Sirisubtawee  
Asst.Prof.Dr. Walaiporn Prissanaroon Ouajai  
Asst.Prof.Dr. Tanapat Anusas-amornkul  
Asst.Prof.Dr. Suvimol Phanyaem  
Asst.Prof.Dr. Theerawut Phusantisampan  
Asst.Prof.Dr. Jintawat Tanamatayarat  
Asst.Prof.Dr. Sukanya Thepwatee

**Editorial Advisory Board**

Prof.Dr. Pranom Chantaranothai  
Khon Kaen University, Thailand  
Prof.Dr. Yongwimon Lenbury  
Mahidol University, Thailand  
Prof.Dr. Sangvorn Kitthawee  
Mahidol University, Thailand  
Prof.Dr. Vanchai Riewruja  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand  
Assoc.Prof.Dr. Montri Maleewong  
Kasetsart University, Thailand  
Assoc.Prof.Dr. Dudsadee Uttapap  
King Mongkut's University of Technology Thonburi, Thailand  
Assoc.Prof.Dr. Chalermchai WongsAree,  
King Mongkut's University of Technology Thonburi, Thailand  
Assoc.Prof.Dr. Sa-ad Riyajan  
Thammasat University, Thailand  
Assoc.Prof.Dr. Sittiwat Lertsiri  
Mahidol University, Thailand  
Assoc.Prof.Dr. Mariena Ketudat-cairns  
Suranaree University of Technology, Thailand

**Editorial Advisory Board (cont.)**

Assoc.Prof.Dr. Wararit Panichkitkosolkul  
Thammasat University, Thailand  
Assoc.Prof.Dr. Sanae Rujivan  
Walailak University, Thailand  
Asst.Prof.Dr. Kuntpong Woraratpanyast,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand  
Asst.Prof.Dr. Suphakant Phimoltares  
Chulalongkorn University, Thailand  
Col.Asst. Prof.Panadda Hatthachote  
Phramongkutkloa College of Medicine, Thailand  
Dr. Chivarat Muangphat  
King Mongkut's University of Technology Thonburi, Thailand  
Dr. Elvin James Moor  
King Mongkut's University of Technology Thonburi, Thailand

**Coordinator and Manager**

**from King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand**

Mr. Phirom Pabu  
Mr. Piyawat Sutha  
Miss.Wilaporn Khunkaew  
Miss.Wilawan Sae-jeng  
Miss.Kitsiya Chuchuaitsuwan

**Contact info**

Faculty of Applied Science  
King Mongkut's University of Technology North Bangkok  
1518 Pracharat 1 Road, Wongsawang, Bangsue, Bangkok 10800 : Thailand  
Phone: 02-555-2000#4211

**Website**

[www.tci-thaijo.org/index.php/JASCI](http://www.tci-thaijo.org/index.php/JASCI)

## **JOURNAL POLICY**

### **Focus and Scope**

The Journal of Applied Science is an academic journal published biannually by the Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok. The Journal publishes original research and review papers either in Thai or English covering all areas of applied science and technology. The journal will not accept articles, which have been published or are being considered for publication by another journal, nor should papers published here be submitted to other journals.

"The Journal of Applied Science does not have policy to collect publication fee"

"Each articles must be evaluated by two peers (double blinded) before accepted for publication"

"Article must be revised and sent back to the journal within 4 weeks after the return for revision unless the article will be rejected"

"The Journal of Applied Science published both as hard -copies [ISSN 1513-7805 (Print)] and electronic journal [ISSN 2586-9663 (Online)] available on ThaiJO system"

### **Scope of the Journal**

To publish academic, research and review articles covering all area of both basic and applied sciences and technology including pure and applied mathematics, statistics, chemistry and applied chemistry, materials science, physics and industrial physics, environmental science and technology, biotechnology, agro-industrial and food technology, medical science and applications, health and beauty technology, computer and informatic sciences and materials science

### **Peer Review Process**

Each article must be double blind peer reviewed by at least 2 reviewers from the related field.

### **Language**

Both Thai and English

### **Publication Frequency**

Twice a year (Biannual)

First Issue: January to June

Second Issue: July to December

Courtesy by the Faculty of Applied Science,

King Mongkut's University of Technology North Bangkok

### **Remarks**

Authors have to be responsible for any legal effects that may occur due to their opinions expressed in the articles.

## TABLE OF CONTENT

<b>Ultrastructure of the granulopoietic cells in head kidney of the Barbour's seahorse, Hippocampus barbouri Jordan &amp; Richardson, 1908 in captivity</b> Sinlapachai Senarat, Jes Kettratad, Chanyut Sudtongkong, Theerakamol Pengsakul, Pisit Poolprsert, Koraon Wongkamhaeng and Woranop Sukparangsi.....	1
<b>On the Monoid of Generalized Cohypersubstitutions of type <math>\tau=(n)</math></b> Nagornchat Chansuriya.....	11
<b>The Discrete Exponentiated Pareto Distribution: Its Properties and Application</b> Winai Bodhisuwan and Yadapa Chotedelok.....	24
<b>An Approximation to the Average Run Length on a CUSUM Control Chart with a Numerical Integral Equation Method for a Long-Memory ARFIMAX Model</b> Wilasinee Peerajit.....	37
<b>Estimating the Average Run Length of CUSUM Control Chart for Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average of Order (P, D, Q) L Model</b> Suvimol Phanyaem.....	52
<b>On the regularity-preserving elements in regular <math>LA^{**}</math> -semigroups</b> Pairote Yiarayong and Chadarat Tapan .....	61
<b>Efficient Moving Average Control Chart for Zero Truncated Poisson Processes when Parameter Changed</b> Kanita petcharat.....	74
<b>Comparative Study on CA-Markov Model and CLUE-S Model for Land Use Changed Prediction in National Reserved Forest, Nan Province</b> Weeraphart Khunrattanasiri.....	87
<b>Optimum hydraulic retention time for dark-fermentative hydrogen production from co-digestion of vinasse and dried spent yeast</b> Chatchawin Nualsri, Naphatsarnan Phasukarratchai, Chakkrit Sreela-or and Sureewan Sittijunda.....	101
<b>Study on chemical composition of Typha angustifolia L and extracted cellulose from Typha angustifolia L for food applications</b> Patcharaporn Pimchan, Sureerat Usoungnern, Sangravee Bidon, Sirikan Duangde and A-roonrat Utaiku.....	116

**TABLE OF CONTENT (cont.)**

<b>The effect of industrial microwave power level on physical and chemical properties of semi-finished fish crackers</b> Romlee Chedoloh and Mahamadaree Waeno.....	129
<b>Development of spicy salted egg yolk seasoning powder</b> Benjawan Thumthanaruk, Chalothorn Wimolyai, Nongnuch Kongsakpaiboon and Savitri Vatanyoopaisarn.....	145
<b>Effect of edible coating formulations and storage time on physical, sensory and microbiology properties of fresh-cut papaya</b> Suthida Akkarachaneeyakorn, Wasitthi Niamsuwan and Sutheera Khantaphant.....	158
<b>Power-law process and its applications on repairable systems</b> Jularat Chumnaul.....	175

Research Article

## Ultrastructure of the granulopoietic cells in head kidney of the Barbour's seahorse, *Hippocampus barbouri* Jordan & Richardson, 1908 in captivity

Sinlapachai Senarat<sup>1,\*</sup>, Jes Kettratad<sup>2,3</sup>, Chanyut Sudtongkong<sup>1</sup>,  
Theerakamol Pengsakul<sup>4</sup>, Pisit Poolprsert<sup>5</sup>, Koraon Wongkamhaeng<sup>6</sup>,  
Woranop Sukparangsi<sup>7</sup>

<sup>1</sup>Department of Marine Science and Environment, Faculty of Science and Fisheries Technology, Rajamangala University of Technology Srivijaya, Trang Campus, Sikao, Trang, 92150

<sup>2</sup>Department of Marine Science, Faculty of Science, Chulalongkorn University, Bangkok 10330, Thailand

<sup>3</sup>Marine Ecology and Marine Resources Utilization Research Unit, Aquatic Resources Research Institute, Chulalongkorn University, Bangkok 10330, Thailand

<sup>4</sup>Faculty of Medical Technology, Prince of Songkla University, Songkhla, 90110, Thailand

<sup>5</sup>Program of Biology, Faculty of Science and Technology, Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000, Thailand

<sup>6</sup>Department of Zoology, Department of Zoology, Faculty of Science, Kasetsart University, Bangkok 10900, Thailand

<sup>7</sup>Department of Biology, Faculty of Science, Burapha University, Chon Buri 20131, Thailand

\*E-mail: Senarat.s@hotmail.com; Sinlapachai.s@rmutsv.ac.th

Received: 28/04/2020; Revised: 13/10/2020; Accepted: 25/10/2020

### Abstract

The Barbour's seahorse, *Hippocampus barbouri* is one of the vulnerable-category species based on IUCN's Red List (CITES Appendix II); therefore, *H. barbouri* has been in focus for conservation aquaculture in Thailand. Since morphologic or structural alterations of hematopoietic cells of fish under captive system have not been extensively documented, here the ultrastructure of the granulopoietic series in the head kidney of aquacultured *H. barbouri* was initially revealed through transmission electron microscopy (TEM). Results from our finding presented that the granulopoietic cells of this seahorse could be classified into six sub-series including myeloblast, promyelocyte (two sub-stages: early and late promyelocytes), myelocyte, metamyelocyte and mature granulocyte. The highest proportion of granulopoietic cells among these six sub-series was the late promyelocyte. Noticeably, the first appearance of granule like-structure was identified in the early promyelocyte and this granular structure greatly accumulated in the mature granulocyte. This study also offers an insight into developmental series of granulopoiesis related to the prominent granules, which will provide better understanding of cellular structure of the hematopoietic cells and immune system in the seahorse under captivity condition.

**Keywords:** Granulopoietic cells, Head kidney, Hematopoietic cells, seahorse, TEM

## Introduction

Definitive head kidney (or anterior kidney), a unique teleost organ, plays important roles in regulation of fish homeostasis including a part of endocrine system (analogous to mammalian adrenal gland and thyroid gland) and formation of blood cells related to immune system, in particular as "kidney marrow" for lifetime hematopoiesis where hematopoietic stem cell (HSC) finally reside and differentiate (Willett et al., 1999; Rombout et al., 2005; Avagyan and Zon, 2016; Geven and Klaren 2017). According to Boomker (1979), structural and ultrastructural features of the kidney tissues (pronephros and mesonephros) in some teleost fishes, i.e. *Clarias garipinus* and *Sarotherodon mossambicus* were described as a major organ forming blood elements, equivalent to mammalian red bone marrow. It is well-defined based on most ultrastructural studies that formation of hematopoietic cells and blood cell lineages in the kidney marrow can be morphologically classified into different series. Sites for developing multiple blood cell lineages including erythropoiesis, thrombopoiesis and granulopoiesis in the head kidney were found in *Dicentrarchus labrax* (Esteban et al., 1989). Developmental steps of granulopoiesis in teleost fishes were characterized in some literatures (Zapata, 1979; Savage, 1983; Zuasti et al., 1987). In *D. labrax*, the granulopoietic progenitors can give rise to promyelocytes, myelocytes, metamyelocytes and the mature cells including heterophils, eosinophils and basophils. The main criteria of identifying these cell types in granulopoietic series are based on cell size, cell shape and granular features, as shown in maturational steps of *Oreochromis niloticus* (Abdel-Aziz et al., 2010). However, ultrastructural alteration during developmental steps in granulopoietic series has not been in focus. Understanding cellular changes during this process will uncover differentiation stages of teleost leucocytes.

Barbour's seahorse *Hippocampus barbouri*, an economically valuable marine fish, is listed for the marine aquarium trade and used in Chinese traditional medicine (Lourie et al., 2004; IUCN, 2006). Recently, the population of this seahorse species is decreasing and thus *H. barbouri* is classified as "Vulnerable" on the IUCN's Red List of threatened Species and CITES Appendix II (Lourie et al., 2004; IUCN, 2006). To preserve *H. barbouri* in Thailand, Phuket Marine Biological Center (PMBC) has been working on developing the optimal condition for aquaculture of the seahorse. Immune cells responding to the artificial condition in this seahorse is still under investigated. Hence, in the present study, ultrastructural details related to immune cells, in particular the granulopoiesis from the head kidney of *H. barbouri* were described using transmission electron microscopy (TEM), aiming to provide in-depth information on the process of the granulopoiesis of *H. barbouri* and hematopoietic niche in kidney marrow of the seahorse. Certainly, our observation provided for better understanding of its granulopoietic cell, which would display possible interspecific comparisons on hematopoietic cell among seahorses and use as a creating potential indicator of hemato-ecological impacts.

## Materials and methods

Ten hatchery-captive *Hippocampus barbouri* (1 month of age with  $65.56 \pm 0.98$  mm in total length) were collected, as described in Kamnurdnin (2017) during October to December 2017. This seahorse was reared by adequate captive conditions using natural seawater at the Phuket Marine Biological Center (PMBC), Phuket Province, Thailand. The experimental protocol was approved by the Animal Care and Use Committee of Faculty of Science in accordance with the guide for the care and use of laboratory animal prepared by Chulalongkorn University (Protocol Review No. 1623004).

A small pieces of the head kidney ( $1 \times 1 \text{ mm}^3$ ) were immersed in 2.5% glutaraldehyde in 0.1 M phosphate buffer, pH 7.4 at 4 °C and subsequently post-fixed in 1% osmium tetroxide ( $\text{OsO}_4$ ). The fixed tissue samples were then processed using TEM sample preparation

techniques. The fixed kidney tissue in semithin sections was stained with toluidine blue and examined with light microscopy. Ultrathin section of 90 nm was cut, lightly stained with uranyl acetate and lead citrate and analyzed with transmission electron microscope (JEM-2100 at 200kV). The features and series of granulopoiesis were identified using criteria and guidelines from Esteban et al. (1989) and Abdel-Aziz et al. (2010). Also, the determination of granulopoietic proportion was performed using 50 randomly selected cells per each TEM image. The measurement of cell size, nuclear size and granule size was examined using 10 randomly selected cells per TEM image, where the number of their granule was also counted.

## Results and discussion

Few works concerning the granulopoiesis in some fish have been addressed (Yamamoto & Iuchi 1976; Mattisson & Fange 1977). In this study, we therefore provided a new insight into the granulopoietic series of *H. barbouri*, which is identified based on size, morphological traits, cellular organelle complexity and granular features.

The differentiation of the granulopoiesis involved a series of maturational steps by transition from myeloblasts to mature granulocyte (Figures 1-3). A series of successive granulopoietic population in *H. barbouri* was further divided into five steps: myeloblast, promyelocytes, myelocytes, metamyelocytes and mature granulocytes (Figures 1-3).

Myeloblast was considered as an undifferentiated progenitor or presumptive blast cell for granulopoietic cell series. This was the first recognizable granulocytic lineage. In the kidney marrow, the size of myeloblast was approximately  $5.17 \pm 0.87 \mu\text{m}$  in diameter and served as 10.66 percent of the total cell proportion. In general, the myeloblasts were grouped as clusters of 2-3 cells (Figure 1B). Each cell had a large nucleus (about  $3.68 \pm 0.97 \mu\text{m}$  in diameter) without distinct clumps of condensed heterochromatin (Figure 1C). The nuclear membrane outline was clearly appeared and surrounded by several organelles including free ribosomes, endoplasmic reticulum (ER) and mitochondria (Figure 1C).

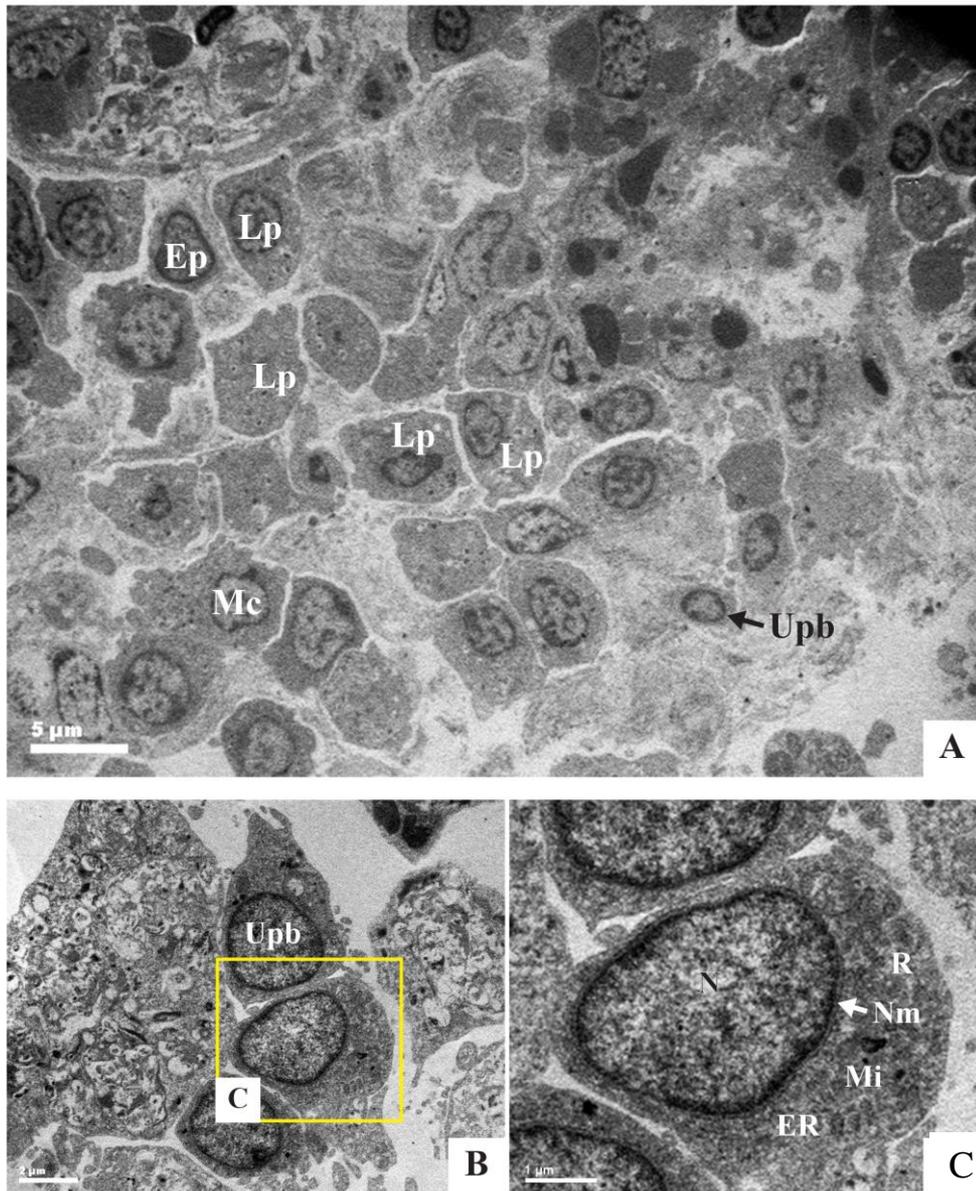
Promyelocyte was a larger cell type, compared to the myeloblasts, about  $6.76 \pm 0.98 \mu\text{m}$  in diameter. The proportion of the promyelocyte population was very high (61.33 percent) and thus this cell type was observed occupying most of the area in the thin sections (Figure 1A). The ultrastructure of promyelocyte can be characterized in two sub-stages (early and late promyelocytes). Early promyelocyte exhibited an irregular nuclear shape with prominent heterochromatin (Figure 2A). Remarkably, formation of granule like-structure can be initially observed at this stage although it was not easy to identify this cellular structure even under TEM observation (Figure 2B). Similarly, granulopoietic cell with this structure can also be found in human bone marrow (Bainton and Farquhar, 1966), emphasizing the equivalent of fish anterior kidney to mammalian bone marrow. This stage further differentiated into the late promyelocyte exhibiting the nucleus with abundance of heterochromatic clumps along the nuclear membrane (Figure 2A). The concentration of dense-cored vacuoles was clearly identified to be a vacuolated granule like-structure in the cytosol (Figure 2B). A development of cytoplasmic organelles including ER and mitochondria was also easily observed (Figure 2B).

Myelocyte had slightly bigger cell size ( $6.92 \pm 1.2 \mu\text{m}$  in diameter) than the promyelocyte. This cell exhibited irregular cell shape. Myelocyte population was about 18 percent of the total granulopoietic cells, which was higher than those of myeloblast and metamyelocyte. The shape of centrally located nucleus ( $3.64 \pm 0.91 \mu\text{m}$  in diameter) was similar to that of the late promyelocyte (Figure 2C), but the arrangement of compacted heterchromatin was observed along the nuclear membrane. At this late stage of promyelocyte, numerous granules (average number:  $7.8 \pm 0.66$  granules/cell and size of granule:  $0.25 \pm 0.81 \mu\text{m}$  in diameter) can be found and these granules exhibited electron-dense and dispersed

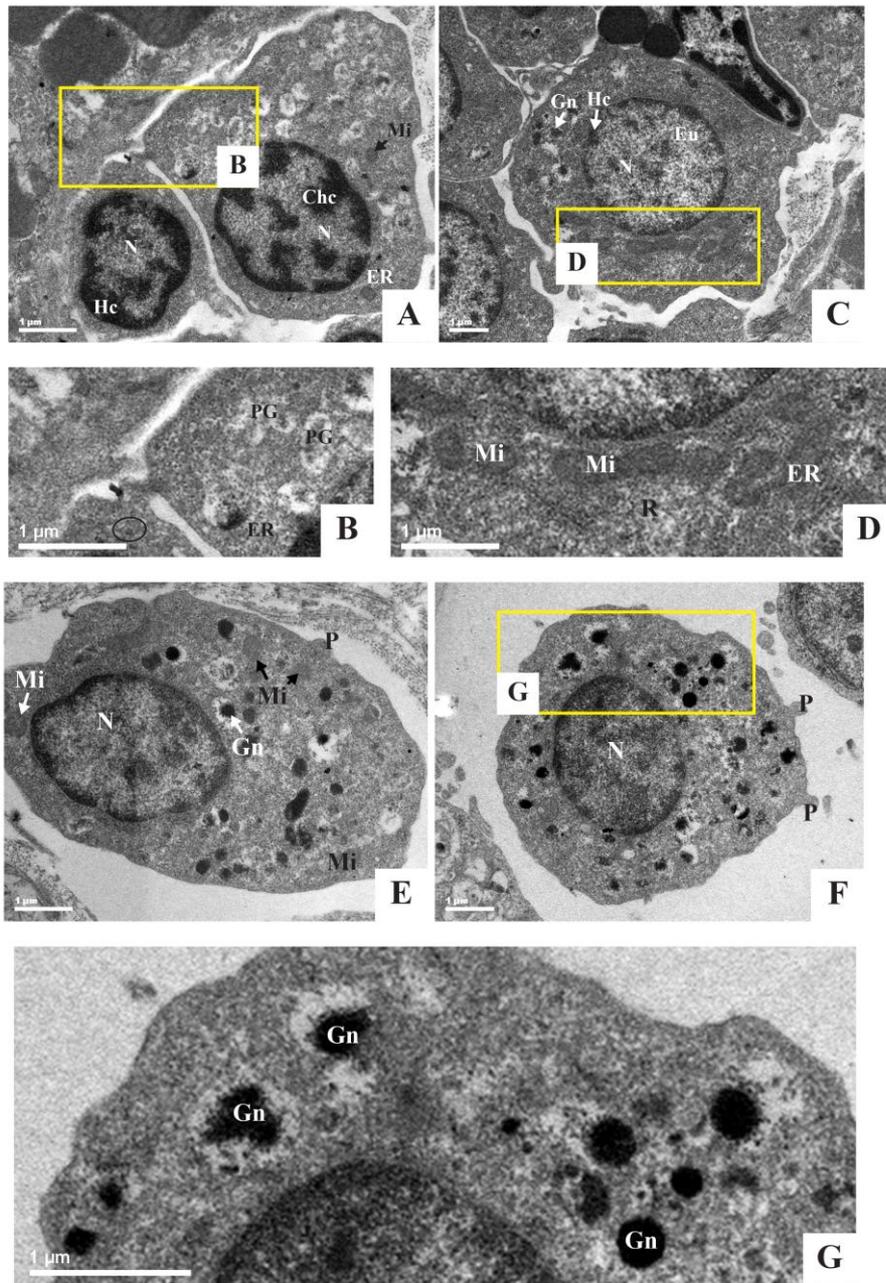
throughout the cytosol (Figures 2E-2F). The characters of developing granules at this cell stage agreed well with the presence in high amount of other cellular organelles including packed mitochondria, ER and ribosome (Figure 2D), suggesting that the formation of electron-dense granules perhaps required high amount of energy and protein production.

Metamyelocyte displayed about 5.33 percent of total cell population. It had an eccentric nucleus (Figure 2E). A prominent specific granules were still recognized (Figures 2E-2F), but number ( $35.2 \pm 0.76$  granules/cell) and size ( $0.34 \pm 1.10 \mu\text{m}$  in diameter) of specific granules was higher than what found in the myelocyte (Figure 2G). Small mitochondria were dispersed among the granules (Figure 2E). Several pseudopodial formations were noted during this stage (Figures 2E-2F). The metamyelocyte was then differentiated into the mature granulocytes (Figure 3). The proportion of the mature granulocyte was rarely (3.33 percent). The granulocytes presented a large amount of specific granules (Figure 3).

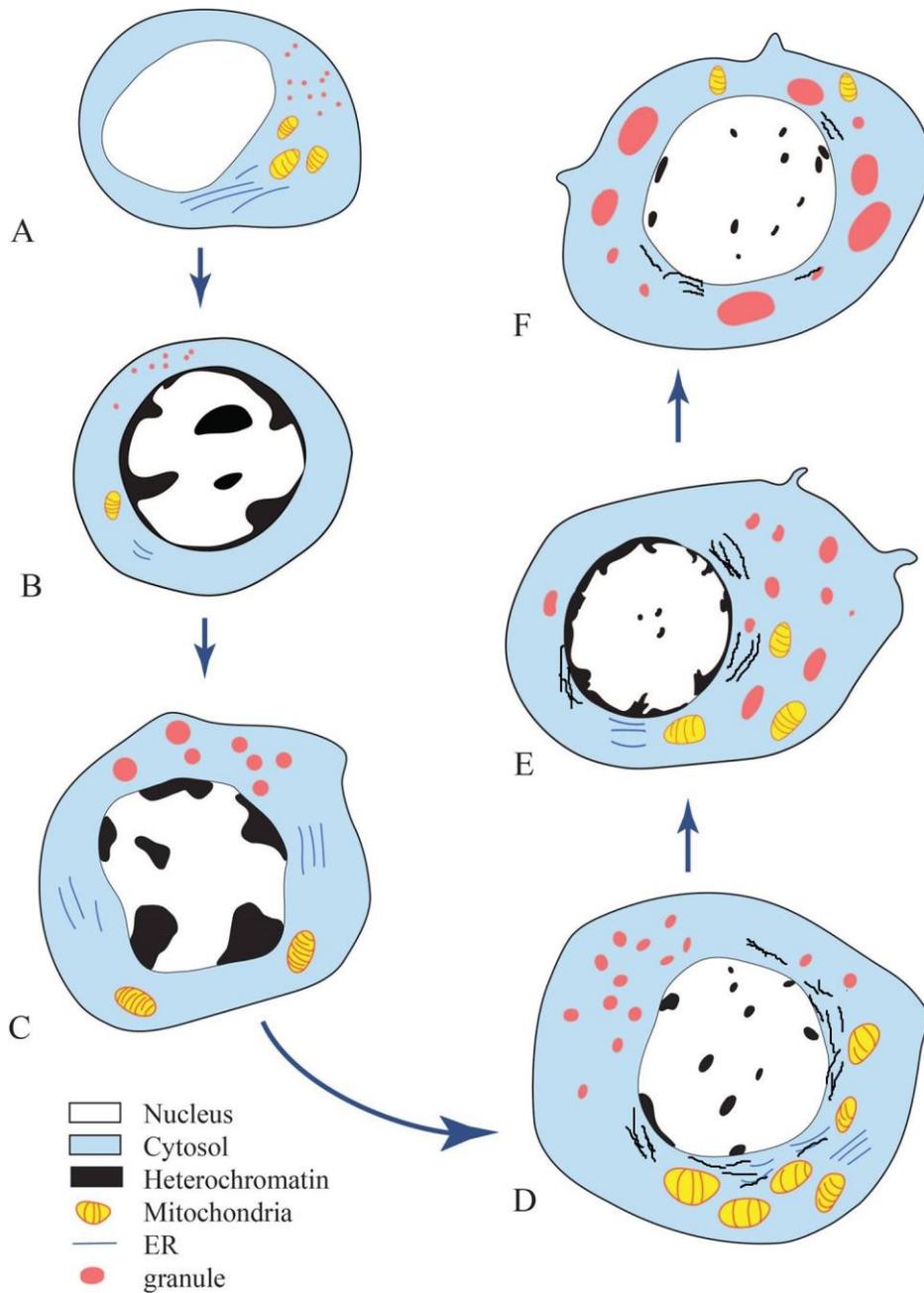
TEM imaging of *H. barbouri* seahorse head kidney clearly visualized the differentiation stages of the granulopoietic series, enabling to classify them from the youngest myeloblasts to the mature granulocytes. The presence of these cells in the kidney marrow of the seahorse was similar to those investigated in other teleosts (Esteban et al., 1989; Meseguer et al., 1990; Abdel-Aziz et al., 2010). In addition, the granulopoietic series in the seahorse can be explained as the percent proportion or percentage of cell populations. By this approach, it is interesting that our rared seahorses exhibited the highest proportion of the late promyelocytes compared to other granulocytic cells. This is constrast to other literatures describing teleost granulopoiesis. It was postulated that the increased number of promyelocytes was observed during an infectious disease and significantly correlated with the fever index (Marsh et al., 1967). Our previous data also showed the appearance of kidney histopathology of *H. barbouri* (Kamnurdnin et al. in press). Thus, peak in promyelocyte population in this study might be the early sign for renal inflammation. This also implies that the development of immune cells in our rared seahorse was effective in response to the presence of infectious agents.



**Figure 1** Electron micrographs showing the granulopoiesis in the head kidney of *Hippocampus barbouri*. A. Ultrastructural overview of granulopoietic cells B. Undifferentiated progenitor of granulopoietic series or myeloblast C. Higher magnification of myeloblast. Abbreviations: Ep = early promyelocyte, ER = endoplasmic reticulum, Lp = late promyelocyte, Mc = myelocytes, Mi = mitochondria, Nm = nuclear membrane, R = ribosome, Upb = undifferentiated presumptive blast cell.



**Figure 2** Electron micrographs showing the granulopoietic series in the head kidney of *Hippocampus barbouri*. Different stages of granulopoietic cells are shown: early promyelocyte and late promyelocyte (A-B), myelocyte (C-D) and metamyelocytes (E-G). Abbreviations: Chc = clumped heterochromatin, ER = endoplasmic reticulum, Eu = euchromatin, Gn = granules, Hc = heterochromatin, Mi = mitochondria, N = nucleus, P = pseudopodia, PG = pre-granules or vacuolated granule like-structure, R = ribosome, cycle = granule like-structure.



**Figure 3** Schematic diagram showing the characterizations of the granulopoietic series of *Hippocampus barbouri* including myeloblast (A), early promyelocyte (B), late promyelocyte, (C), myelocyte (D), metamyelocyte (E) and mature granulocyte (F).

As important function of specific granules is to play roles in immunity, the granules contain hydrolytic enzymes and cytotoxic contents to support of leucocyte function (De duve, 1963; Hirsch and Cohn, 1964; Cohn & Hirsch, 1960). The formation of specific granules in granulopoietic cells is a complex mechanism involving many pathways in cell signaling and cellular mechanism of protein synthesis and transportation via trans-Golgi network for granular formation (Borregaard, 1966; Borregaard et al., 1987; Lawrence et al., 2018). Mitochondria also plays some part in the intracellular membrane system connecting to endoplasmic reticulum–Golgi complex network and this kind of intracellular network ultrastructure can also be seen in granulopoiesis of a teleost fish (sea bass), as shown in Meseguer et al., 1990. Our finding also showed similar observation to these literatures that the condensation of the granule content in the developing promyelocyte came at the same period of large accumulations of mitochondria and ER in the cells.

The presence of different granular cell series in our observation showed that the head kidney of seahorse definitely can be considered as kidney marrow, an equivalent structure to human bone marrow (Bainton, and Farquhar, 1966). The initial stage of granular cell population in sea bass were reported by Meseguer et al. (1990) and they found that myelocyte was the first cell type in the series producing the granules while our study first showed that it was the earlier stage - promyelocyte in the seahorse firstly generating specific granules. Other aspects of development from myelocyte to mature cells in term of density/number of the specific granules were consistent to other reports of teleost fishes (Esteban et al., 1989; Abdel-Aziz et al., 2010) and other vertebrates (Curtis et al., 1979; Brederoo et al., 1986), suggesting the well-conserved program of immune cell formation among vertebrates.

## Conclusion

This study highlights the first ultrastructural detail of granulopoietic series in the head kidney of *H. barbouri* seahorse under captivity. Under differentiation from the myeloblast to the mature myelocyte, here we reported key findings including the late myelocyte as the highest proportion and the myelocyte as an initial cell type producing specific granules. The presence of similar cell morphology, nucleus character and organelle complexity in the granulopoietic cells in the seahorse agreed well to other literatures reporting teleost and vertebrate granulopoiesis and emphasized the analogy of teleost head kidney to mammalian bone marrow. Hopefully, this informative data above will present making possible interspecific comparisons between seahorses/other fishes and use as an indicator of hemato-ecological impacts.

## Acknowledgements

We would like to thanks to the Department of Marine Science and Environment, Faculty of Science and Fisheries Technology, Rajamangala University of Technology Srivijaya, Trang Campus, for their technical support in a laboratory and informative discussion.

## References

- Abdel-Aziz, E. H., Abdu, B. B. S., Ali, T. E. & Fouad, H.F. (2010). Haemopoiesis in the head kidney of tilapia, *Oreochromis niloticus* (Teleostei: Cichlidae): a morphological (optical and ultrastructural) study. *Fish Physiology and Biochemistry*, 36(3), 323-36. <https://dx.doi.org/10.1007/s10695-008-9297-z>
- Avagyan, S. & Zon, L. I. (2016). Fish to Learn: Insights into blood development and blood disorders from zebrafish hematopoiesis. *Human Gene Therapy*, 27(4), 287-294. <https://dx.doi.org/10.1089/hum.2016.024>

- Bainton, D. F. & Farquhar, M. G. (1966). Origin of Granules in Polymorphonuclear Leukocytes. *The Journal of Cell Biology*, 9(2), 277-301. <https://dx.doi.org/10.1083/jcb.28.2.277>
- Boomker, J. (1979). The haemocytology and histology of the haemopoietic organs of *Clarias gariepinus* and *Sarotherodon mossambicus*. *Onderstepoort Journal of Veterinary Research*, 46, 217-222.
- Borregaard, N. (1996). Current concepts about neutrophil granule physiology. *Current Opinion in Hematology*, 3(1), 11-18. <https://dx.doi.org/10.1097/00062752-199603010-00003>
- Borregaard, N. & Miller, L. M. (1987). Chemoattractantregulated mobilization of a novel intracellular compartment in human neutrophils. *Science*, 237(4819), 1204-1206.
- Brederoo, P., Van Der Meulen, J. & Deams, W.T. (1986) Ultrastructural localization of peroxidase activity in developing neutrophil granulocytes from human bone marrow. *Histochemistry*, 84(4-6), 445-453
- Curtis, S. K., Cowden, R. R. & Nagel, J. W. (1979). Ultrastructure of the bone marrow of the salamander *Plethodon glutinosus* (Caudata: Plethodontidae). *Journal of Morphology*, 159(2), 151-184.
- Cohn, Z. A. & Hirsch, J. G. (1960) The isolation and properties of specific cytoplasmic granules of rabbit polymorphonuclear leucocytes. *Journal of Experimental Medicine*, 112(6), 983-1004. <https://dx.doi.org/10.1084/jem.112.6.983>
- De duve, C. (1963). The lysosome concept. In A. V. S. de Reuck & M. P. Cameron (Eds), *Foundation Symposium on Lysosomes*, pp. 1-35. Boston, Little, Brown & Co Publisher.
- Esteban, M. A., Meseguer, J., García A. A. & Agulleiro, B. (1989). Erythropoiesis and thrombopoiesis in the head kidney of the sea bass (*Dicentrarchus labrax* L.). An ultrastructural study. *Archives of Histology and Cytology*, 52(4), 407-419. <https://dx.doi.org/10.1679/aohc.52.407>
- Geven, E. J. W. & Klaren, P. H. M. (2017). The teleost head kidney: Integrating thyroid and immune signaling. *Developmental & Comparative Immunology*. 66, 73-83. <https://doi.org/10.1016/j.dci.2016.06.025>
- Hirsch J. G. & Cohn, Z. A. (1964). Digestive and autolytic functions of lysosomes in phagocytic cells. *Federation Proceedings*, 23, 1023-1025.
- The International Union for Conservation of Nature (IUCN). (2006), IUCN Red list of Threatened Species.
- Kamnurdnin, T. (2017). *Effects of food on growth and gonadal development of seahorse Hippocampus* sp. (M.Sc Thesis) Department of Marine Science, Chulalongkorn University, Bangkok. (in English)
- Kamnurdnin, T., Senarat, S., Kettratad, J., pengsakul, T., Jiraungkoorskul, W., Sooksuwan, R., Sukparangsi, W. & Sudtongkong, C. (in press). Histopathological observation and health status of captive *Hippocampus barbouri* Jordan & Richardson, 1908. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*. <https://rdo.psu.ac.th/sjstweb/Ar-Press/2020Jan/12.pdf>
- Lawrence, S. M., Corriden, R. & Nizet, V. 2018. The ontogeny of a neutrophil: mechanisms of granulopoiesis and homeostasis. *Microbiology and Molecular Biology Reviews*. 82(1), 7-17. <https://doi.org/10.1128/MMBR.00057-17>
- Lourie, S., Foster, S., Cooper, E. & Vincent, A. (2004). A Guide to the Identification of Seahorses. Washington DC: Project Seahorse and TRAFFIC North America. Accessed March 10, 2011 at [http://www.traffic.org/species-reports/traffic\\_species\\_fish29.pdf](http://www.traffic.org/species-reports/traffic_species_fish29.pdf).
- Mattisson, A. G. M. & Fange, R. (1977). Light and electron microscopic observations on the blood cells of the Atlantic hagfish, *Myxine glutinosa* (L). *Acta Zoologica (Stockholm)*, 58(4), 205-221. <https://doi.org/10.1111/j.1463-6395.1977.tb00257.x>

- Marsh, J. C., Boggs, D. R. & Cartwright, G. E. (1967). Neutrophil kinetics in acute infection. *The Journal of Clinical Investigation*, 46(12), 1943–1953.
- Meseguer, J., Esteban, M. A., Garcia, A. A., Lopez, R. A. & Agulleiro B. (1990). Granulopoiesis in the head kidney of the sea bass *Dicentrarchus labrax* L. An ultrastructural study. *Archives of Histology and Cytology*, 53(3), 287-296. <https://doi.org/10.1679/aohc.53.287>
- Rombout, J.H.W.M., Huttenhuis, H.B.T., Picchietti, S. & Scapigliati, G. (2005). Phylogeny and ontogeny of fish leucocytes. *Fish and Shellfish Immunology*, 19(5), 441-455. <https://doi.org/10.1016/j.fsi.2005.03.007>
- Savage, A. G. (1983). The ultrastructure of the blood cells of the pike *Esox lucius* L. *Journal of Morphology*, 178(2), 187-206. <https://doi.org/10.1002/jmor.1051780209>.
- Willett, C., Cortes, A., Zuasti, A. & Zapata, A. (1999). Early hematopoiesis and developing lymphoid organs in zebrafish. *Developmental Dynamics*, 214(4), 323-336.
- Yamamoto, M. & Iuchi, I. (1976). Electron microscopic study of erythrocytes in developing rainbow trout *Salmo gairdneri* with particular reference to changes in the cell line. *Journal of Experimental Zoology*, 191(3), 407-426. <https://doi.org/10.1002/jez.1401910311>
- Zapata, A. (1979) Estudio ultraestructural de la mielopoiesis en peces teleosteos. *Morfol Normative Patology Sec A*, 3, 737-747
- Zuasti, A., Ferrev, C., Ballesta, J. and Pastor, L.M. 1987. Ultrastructure of the tubules nephron of Testudoaracea (Chelonia). A comparison between hibernation and non hibernation animals. *Histol. Histopath.* 2, 391–400.

## Research Article

# On the Monoid of Generalized Cohypersubstitutions of type $\tau = (n)$

Nagornchat Chansuriya\*

Faculty of Science, Energy and Environment, King Mongkut's University of Technology North Bangkok (Rayong Campus), Rayong 21120, Thailand

\*E-mail: nagornchat.c@sciee.kmutnb.ac.th

Received: 20/06/2020; Revised: 25/09/2020; Accepted: 05/11/2020

### Abstract

In this research, we study some properties of projection and dual generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$  and characterize the set of all idempotent elements of monoid of generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ .

**Keywords:** generalized cohypersubstitutions, idempotent elements, projection and dual generalized cohypersubstitutions

### Introduction

The topic on universal algebra, interested by many authors, is cohypersubstitution of type  $\tau$ . It was firstly introduced by Denecke & Saengsura (2009). They constructed the monoid of cohypersubstitutions of type  $\tau$  and studied some algebraic-structural properties of their monoid. After that, Boonchari & Saengsura (2016) focused on the monoid of cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ ,  $Cohyp(n)$ , and characterized all idempotent and regular elements of the monoid. They also characterized some Green's relations on  $Cohyp(n)$ . Afterwards, Lekkoksung, N., Jampachon & Lekkoksung, S. (2017) studied the semigroup properties and characterized all idempotent elements of weak projection cohypersubstitutions. For studying on generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n_i)_{i \in I}$ ,  $Cohyp_G(\tau)$ , Jermjitpornchai & Saengsura (2013) generalized the concept of Denecke & Saengsura (2009) and introduced the coterminals, generalized superpositions, and some algebraic-structural properties. They also constructed the monoid of generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n_i)_{i \in I}$ . For  $\tau = (2)$ , Saengsura & Jermjitpornchai (2013) characterized all idempotent and regular elements. Moreover, Saengsura & Butkote (2015) characterized all idempotent and regular elements of the monoid of generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (3)$ .

In semigroup theory, it is of interest to consider various type of its elements, including idempotent, regular, intra-regular, completely regular, etc. The set of all idempotent elements can be describe the special subsemigroup of the semigroup such as maximal subsemigroup, maximal unit regular subsemigroup, etc. Moreover, the idempotent elements are the important

example of regular element that use to describe the structure of regular semigroup. In generalized cohypersubstitutions of type  $\tau$ , the set of all idempotent elements is important to the study of algebraic-structural properties of the monoid  $Cohyp_G(\tau)$  such as the charecterization of maximal idempotent submonoid, the charecterization of regular elements and the regular semigroup of generalized cohypersubstitutions of type  $\tau$ . In the case of  $\tau = (2)$ , Chansuriya (2020) determined all maximal idempotent submonoids which are useful to determine another properties of the monoid. In this research, we focus on the monoid of generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ . Firstly, we study the properties of projection and dual generalized cohypersubstitutions. Furthermore, we characterize the set of all idempotent elements of this monoid which is a tool for determine some maximal submonoids and some structural properties of the monoid.

### Materials and Methods

In this section, we collect the basic definitions and the concept of the monoid of generalized cohypersubstitutions for using in this research.

**Definition 1. [Jermjitpornchai & Saengsura (2013)]** Let  $A$  be a nonempty set and  $n$  be a positive integer. The  $n$ -th copower  $A^{\dot{\circ}n}$  of  $A$  is the union of  $n$  disjoint copies of  $A$ ; formally, we define  $A^{\dot{\circ}n}$  as the Cartesian product  $A^{\dot{\circ}n} := \underline{n} \times A$ , where  $\underline{n} := \{1, \dots, n\}$ , i.e.  $A^{\dot{\circ}n} := \{(i, a) \mid i \in \underline{n} \text{ and } a \text{ in the } i\text{-th copy of } A\}$ .

A *co-operation* on  $A$  is a mapping  $f^A : A \rightarrow A^{\dot{\circ}n}$  for some  $n \geq 1$  where  $n$  is the arity of the co-operation  $f^A$  and  $f^A$  is  $n$ -ary co-operation defined on the set  $A$ . Every  $n$ -ary co-operation  $f^A$  on the set  $A$  can be uniquely expressed as the pair of mappings  $(f_1^A, f_2^A)$  where  $f_1^A : A \rightarrow \underline{n}$  gives the labelling used by  $f^A$  in mapping elements to copie of  $A$ , and  $f_2^A : A \rightarrow A$  tells us what element of  $A$  any element is mapped to, so  $f^A(a) = (f_1^A(a), f_2^A(a))$ . Note that  $cO_A^{(n)} = \{f^A : A \rightarrow A^{\dot{\circ}n}\}$  is the set of all  $n$ -ary co-operations defined on  $A$  and  $cO_A := \bigcup_{n \geq 1} cO_A^{(n)}$  is the set of all finitary co-operations defined on  $A$ . The special co-operations which are defined for each  $0 \leq i \leq n-1$  by  $t_i^{n,A} : A \rightarrow A^{\dot{\circ}n}$  with  $a \mapsto (i, a)$  for all  $a \in A$  are called *injection co-operation*.

**Definition 2. [Jermjitpornchai & Saengsura (2013)]** Let  $\tau = (n_i)_{i \in I}$  and  $(f_i)_{i \in I}$  be an indexed set of co-operation symbols which  $f_i$  has arity  $n_i$  for each  $i \in I$ . Let  $\{e_j^n \mid n \geq 1, n \in \square, 0 \leq j \leq n-1\}$  be a set of symbols which disjoint from  $\{f_i \mid i \in I\}$  such that  $e_j^n$  has arity  $n$  for each  $0 \leq j \leq n-1$ . The *coterms* of of type  $\tau$  are defined as follows:

- (i) For every  $i \in I$  the co-operation symbol  $f_i$  is an  $n_i$ -ary coterm of type  $\tau$ .
- (ii) For every  $n \geq 1$  and  $0 \leq j \leq n-1$  the symbol  $e_j^n$  is an  $n$ -ary coterm of type  $\tau$ .
- (iii) If  $t_0, \dots, t_{n_i-1}$  are  $n$ -ary coterms of type  $\tau$ , then for every  $i \in I$ ,  $f_i[t_0, \dots, t_{n_i-1}]$  is an  $n$ -ary coterm of type  $\tau$ , and if  $t_0, \dots, t_{n-1}$  are  $m$ -ary coterm of type  $\tau$ , then  $e_j^n[t_0, \dots, t_{n-1}]$  is an  $m$ -ary coterm of type  $\tau$  for every  $0 \leq j \leq n-1$ .

The set of all  $n$ -ary coterms of type  $\tau$  denoted by  $CT_\tau^{(n)}$ , and the set of all coterms of type  $\tau$  denoted by  $CT_\tau := \bigcup_{n \geq 1} CT_\tau^{(n)}$ . The following is a generalized superposition of the coterms as following.

**Definition 3. [Jermjitpornchai & Saengsura (2013)]** Let  $\square^* = \square \cup \{0\}$  and  $m \in \square^*$ . A *generalized superposition* of the coterms  $S^m : CT_\tau \times (CT_\tau)^m \rightarrow CT_\tau$  defined inductively by the following steps:

- (i) If  $t = e_i^n$  and  $0 \leq i \leq m-1$ , then  $S^m(e_i^n, t_0, \dots, t_{m-1}) = t_i$ , where  $t_0, \dots, t_{m-1} \in CT_\tau$ .
- (ii) If  $t = e_i^n$  and  $0 < m \leq i \leq n-1$ , then  $S^m(e_i^n, t_0, \dots, t_{m-1}) = e_i^n$ , where  $t_0, \dots, t_{m-1} \in CT_\tau$ .

- (iii) If  $t = f_i[s_1, \dots, s_{n_i}]$ , then  $S^m(t, t_1, \dots, t_m) = f_i[S^m(s_1, t_1, \dots, t_m), \dots, S^m(s_{n_i}, t_1, \dots, t_m)]$ , where  $S^m(s_1, t_1, \dots, t_m), \dots, S^m(s_{n_i}, t_1, \dots, t_m) \in CT_\tau$ .

Now, the above definition can be written as the following forms:

- (i) If  $t = e_i^n$  and  $0 \leq i \leq m-1$ , then  $e_i^n[t_0, \dots, t_{m-1}] = t_i$ , where  $t_0, \dots, t_{m-1} \in CT_\tau$ .
- (ii) If  $t = e_i^n$  and  $0 < m \leq i \leq n-1$ , then  $e_i^n[t_0, \dots, t_{m-1}] = e_i^n$ , where  $t_0, \dots, t_{m-1} \in CT_\tau$ .
- (iii) If  $t = f_i[s_1, \dots, s_{n_i}]$ , then  $(f_i[s_1, \dots, s_{n_i}])[t_1, \dots, t_m] = f_i[s_1[t_1, \dots, t_m], \dots, s_{n_i}[t_1, \dots, t_m]]$ , where  $s_1[t_1, \dots, t_m], \dots, s_{n_i}[t_1, \dots, t_m] \in CT_\tau$ .

**Definition 4. [Jermjitpornchai & Saengsura (2013)]** A *generalized cohypersubstitution* of type  $\tau$  is a mapping  $\sigma : \{f_i \mid i \in I\} \rightarrow CT_\tau$ . Denoted by  $Cohyp_G(\tau)$  the set of all generalized

cohypersubstitutions of type  $\tau$ . If  $t, t_1, \dots, t_n \in CT_\tau$  and  $\sigma \in Cohyp_G(\tau)$ , then  $\hat{\sigma}(t[t_1, \dots, t_n]) := \hat{\sigma}(t)[\hat{\sigma}(t_1), \dots, \hat{\sigma}(t_n)]$ .

Generalized cohypersubstitution  $\sigma$  can be uniquely extended to mappings  $\hat{\sigma}: CT_\tau \rightarrow CT_\tau$  which are inductively defined by the following steps:

- (i)  $\hat{\sigma}(e_j^n) := e_j^n$  for every  $n \geq 1$  and  $0 \leq j \leq n-1$ ,
- (ii)  $\hat{\sigma}(f_i) := \sigma(f_i)$  for every  $i \in I$ ,
- (iii)  $\hat{\sigma}(f_i[t_1, \dots, t_{n_i}]) := \sigma(f_i)[\hat{\sigma}(t_1), \dots, \hat{\sigma}(t_{n_i})]$  for  $t_1, \dots, t_{n_i} \in CT_\tau^{(n)}$ .

Using this extension of generalized cohypersubstitution we can define a binary operation on the set  $Cohyp_G(\tau)$  of all generalized cohypersubstitutions of type  $\tau$  as following. Define a function  $\circ_{CG}: Cohyp_G(\tau) \times Cohyp_G(\tau) \rightarrow Cohyp_G(\tau)$  on the set of all generalized cohypersubstitutions by  $\sigma_1 \circ_{CG} \sigma_2 := \hat{\sigma}_1 \circ \sigma_2$  for all  $\sigma_1, \sigma_2 \in Cohyp_G(\tau)$  where  $\circ$  is a usual composition of mappings. Let  $\sigma_{id}$  be the generalized cohypersubstitution such that  $\sigma_{id}(f_i) := f_i$  for all  $i \in I$ . Then the following proposition is obtained.

**Proposition 5. [Jermjitpornchai & Saengsura (2013)]** The set  $Cohyp_G(\tau)$  of all generalized cohypersubstitutions of type  $\tau$  is associates with a binary operation  $\circ_{CG}$  and the generalized cohypersubstitution  $\sigma_{id}$  is an identity of  $Cohyp_G(\tau)$ .

So  $\underline{Cohyp_G(\tau)} := (Cohyp_G(\tau), \circ_{CG}, \sigma_{id})$  is a monoid. This monoid is called the monoid of all generalized cohypersubstitutions of type  $\tau$ . For more details of the monoid of all generalized cohypersubstitutions of type  $\tau$  see in Jermjitpornchai & Saengsura (2013).

## Results

In this section, we denote:

- $f$  := a cooperation symbol of type  $\tau = (n)$ ,
- $\sigma_t$  := the generalized cohypersubstitution  $\sigma$  of type  $\tau$  which maps  $f$  to the coterms  $t$ ,
- $e_j^n$  := the injection symbol for all  $0 \leq j \leq n-1, n \in \mathbb{N}$ ,
- $\sigma_{e_j^n}$  := the generalized cohypersubstitution  $\sigma$  of type  $\tau$  which maps  $f$  to the coterms  $e_j^n$ ,
- $E(t)$  := the set of all injection symbols which occur in the coterms  $t$ : i.e. for  $\tau = (2)$ , if  $t = f[e_0^2, f[e_2^2, e_4^2]]$ , then  $E(t) = \{e_0^2, e_2^2, e_4^2\}$ .

Now, we consider two types of special elements as following.

## 1. Projection and dual generalized cohypersubstitutions of type $\tau = (n)$

In this section, we study the set of special elements of  $Cohyp_G(n)$  that are projection and dual generalized cohypersubstitutions.

Let  $\tau = (n)$  and  $E := \{e_j^n \mid n, j \in \square\}$ . A *projection generalized cohypersubstitution* is a generalized cohypersubstitution  $\sigma_t$  where  $t$  is the injection symbol. Denoted by  $P_G^{inj}(n)$  the set of all projection generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ , i.e.

$$P_G^{inj}(n) := \left\{ \sigma_{e_j^n} \mid e_j^n \in E \right\}.$$

**Lemma 1.** For any  $\sigma_t \in Cohyp_G(n)$  and  $\sigma_{e_j^n} \in P_G^{inj}(n)$ , we have

- (i)  $\sigma_t \circ_{CG} \sigma_{e_j^n} = \sigma_{e_j^n}$
- (ii)  $\sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_t \in P_G^{inj}(n)$ .

**Proof.** (i) Let  $\sigma_{e_j^n}(f) = e_j^n$ . Consider

$$\left( \sigma_t \circ_{CG} \sigma_{e_j^n} \right)(f) = \left( \hat{\sigma}_t \circ \sigma_{e_j^n} \right)(f) = \hat{\sigma}_t \left( \sigma_{e_j^n}(f) \right) = \hat{\sigma}_t \left( e_j^n \right) = e_j^n = \sigma_{e_j^n}(f).$$

$$\text{Thus } \sigma_t \circ_{CG} \sigma_{e_j^n} = \sigma_{e_j^n}.$$

(ii) We will consider two cases of  $t$ . If  $t \in E$  and (i), then we have  $\sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_t = \sigma_t \in P_G^{inj}(n)$ . Assume that  $t = f[s_0, \dots, s_{n-1}]$  and  $\sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_{s_0}, \dots, \sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_{s_{n-1}} \in P_G^{inj}(n)$ . So  $\hat{\sigma}_{e_j^n}(s_0), \dots, \hat{\sigma}_{e_j^n}(s_{n-1}) \in E$ . Then we get

$$\begin{aligned} \left( \sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_t \right)(f) &= \left( \sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_{f[s_0, \dots, s_{n-1}]} \right)(f) \\ &= \hat{\sigma}_{e_j^n} \left( f[s_0, \dots, s_{n-1}] \right) \\ &= e_j^n \left( \hat{\sigma}_{e_j^n}[s_0], \dots, \hat{\sigma}_{e_j^n}[s_{n-1}] \right). \end{aligned}$$

If  $0 \leq j \leq n-1$ , then  $\left( \sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_t \right)(f) = \hat{\sigma}_{e_j^n}(s_j) \in E$ . If  $j \geq n$ , then

$$\left( \sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_t \right)(f) = e_j^n \in E. \text{ So } \sigma_{e_j^n} \circ_{CG} \sigma_t \in P_G^{inj}(n).$$

### Corollary 2.

(i)  $P_G^{inj}(n) \cup \{\sigma_{id}\}$  is a submonoid of  $Cohyp_G(n)$  and  $P_G^{inj}(n)$  is the smallest two-side ideal of  $Cohyp_G(n)$ .

(ii)  $P_G^{inj}(n)$  is the set of all right-zero elements of  $Cohyp_G(n)$ .

(iii) There are no left-zero elements in  $Cohyp_G(n)$ .

**Proof.** This proof is following from Lemma 1.

Next, we study another special kind of generalized cohypersubstitutions in  $Cohyp_G(n)$ . Let  $\pi$  be a permutation of the set  $J = \{0, 1, \dots, n-1\}$ . For any such permutation  $\pi$ , the generalized cohypersubstitution  $\sigma_\pi$  is called *dual generalized cohypersubstitutions* if  $\sigma_\pi = \sigma_{f[e_{\pi(0)}^n, e_{\pi(1)}^n, \dots, e_{\pi(n-1)}^n]}$ . Denoted by  $D_G^{inj}$  the set of all such dual generalized cohypersubstitutions.

**Lemma 3.**

(i) For any permutations  $\pi$  and  $\gamma$ , we have  $\sigma_\pi \circ_{CG} \sigma_\gamma = \sigma_{\pi \circ \gamma}$ .

(ii) Let  $\pi$  be any permutation with the inverse  $\pi^{-1}$ . The generalized cohypersubstitutions  $\sigma_\pi$  and  $\sigma_{\pi^{-1}}$  are inverse of each other.

**Proof.** (i) Let  $\sigma_\pi, \sigma_\gamma \in D_G^{inj}$  such that  $\sigma_\pi = \sigma_{f[e_{\pi(0)}^n, \dots, e_{\pi(n-1)}^n]}$  and  $\sigma_\gamma = \sigma_{f[e_{\gamma(0)}^n, \dots, e_{\gamma(n-1)}^n]}$ . We consider

$$\begin{aligned} (\sigma_\pi \circ_{CG} \sigma_\gamma)(f) &= \hat{\sigma}_\pi \left( f \left[ e_{\gamma(0)}^n, \dots, e_{\gamma(n-1)}^n \right] \right) \\ &= (\sigma_\pi(f)) \left[ \hat{\sigma}_\pi \left( e_{\gamma(0)}^n \right), \dots, \hat{\sigma}_\pi \left( e_{\gamma(n-1)}^n \right) \right] \\ &= \left( f \left[ e_{\pi(0)}^n, \dots, e_{\pi(n-1)}^n \right] \right) \left[ e_{\gamma(0)}^n, \dots, e_{\gamma(n-1)}^n \right] \\ &= f \left[ e_{\pi(0)}^n \left[ e_{\gamma(0)}^n, \dots, e_{\gamma(n-1)}^n \right], \dots, e_{\pi(n-1)}^n \left[ e_{\gamma(0)}^n, \dots, e_{\gamma(n-1)}^n \right] \right] \\ &= f \left[ e_{\pi(\gamma(0))}^n, \dots, e_{\pi(\gamma(n-1))}^n \right] \\ &= \sigma_{\pi \circ \gamma}(f). \end{aligned}$$

Thus  $\sigma_\pi \circ_{CG} \sigma_\gamma = \sigma_{\pi \circ \gamma}$ .

(ii) These follows from (i).

**Lemma 4.** Let  $\sigma$  and  $\delta$  be in  $Cohyp_G(n)$ . If  $\sigma \circ_{CG} \delta \in D_G^{inj}$ , then  $\sigma$  and  $\delta$  are all in  $D_G^{inj}$ .

**Proof.** Let  $\sigma(f) = f[u_0, \dots, u_{n-1}]$  and  $\delta(f) = f[v_0, \dots, v_{n-1}]$ .

Consider

$$\begin{aligned}
 (\sigma \circ_{CG} \delta)(f) &= \hat{\sigma}(f[v_0, \dots, v_{n-1}]) \\
 &= (\sigma(f))[\hat{\sigma}(v_0), \dots, \hat{\sigma}(v_{n-1})] \\
 &= (f[u_0, \dots, u_{n-1}])[\hat{\sigma}(v_0), \dots, \hat{\sigma}(v_{n-1})] \\
 &= f[u_0[\hat{\sigma}(v_0), \dots, \hat{\sigma}(v_{n-1})], \dots, u_{n-1}[\hat{\sigma}(v_0), \dots, \hat{\sigma}(v_{n-1})]].
 \end{aligned}$$

Since  $\sigma \circ_{CG} \delta \in D_G^{inj}$ , then there exist a permutation  $\pi$  such that

$$(\sigma \circ_{CG} \delta)(f) = f[e_{\pi(0)}^n, \dots, e_{\pi(n-1)}^n]. \text{ So we have}$$

$$\begin{aligned}
 f[e_{\pi(0)}^n, \dots, e_{\pi(n-1)}^n] &= (\sigma \circ_{CG} \delta)(f) \\
 &= f[u_0[\hat{\sigma}(v_0), \dots, \hat{\sigma}(v_{n-1})], \dots, u_{n-1}[\hat{\sigma}(v_0), \dots, \hat{\sigma}(v_{n-1})]].
 \end{aligned}$$

Since  $\pi$  is a permutation, then this force all the  $u_i$ 's and  $v_i$ 's to be the injection symbols. Therefore,  $\sigma$  and  $\delta$  are in  $D_G^{inj}$ .

**Lemma 5.**  $D_G^{inj}$  is a submonoid of  $Cohyp_G(n)$  and it is a group. The elements of  $Cohyp_G(n)$  doesn't have inverse in  $Cohyp_G(n)$ , so  $D_G^{inj}$  is a maximal subgroup of  $Cohyp_G(n)$ .

**Proof.** By Lemma 4., we obtain that  $D_G^{inj}$  is a submonoid of  $Cohyp_G(n)$  and, by Lemma 3.(ii), we have  $D_G^{inj}$  is a group. Let  $D$  be a subgroup of  $Cohyp_G(n)$  such that

$$D_G^{inj} \subseteq D \subset Cohyp_G(n). \text{ Let } \sigma_t \in D \text{ where } t = f[u_0, \dots, u_{n-1}]; u_i \in CT_{(n)}, i \in \{0, \dots, n-1\}.$$

Then there exist  $\sigma_{t'} \in D$  where  $t' = f[u'_0, \dots, u'_{n-1}]; u'_i \in CT_{(n)}, i \in \{0, \dots, n-1\}$  such that

$\sigma_t \circ_{CG} \sigma_{t'} = \sigma_{id}$ . Assume that  $\sigma_t \notin D_G^{inj}$ . We consider

$$\begin{aligned}
 (\sigma_t \circ_{CG} \sigma_{t'})(f) &= \hat{\sigma}_t(f[u'_0, \dots, u'_{n-1}]) \\
 &= (\sigma_t(f))[\hat{\sigma}_t(u'_0), \dots, \hat{\sigma}_t(u'_{n-1})] \\
 &= (f[u_0, \dots, u_{n-1}])[\hat{\sigma}_t(u'_0), \dots, \hat{\sigma}_t(u'_{n-1})] \\
 &= f[u_0[\hat{\sigma}_t(u'_0), \dots, \hat{\sigma}_t(u'_{n-1})], \dots, u_{n-1}[\hat{\sigma}_t(u'_0), \dots, \hat{\sigma}_t(u'_{n-1})]].
 \end{aligned}$$

Since  $\sigma_t \notin D_G^{inj}$ , this force that  $u_j[\hat{\sigma}_t(u'_0), \dots, \hat{\sigma}_t(u'_{n-1})] \neq e_j^n; j \in \{0, \dots, n-1\}$ . So  $\sigma_t \circ_{CG} \sigma_{t'} \neq \sigma_{id}$  which is a contradiction. Thus  $\sigma_t \in D_G^{inj}$ . Hence  $D = D_G^{inj}$ . Therefore,  $D_G^{inj}$  is a maximal subgroup.

Let  $F^{inj}$  be the set of generalized cohypersubstitutions of the form  $\sigma_{f[e_i^n, \dots, e_i^n]}$  for  $0 \leq i \leq n-1$ . Then we have the following lemma.

**Lemma 6.** Let  $M^{inj} = P_G^{inj}(n) \cup D_G^{inj} \cup F^{inj}$ . Then  $M^{inj}$  is a submonoid of  $Cohyp_G(n)$ .

**Proof.** The proof of this lemma is straightforward.

## 2. Idempotent in monoid of generalized cohypersubstitutions of type $\tau = (n)$

In this section, we characterize the idempotent generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ . We firstly recall the definition of an idempotent element of semigroup for using in this section. Let  $S$  be a semigroup. An element  $a \in S$  is called *idempotent* if  $aa = a$ . Denoted by  $E(S)$  the set of all idempotent elements of  $S$ .

**Lemma 7.** Let  $t, u_0, \dots, u_{n-1}$  be in  $CT_{(n)}$  and  $J = \{0, 1, \dots, n-1\}$ .

(i) If  $E(t) = \{e_j^n \mid \forall j \in J\}$  and  $u_j = e_j^n$  for all  $j \in J$ , then  $t[u_0, \dots, u_{n-1}] = t$ .

(ii) If  $E(t) \cap \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \emptyset$ , then  $t[u_0, \dots, u_{n-1}] = t$ .

**Proof.** (i) We proof that by considered the cases of the cotermin  $t$ .

If  $t = e_j^n$  where  $0 \leq j \leq n-1$ , then  $e_j^n[u_0, \dots, u_{n-1}] = u_j = e_j^n$ .

If  $t = e_j^n$  where  $j \geq n$ , then  $e_j^n[u_0, \dots, u_{n-1}] = e_j^n$ .

If  $t = f[t_0, \dots, t_{n-1}]$  and assume that  $t_i[u_0, \dots, u_{n-1}] = t_i$  where  $i = 0, 1, \dots$ , then

$$\begin{aligned} t[u_0, \dots, u_{n-1}] &= (f[t_0, \dots, t_{n-1}])[u_0, \dots, u_{n-1}] \\ &= f[t_0[u_0, \dots, u_{n-1}], \dots, t_{n-1}[u_0, \dots, u_{n-1}]] \\ &= f[t_0, \dots, t_{n-1}] \\ &= t. \end{aligned}$$

The proof of (ii) is similarly to (i).

**Theorem 8.** The generalized cohypersubstitutions  $\sigma_t$  is an idempotent if and only if

$$\sigma_t(t) = t.$$

**Proof.** Let  $t \in CT_{(n)}$ . Assume that  $\sigma_t$  is an idempotent. Then

$$\hat{\sigma}_t(t) = \hat{\sigma}_t(\sigma_t(f)) = (\sigma_t \circ_{CG} \sigma_t)(f) = \sigma_t(f) = t.$$

Conversely, assume that  $\hat{\sigma}_t(t) = t$ . Then

$$(\sigma_t \circ_{CG} \sigma_t)(f) = \hat{\sigma}_t(\sigma_t(t)) = \hat{\sigma}_t(t) = t = \sigma_t(f).$$

**Corollary 9.**

(i)  $\sigma_{e_i^n}; i = 0, 1, \dots, n-1$  and  $\sigma_{id}$  are idempotent.

(ii) If  $\sigma_t \in Cohyp_G(n)$  and  $E(t) \cap \{e_0^n, e_1^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \emptyset$ , then  $\sigma_t$  is an idempotent.

**Proof.** (i) Since  $\hat{\sigma}_t(e_i^n) = e_i^n$  for all  $0 \leq i \leq n-1$  and  $t \in CT_{(n)}$ , then we have  $\hat{\sigma}_{e_i^n}(e_i^n) = e_i^n$  for all  $0 \leq i \leq n-1$ . By Theorem 8, we obtain that  $e_i^n$  is an idempotent for all  $0 \leq i \leq n-1$ . Since  $\sigma_{id}$  is an identity of  $Cohyp_G(n)$ , then it is also an idempotent of  $Cohyp_G(n)$ .

(ii) Let  $\sigma_t \in Cohyp_G(n)$  such that  $t = [t_0, \dots, t_{n-1}]$ . Assume that  $E(t) \cap \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \emptyset$ . Then we obtain that

$$\begin{aligned} (\sigma_t \circ_{CG} \sigma_t)(f) &= \hat{\sigma}_t(f[t_0, \dots, t_{n-1}]) \\ &= \sigma_t(f)[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \\ &= (f[t_0, \dots, t_{n-1}])[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \\ &= f[t_0, \dots, t_{n-1}] \quad (\text{Lemma 7.(ii)}) \\ &= \sigma_t(f). \end{aligned}$$

Therefore,  $\sigma_t$  is an idempotent.

**Theorem 10.** If  $t = f[t_0, \dots, t_{n-1}]$  and  $E(t) \cap \{e_0^n, e_1^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \{e_j^n\}$  for some  $j \in \{0, 1, \dots, n-1\}$ , then  $\sigma_t$  is an idempotent if and only if  $t_j = e_j^n$ .

**Proof.** Assume that  $\sigma_t$  is an idempotent. Then

$$\begin{aligned} f[t_0, \dots, t_j, \dots, t_{n-1}] &= \sigma_t(f) = (\sigma_t \circ_{CG} \sigma_t)(f) = \hat{\sigma}_t(\sigma_t(f)) \\ &= \sigma_t(f)[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \\ &= (f[t_0, \dots, t_j, \dots, t_{n-1}])[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \\ &= f[t_0[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})], \dots, \\ &\quad t_j[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})], \dots, \\ &\quad t_{n-1}[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})]]. \end{aligned}$$

Then  $t_j = t_j[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})]$ .

Suppose that  $t_j \neq e_j^n$ . Then we have the following two cases.

**Case 1.** If  $t_i = e_i^n$  for  $l \geq n$ , then  $\hat{\sigma}_t(t_j) = t_j$ . Since  $E(t) \cap \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \{e_j^n\}$ , then  $e_j^n \in E(t_j)$  for some  $i \in \{0, \dots, n-1\}$  and  $i \neq j$ . So

$t_j[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \neq t_j$ , which is a contradiction.

**Case 2.** If the number of cooperation symbols  $f$  which occur in a coterm  $t_j$  is greater than or equal to 1, then  $\hat{\sigma}_t(t_j) \neq e_j^n$ . This forces that

$t_j[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \neq t_j$ , this is a contradiction. Therefore  $t_j = e_j^n$ .

Conversely, let  $t_j = e_j^n$ . Then

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_t(t) &= \hat{\sigma}_t(f[t_0, \dots, t_j, \dots, t_{n-1}]) \\ &= (\sigma_t(f))[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \\ &= (f[t_0, \dots, e_j^n, \dots, t_{n-1}])[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, e_j^n, \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \\ &= f[t_0, \dots, e_j^n, \dots, t_{n-1}] \quad (\text{Lemma 7.(i)}) \\ &= t. \end{aligned}$$

**Lemma 11.** Let  $t \in CT_{(n)}$ . If  $u_0, \dots, u_{n-1} \in CT_{(n)}$  such that  $u_j \neq e_j^n$  for some  $j \in J, J \subseteq \{0, \dots, n-1\}$  and  $E(t) \cap \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \{e_j^n \mid \forall j \in J, |J| \geq 2\}$ , then  $t[u_0, \dots, u_{n-1}] \neq t$ .

**Proof.** Let  $t = f[t_0, \dots, t_{n-1}]$ . If  $t_0, \dots, t_{n-1} \in \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} \cup \{e_j^n \mid j \geq n\}$ , then

$$\begin{aligned} t[u_0, \dots, u_{n-1}] &= (f[t_0, \dots, t_{n-1}])[u_0, \dots, u_{n-1}] \\ &= f[t_0[u_0, \dots, u_{n-1}], \dots, t_{n-1}[u_0, \dots, u_{n-1}]]. \end{aligned}$$

Since  $t_0, \dots, t_{n-1} \in \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} \cup \{e_j^n \mid j \geq n\}$ , then we get  $t_j[u_0, \dots, u_{n-1}] = u_j$  for some  $j \in \{0, \dots, n-1\}$ . So  $t = f[t_0, \dots, t_{n-1}] \neq t[u_0, \dots, u_{n-1}]$ .

Assume that  $t_k[u_0, \dots, u_{n-1}] \neq t_k$  for some  $k \in \{0, \dots, n-1\}$  where  $e_j^n \in E(t_k)$ . Then

$$\begin{aligned} t[u_0, \dots, u_{n-1}] &= (f[t_0, \dots, t_{n-1}])[u_0, \dots, u_{n-1}] \\ &= f[t_0[u_0, \dots, u_{n-1}], \dots, t_{n-1}[u_0, \dots, u_{n-1}]] \\ &\neq f[t_0, \dots, t_{n-1}] = t. \end{aligned}$$

**Theorem 12.** Let  $J \subseteq \{0, 1, \dots, n-1\}$  and  $t \in CT_{(n)}$  such that

$E(t) \cap \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \{e_j^n \mid j \in J, |J| \geq 2\}$ . Then  $\sigma_t \in Cohyp_G(n)$  is an idempotent if and only if  $t_j = e_j^n$  for all  $j \in J$ .

**Proof.** Let  $t = f[t_0, \dots, t_{n-1}]$  and assume that  $\sigma_t$  is an idempotent. Then, by the same proof of Theorem 10, we obtain that

$$f[t_0, \dots, t_j, \dots, t_{n-1}] = f[t_0[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})], \dots, \\ t_j[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})], \dots, \\ t_{n-1}[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})]].$$

Suppose that  $t_j \neq e_j^n$  for some  $j \in J$ . Then  $\hat{\sigma}_t(t_j) \neq e_j^n$ . Since  $e_j^n \in E(t)$ , Lemma 11 gives us that  $t_l[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \neq t_l$  for some  $l \in \{0, \dots, n-1\}$  and  $e_l^n \in E(t_l)$ . This implies that

$$f[t_0, \dots, t_j, \dots, t_{n-1}] \neq f[t_0[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})], \dots, \\ t_j[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})], \dots, \\ t_{n-1}[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_j), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})]],$$

which is a contradiction. Therefore,  $t_j = e_j^n$  for all  $j \in J$ .

Conversely, we assume that  $t_j = e_j^n$  for all  $j \in J$ . Then  $\hat{\sigma}_t(t_j) = e_j^n$ . Since  $E(t) \cap \{e_0^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \{e_j^n \mid j \in J \subseteq \{0, 1, \dots, n-1\}, |J| \geq 2\}$ , then by using Lemma 7, we obtain that

$$\hat{\sigma}_t(t) = \hat{\sigma}_t(f[t_0, \dots, t_{n-1}]) \\ = (f[t_0, \dots, t_{n-1}])[\hat{\sigma}_t(t_0), \dots, \hat{\sigma}_t(t_{n-1})] \\ = f[t_0, \dots, t_{n-1}] = t.$$

Now, we have three disjoint sets of idempotent elements as follow:

$$E_0 := \{\sigma_{e_j^n} \mid j \in \{0, 1, \dots, n-1\}\} \cup \{\sigma_{id}\},$$

$$E_1 := \{\sigma_t \mid t = f[t_0, \dots, t_{n-1}]\} \text{ where}$$

$$E(t) \cap \{e_0^n, e_1^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \{e_j^n \mid j \in J \subseteq \{0, 1, \dots, n-1\} \text{ and } t_j = e_j^n\}, \text{ and}$$

$$E_2 := \left\{ \sigma_t \mid E(t) \cap \{e_0^n, e_1^n, \dots, e_{n-1}^n\} = \emptyset \right\}.$$

Then we have the following theorem.

**Theorem 13.**  $E(\text{Cohyp}_G(n)) := E_0 \cup E_1 \cup E_2$  is the set of all idempotent elements of  $\text{Cohyp}_G(n)$ .

**Proof.** The proof is directly from Corollary 9., Theorem 10., and Theorem 12.

### Conclusion

This research focuses on the special elements of the monoid of generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ . Firstly, we give some algebraic-structural properties of projection and dual generalized cohypersubstitutions. After that, we characterize the idempotent elements of  $\text{Cohyp}_G(n)$  and prove that  $E(\text{Cohyp}_G(n)) := E_0 \cup E_1 \cup E_2$  is the set of all idempotent elements of  $\text{Cohyp}_G(n)$ .

### Acknowledgement(s)

The author would also like to thanks the referees for their careful reading of the paper and their useful comments.

### References

- Boonchari, D. & Saengsura, K. (2016). Monoid of cohypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ . *Thai Journal of Mathematics*, 14(1), 191-201.
- Chansuriya, N. (2020). All maximal idempotent sbmonoids of generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (2)$ . *preprint*.
- Denecke, K. & Saengsura, K. (2009). Separation of clones of cooperations by cohyperidentities. *Discrete Mathematics*, 309, 772-783. Doi: 10.1016/j.disc.2008.01.043.
- Denecke, K. & Wishmath, S.L. (2009). *Universal Algebra and Coalgebra* (1<sup>st</sup> Ed.). Singapore: World Scientific Publishing.
- Jermjitpornchai, S. & Saengsura, N. (2013). Generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (n_i)_{i \in I}$ . *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 86(4), 747-755. Doi: <http://dx.doi.org/10.12732/ijpam.v86i4.12>.
- Lekkoksung, N., Jampachon, P. & Lekkoksung, S. (2017). Idempotent of Weak Projection Cohypersubstitutions. *Thai Journal of Mathematics*, Special Issue: AMM2017, 59-74.
- Puninagool, W. & Leeratanavalee, S. (2010). The monoid of generalized hypersubstitutions of type  $\tau = (n)$ . *Discuss. Math. Gen. Alg. And Appl.*, 30, 173-191. doi: 10.7151/dmgaa.1168.
- Saengsura, N. & Jermjitpornchai, S. (2013). Idempotent and regular generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (2)$ . *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 86(4), 757-766. doi: <http://dx.doi.org/10.12732/ijpam.v86i4.13>.

Saengsura, K. & Butkote, R. (2015). Idempotent and regular generalized cohypersubstitutions of type  $\tau = (3)$ . *Asian-European Journal of Mathematics* 8(4), 1550081-1-1550081-11.  
doi: 10.1142/S1793557115500813.

## Research Article

# The Discrete Exponentiated Pareto Distribution: Its Properties and Application

Yadapa Chotedelok<sup>1</sup> and Winai Bodhisuwan<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University, Chatuchak, Bangkok 10900, Thailand

\*E-mail: fsciwnb@ku.ac.th

Received: 15/05/2020; Revised: 09/08/2020; Accepted: 23/08/2020

## Abstract

The discrete exponentiated Pareto (DEP) distribution is developed by using the discretization method based on the survival function. It is discretized from the exponentiated Pareto distribution. In this paper, a probability mass function of the DEP distribution is derived. Some mathematical properties and model parameters estimation are discussed. In addition, we applied the DEP distribution to two real datasets. The results of model fitting of these datasets based on the DEP distribution are reasonably constructive. The proposed distribution performs well with a goodness of fit test and some criterions. The distribution can be used as an alternative model for discrete data analytics.

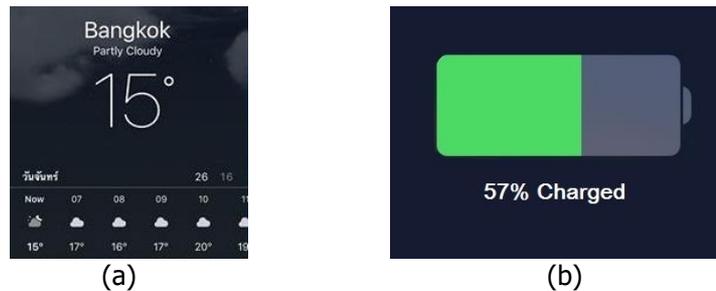
**Keywords:** exponentiated Pareto distribution, discretization method, survival function, maximum likelihood estimation

## Introduction

Lifetime data are usually described by continuous distribution such as exponential distribution, Pareto distribution, and Weibull distribution. Because of the precision of the measuring instrument for collecting the data and the nature of the data in the long term, sometimes the data are obviously presented in a discrete sense. For instance, in Figure 1, (a) the temperature is presented in the mobile application and (b) battery charging which is shown as a percentage in the mobile phone. These examples are actually continuous data in nature but they are always presented in discrete integer value for some specified purposes. So, it can be implied that the variables are continuous in nature but they are presenting in a discrete sense.

In such a situation, there is a method to generate the discrete distribution from the continuous distribution, it is so-called the discretization method (Chakraborty, 2015). The most popular method is the discretization that utilized the survival function to construct the discrete distribution. For example, Nakagawa and Osaki (1975) proposed the discrete Weibull distribution and Roy (1993) studied between the exponential distribution and the geometric distribution that both were related, these distributions were presented by applying the discretization with survival function. In addition, several researchers have proposed the new discrete distributions such as discrete normal distribution (Roy, 2003), discrete Maxwell distribution (Krishna & Pundir, 2007), discrete Burr distribution (Krishna & Pundir, 2009), discrete Pareto distribution (Krishna & Pundir, 2009), discrete Lindley distribution (Gómez-Déniz & Calderín-Ojeda, 2011), discrete gamma

distribution (Chakraborty & Chakravarty, 2012), discrete Gumbel distribution (Chakraborty & Chakravarty, 2014), discrete inverse Rayleigh distribution (Hussain & Ahmad, 2014) and discrete asymmetric Laplace distribution (Sangpoom & Bodhisuwan, 2016).



**Figure 1** Some examples of the continuous data which they were presented in a discrete sense.

In this paper, we present a discrete analogue of the exponentiated Pareto distribution by discretizing the continuous exponentiated Pareto distribution utilized the method of Roy. The exponentiated Pareto distribution is modified from the Pareto distribution and proposed for wider applicability (Nadarajah, 2005). In addition, the exponentiated Pareto distribution is studied by many researchers such as in 2015, Fatima and Roohi introduced the transmuted exponentiated Pareto-I distribution via the transmutation technique (Fatima & Roohi, 2015). Jabbari Nooghabi studied the parameter estimation of the exponentiated Pareto distribution in the presence of outliers in 2017 (Jabbari Nooghabi, 2017). Moreover, Bhatti and Ali presented the characterizations of transmuted exponentiated Pareto-I distribution in 2019 (Bhatti & Ali, 2019).

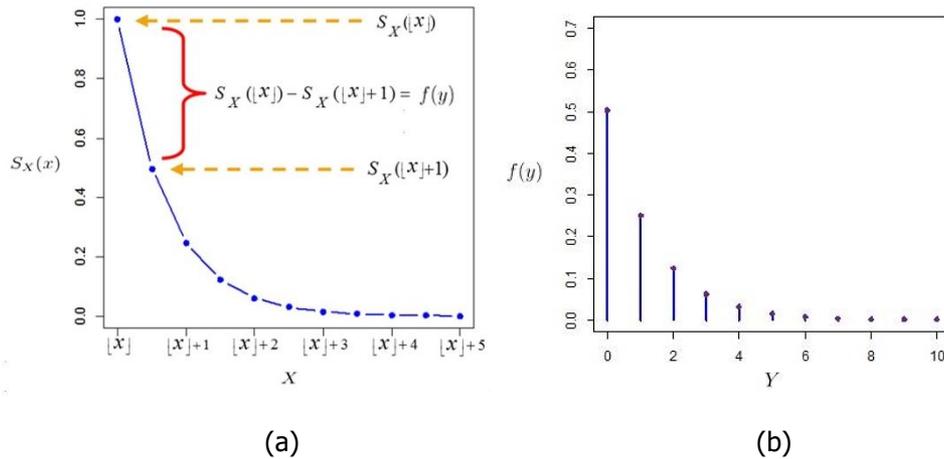
The rest of the paper is as follows. In the part of methods, the proposed distribution is introduced. Its essential mathematical properties and parameter estimation are discussed in results and discussion. The applications of the DEP distribution are demonstrated which we applied the proposed distribution to some real datasets. Furthermore, the conclusion is presented in the last section.

## Methods

There are several ways to derive discrete analogues of continuous distribution such as the method based on probability mass function (pmf), cumulative distribution function (cdf), survival function, hazard rate function, etc. (Chakraborty, 2015). For this paper, we determine the survival function to discretize the continuous to discrete distribution which is the well-known method of discretization.

The discretization method based on survival function is using the difference values between survival values  $S_X(x)$  and  $S_X(x + 1)$ . If the underlying continuous random variable  $X$  has the survival function  $S_X(x)$ , and the random variable  $Y = \lfloor X \rfloor$  where  $\lfloor X \rfloor$  is the largest integer but not greater than  $X$  and  $y = 0, 1, 2, \dots$ , then the pmf of  $Y$  is

$$\begin{aligned}
 f(y) &= P(Y = y) \\
 &= P(\lfloor X \rfloor = y) \\
 &= P(y \leq X < y + 1) \\
 &= F_X(y + 1) - F_X(y) \\
 &= S_X(y) - S_X(y + 1)
 \end{aligned} \tag{1}$$



**Figure 2** (a) The survival plot of a continuous random variable  $X$  and (b) the pmf plot of discretizing  $X$ .

The exponentiated Pareto distribution was developed by Nadarajah (2005) with distribution function

$$F(x) = 1 - k^a e^{(-ax)},$$

for  $x > \log k$ ,  $k > 0$  is a scale parameter and  $a > 0$  is a shape parameter.

Immediately, the survival function of the exponentiated Pareto distribution can be obtained as

$$S(x) = 1 - F(x) = k^a e^{(-ax)}. \quad (2)$$

Some probability density function (pdf) and survival plots of the exponentiated Pareto distribution are illustrated in Figure 3. All of the pdf and survival plots are a decreasing function. The scale of distribution is in keeping with parameter  $k$  and it is increased when  $k$  is increasing.

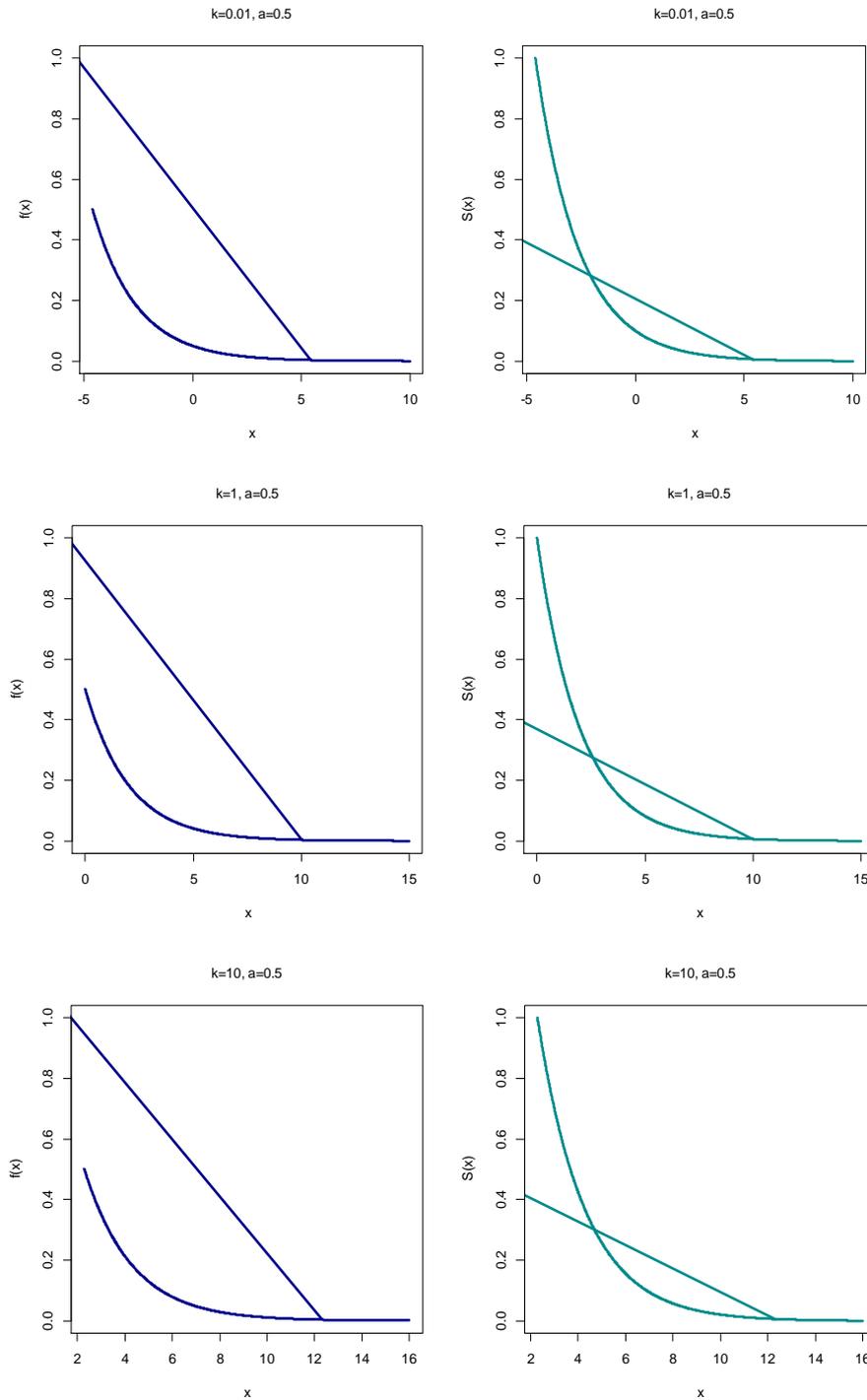
## Results and Discussion

### Discrete Exponentiated Pareto Distribution

We use the discretization method based on the survival function to develop the DEP distribution. The verification of the pmf and the survival function are presented in the following in theorems.

*Theorem 1.* Let  $Y$  be a random variable of the DEP distribution,  $Y \sim \text{DEP}(k, a)$ . The pmf of the DEP distribution is

$$f(y) = k^a e^{-ay} (1 - e^{-a}), \quad (3)$$



**Figure 3** Some pdf (left) and survival (right) plots of the exponentiated Pareto distribution according to different values of  $k$  and  $a$ .

where  $y = \lfloor \log k \rfloor, \lfloor (\log k) + 1 \rfloor, \lfloor (\log k) + 2 \rfloor, \dots$ ,  $k > 0$  is a scale parameter and  $a > 0$  is a shape parameter.

*Proof:* Underlying the survival function of the exponentiated Pareto distribution and the random variable  $Y = \lfloor X \rfloor$ , the pmf is

$$\begin{aligned} f(y) &= P(Y = y) \\ &= S_{\lfloor X \rfloor}(y) - S_{\lfloor X \rfloor}(y + 1) \\ &= k^a e^{-ay} - k^a e^{-a(y+1)} \\ &= k^a e^{-ay} (1 - e^{-a}). \end{aligned}$$

*Theorem 2.* Let  $Y$  is a random variable of the DEP distribution,  $Y \sim \text{DEP}(k, a)$ . The cdf of  $Y$  is

$$F(y) = 1 - k^a e^{-a(y+1)} \quad (4)$$

where  $y = \lfloor \log k \rfloor, \lfloor (\log k) + 1 \rfloor, \lfloor (\log k) + 2 \rfloor, \dots$  and parameters  $k, a > 0$ .

*Proof:* If  $Y$  be a random variable of the DEP distribution with the pmf in Equation (3), then the cdf of  $Y$  can be obtained from

$$\begin{aligned} F(y) &= \sum_{y=\log k}^y f(y) \\ &= \sum_{y=\log k}^y k^a e^{-ay} (1 - e^{-a}) \\ &= k^a (1 - e^{-a}) \sum_{y=\log k}^y e^{-ay}, \end{aligned}$$

since  $\sum_{y=\log k}^y e^{-ay} = \frac{k^{-a} - e^{-ay} e^{-a}}{1 - e^{-a}}$  is a geometric series, then the cdf of  $Y$  is

$$F(y) = 1 - k^a e^{-a(y+1)}.$$

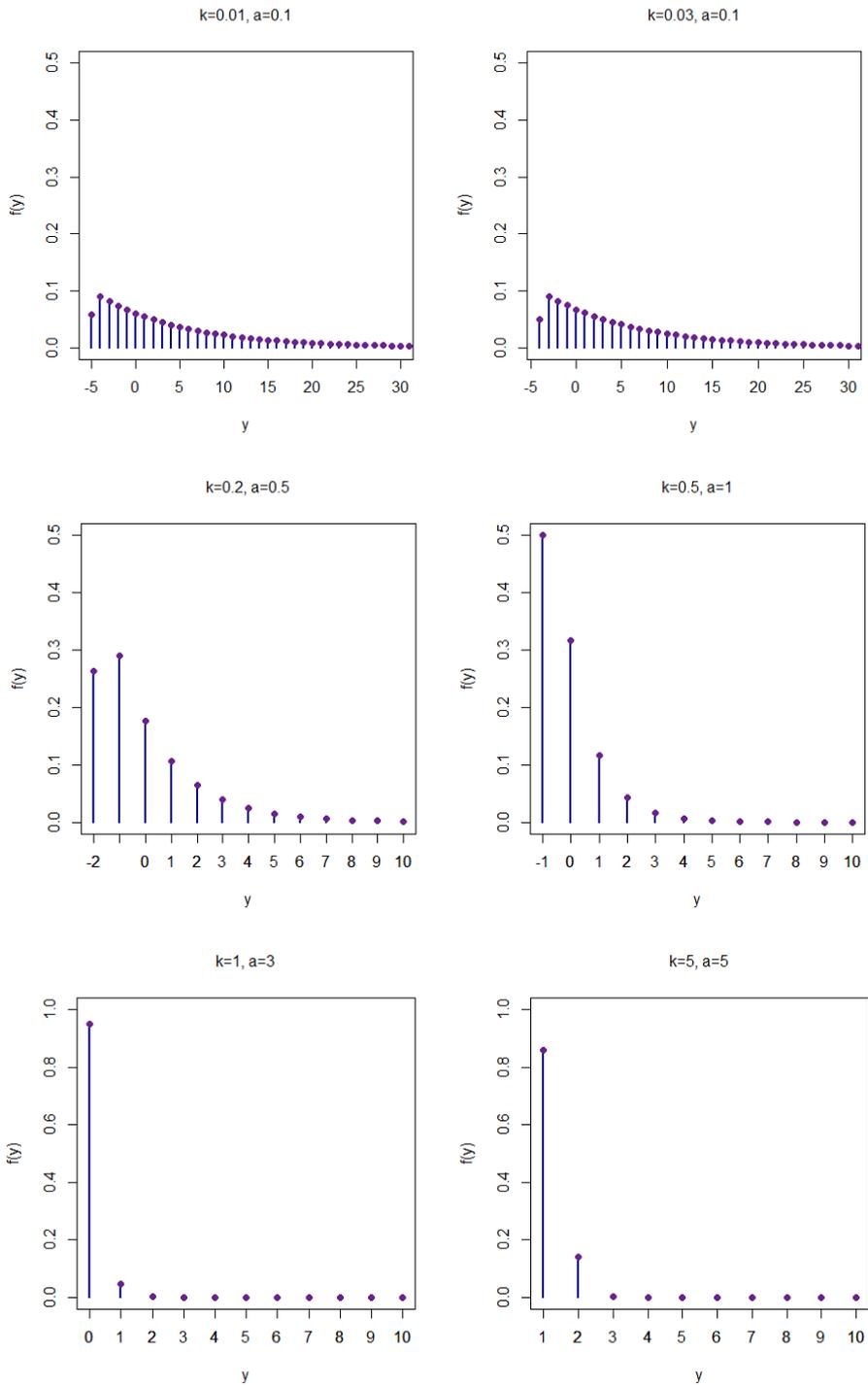
*Theorem 3.* If  $Y$  is a random variable of the DEP distribution, denoted by  $Y \sim \text{DEP}(k, a)$ , then its survival function is

$$S(y) = k^a e^{-a(y+1)}, \quad (5)$$

where  $y = \lfloor \log k \rfloor, \lfloor (\log k) + 1 \rfloor, \lfloor (\log k) + 2 \rfloor, \dots$  and parameters  $k, a > 0$ .

*Proof:* Since  $Y \sim \text{DEP}(k, a)$  with the cdf in Equation (4) and  $S(y)$  is defined as the survival function of DEP distribution. Thus,

$$\begin{aligned} S(y) &= 1 - F(y) \\ &= 1 - (1 - k^a e^{-a(y+1)}) \\ &= k^a e^{-a(y+1)}. \end{aligned}$$



**Figure 4** Some pmf plots of the DEP distribution with various values of  $k$  and  $a$ .

Figure 4 shows some pmf plots of the DEP distribution. Evidently, the scale of distribution changes according to the parameter  $k$ . The random variable  $Y$  can be a negative integer when  $k$  less than 1. The shape of distribution respect to parameter  $a$ . It appears that clearly, the pmf decreases faster as parameter  $a$  increases and it is a unimodal curve when  $a$  less than 1. So, the DEP distribution has the right skew and unimodal curve.

### Mathematical Properties

Some mathematical properties of the DEP distribution, especially the moment generating function (mgf) and quantile function are provided in this section.

#### Moment Generating Function

*Theorem 4.* Let  $Y$  be a random variable of the DEP distribution,  $Y \sim \text{DEP}(k, a)$ . The mgf of  $Y$ , denoted by  $M_Y(t)$ , is

$$M_Y(t) = \frac{(e^a - 1) k^t}{e^a - e^t} \quad (6)$$

where  $k > 0$ ,  $a > 0$  and  $t < a$ .

*Proof:* The mgf of the DEP distribution can be obtained from

$$\begin{aligned} M_Y(t) &= E(e^{tY}) \\ &= \sum_{\forall y} e^{ty} \cdot f(y) \\ &= \sum_{y=\lfloor \log k \rfloor}^{\infty} e^{ty} \cdot k^a e^{-ay} (1 - e^{-a}) \\ &= k^a (1 - e^{-a}) \sum_{y=\lfloor \log k \rfloor}^{\infty} e^{ty-ay}, \end{aligned}$$

since  $\sum_{y=\lfloor \log k \rfloor}^{\infty} e^{ty-ay} = \frac{k^{t-a}}{1 - e^{t-a}}$  is the geometric series, then the mgf will be

$$\begin{aligned} M_Y(t) &= k^a (1 - e^{-a}) \left( \frac{k^{t-a}}{1 - e^{t-a}} \right) \\ &= k^a (1 - e^{-a}) \left( \frac{k^t k^{-a}}{1 - e^{t-a}} \right) \\ &= \frac{(e^a - 1) k^t}{e^a - e^t}. \end{aligned}$$

By using the first four raw moments, we can find the mean, variance, skewness, and kurtosis of  $Y$  by successively differentiating  $M_Y(t)$  and then evaluating the result at  $t = 0$ ,

$E(Y^r) = \frac{d^r}{dt^r} M_Y(t)|_{t=0}$ , for  $r = 1, 2, \dots$ . Consequently, the first four raw moments of  $Y$  are

$$E(Y) = \frac{(e^a - 1) \log k + 1}{e^a - 1},$$

$$E(Y^2) = \frac{(e^a - 1)^2 \log^2 k + 2(e^a - 1) \log k + (e^a - 1) + 2}{(e^a - 1)^2},$$

$$E(Y^3) = (e^a - 1) \left[ \frac{(e^a - 1) + (e^a - 1)^2 \log^3 k + 3(e^a - 1) \log k + 3}{(e^a - 1)^3} + \frac{3((e^a - 1) + (e^a - 1)^2 \log^2 k + 2(e^a - 1) \log k + 2)}{(e^a - 1)^4} \right]$$

and

$$E(Y^4) = (e^a - 1) \left[ \left( \frac{1}{(e^a - 1)^3} \right) \left( (e^a - 1) + 4(e^a - 1) \log k + 5 \right) + \left( (e^a - 1) \log^3 k ((e^a - 1) \log k - 2) \right) + 3(e^a - 1) \log^2 k \right] + \left( \frac{1}{(e^a - 1)^4} \right) \left( 9(e^a - 1) + 6(e^a - 1)^2 \log^3 k + 3(e^a - 1)^2 \log^2 k + 24(e^a - 1) \log k + 24 \right) + \left( \frac{1}{(e^a - 1)^5} \right) \left( 12(e^a - 1) + 12(e^a - 1)^2 \log^2 k + 24(e^a - 1) \log k + 24 \right) \Big].$$

Hence, the mean, variance, skewness, and kurtosis of  $Y \sim \text{DEP}(k, a)$  according to its first four raw moments, respectively, are

$$E(Y) = \frac{(e^a - 1) \log k + 1}{e^a - 1},$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{e^a}{(e^a - 1)^2},$$

$$\text{Skewness}(Y) = \frac{E(Y^3) - 3E(Y)E(Y^2) + 2(E(Y))^3}{(\text{Var}(Y))^{3/2}}$$

and

$$\text{Kurtosis}(Y) = \frac{E(Y^4) - 4E(Y)E(Y^3) + 6E(Y^2)(E(Y))^2 - 3(E(Y))^4}{(\text{Var}(Y))^2}.$$

## Quantile Function

Let  $Y$  be a random variable of the DEP distribution with cdf,  $F_Y(y)$ . The quantile function is the generalized inverse of  $F_Y(y)$ . Let  $U$  be distributed as the uniform on  $(0, 1)$ ,  $u \in (0, 1)$  and the quantile function denoted by  $Q(u)$ . According to the quantile function, if  $F_Y(y) = u$  when  $u = 1 - k^a e^{-a(Q_Y(u)+1)}$ , then  $Q_Y(u) = y = F_Y^{-1}(u)$ . Thus, the quantile function of the DEP distribution is

$$y = F_Y^{-1}(u) = - \left( 1 + \frac{\log \left( \frac{1-u}{k^a} \right)}{a} \right) \quad (7)$$

where  $k > 0$  and  $a > 0$ .

There are many methods to generate random variates from a probability distribution. The method that simplicity and generality is the inverse of cdf. Therefore, the quantile function in Equation (7) is very useful for generating a random variable  $Y$  of the DEP distribution.

## Parameter Estimation

The maximum likelihood estimation (MLE) is the widely used method for model parameter estimation. In this section, the MLE of the DEP distribution will be discussed.

Let  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  be an independent and identically distributed (iid) random variables of the DEP distribution with the pmf of Equation (3). The likelihood function of the DEP distribution is given by

$$\begin{aligned} L(k, a|y_i) &= \prod_{i=1}^n f(y_i, k, a) \\ &= \prod_{i=1}^n k^a e^{-ay_i} (1 - e^{-a}). \end{aligned}$$

The log-likelihood function of  $n$  observations of  $Y$  can be written as

$$\begin{aligned} l = \log L(k, a|y_i) &= \log \prod_{i=1}^n k^a e^{-ay_i} (1 - e^{-a}) \\ &= \sum_{i=1}^n \log (k^a e^{-ay_i} (1 - e^{-a})). \end{aligned} \quad (8)$$

For the parameter estimation of the DEP distribution, two parameters are estimated. First, we estimate the parameter  $k$ , since  $y = \log k$ , the likelihood function is maximized with

$$\hat{k} = \min\{e^{y_1}, e^{y_2}, \dots, e^{y_n}\}.$$

(See Rytgaard, 1990 and Mukhopadhyay & Ekwo, 1987 about estimation problems for  $k$ ).

Next,  $\hat{k}$  is plugged into the Equation (8) and we take the derivative of the log-likelihood function with respect to  $a$  is given as

$$\begin{aligned} \frac{dl}{da} &= \frac{d}{da} \left[ \sum_{i=1}^n \log \left( \hat{k}^a e^{-ay_i} (1 - e^{-a}) \right) \right] \\ &= n \log \hat{k} + \frac{n}{e^a - 1} - \sum_{i=1}^n y_i. \end{aligned} \quad (9)$$

The parameter  $a$  of the DEP distribution is estimated by setting this differential equation in the Equation (9) to zero, then solving this equation. The estimator of parameter  $a$  is

$$\hat{a} = \log \left( 1 + \frac{n}{\sum_{i=1}^n y_i - n \log \hat{k}} \right).$$

However, for convenience and less complicated of the parameter estimation, the maximum likelihood estimators can be obtained by a numerical method. The `bbmle` package (Bolker & Team, 2019) of the R programming language (R Core Team, 2019) is the package for fitting maximum likelihood models, extended and modified from the `mle` function in `stat4` package. In this work, the `bbmle` package is employed.

## Applications

We consider two real datasets to fit with the DEP distribution and the discrete Pareto (DP) distribution (Krishna & Pundir, 2009). The first dataset is the infant and child mortality in Sri Lanka from the Sri Lanka fertility survey in 1975 (Meegama, 1980). And the dataset is the electron-microscopic studies of the density of dystrophin in the fibers of the human quadriceps muscle, the number of attached particles from Immunogold data (Mathews & Appleton, 1993). In this work, the `bbmle` package of the R programming language is used to estimate parameters. Tables 1 and 2 show the results of fitting between the DEP and DP distributions to these real datasets. The appropriate distribution for fitting data is verified with the Anderson-Darling (AD) goodness of fit test for discrete data (Choulakian et al., 1994). The discrete AD test is obtained by using the `dgof` package (Arnold & Emerson, 2011) in the R language. Other criteria for model selection that used to show the performance of the model are the minus log-likelihood (-LL), the Akaike information criterion (AIC), and the Bayesian information criterion (BIC). Furthermore, the comparison between real datasets and expected values of fitted distributions can be illustrated in Figure 5.

The fitted distributions for the number of infant and child deaths and the number of attached particles from Immunogold data are shown in Tables 1 and 2, respectively. The  $p$ -value based on the discrete AD test of the DEP distribution is greater than the DP distribution. Moreover, the DEP distribution gives the values of -LL, AIC, and BIC smaller than the DP distribution. Thus, the DEP distribution is more appropriate than the DP distribution.

Figure 5 displays the plots of the fitted frequency of the DEP and the DP distributions with the number of infant and child deaths and the number of attached particles from Immunogold data. It illustrates that the DEP distribution can be fitted more closely to these real

datasets than DP distribution. Therefore, the DEP distribution is more appropriate than the DP distribution related to the results in Table 1 and Table 2.

**Table 1** Results of parameter estimation for the infant and child deaths data.

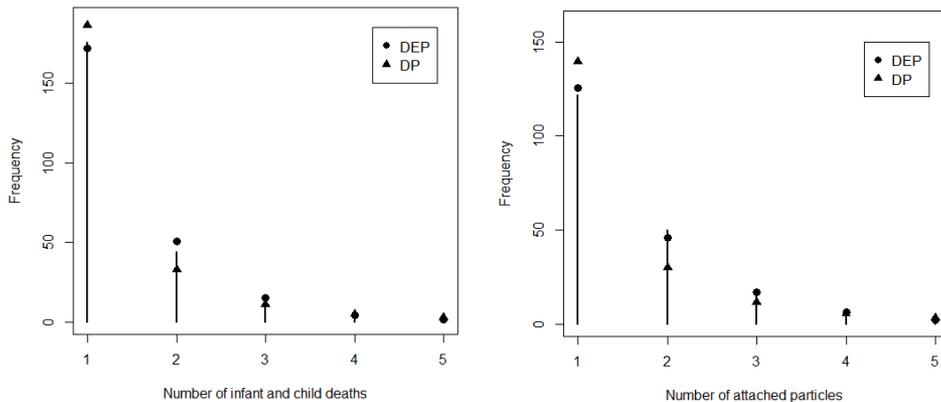
Number of infant and child deaths	Observed number of mothers	Expected frequency	
		DP	DEP
1	176	186.5613	172.0648
2	44	32.7931	50.7275
3	16	11.1243	14.9553
4	6	5.0337	4.4091
5	2	2.6860	1.2999
Estimated parameters		$\hat{k} = 1$ $\hat{a} = 2.0868$	$\hat{k} = 2.7183$ $\hat{a} = 1.2214$
-LL		217.2600	209.8100
AD-statistics ( $p$ -value)		1.3036 (0.1199)	0.2136 (0.6980)
AIC		436.5173	421.6231
BIC		440.0145	425.1203

**Table 2** Goodness of fit test for the DP and DEP distributions for the number of attached particles from Immunogold data.

Number of attached particles	Observed frequency	Expected frequency	
		DP	DEP
1	122	139.6299	125.6493
2	50	29.8019	45.9132
3	18	11.3608	16.7770
4	4	5.5945	6.1305
5	4	3.1911	2.2401
Estimated parameters		$\hat{k} = 1$ $\hat{a} = 1.7622$	$\hat{k} = 2.7183$ $\hat{a} = 1.0067$
-LL		219.5200	204.8100
AD-statistics ( $p$ -value)		3.6074 (0.0079)	0.1457 (0.8235)
AIC		441.0385	411.6270
BIC		444.3268	414.9153

## Conclusions

A discrete version of the continuous exponentiated Pareto distribution is proposed which called the DEP distribution. It is developed based on the discretization method of the survival function. We derived some essential mathematical properties, for instance, pmf, mgf, mean, variance, and quantile function. In addition, the parameter estimation by the maximum likelihood estimation is discussed. Furthermore, the proposed distribution is applied to two real datasets. The results for the comparison of -LL, AIC, and BIC and according to the  $p$ -value of the discrete AD test indicated that the DEP distribution is a better fit than the DP distribution for these real datasets. In conclusion, the DEP distribution may be a useful alternative to other distributions for discrete data analytics.



**Figure 5** The fitted frequency of the DEP and the DP distributions to real datasets.

### Acknowledgement

The authors would like to thank the Department of Statistics, Faculty of Science, Kasetsart University and the anonymous reviewers for their valuable suggestions.

### References

- Arnold, T. B., & Emerson, J. W. (2011). Nonparametric goodness-of-fit tests for discrete null distributions. *R Journal*, *3*(2), 34-39.
- Bolker, B. & Team, R. D. C. (2019). bbmle: Tools for General Maximum Likelihood Estimation. R package version 1.0.20.
- Bhatti, F. A. & Ali, A. (2019). Characterizations of transmuted exponentiated Pareto-I (TEP-I) distribution. *International Journal of Modern Mathematical Sciences*, *17*(1), 1-20.
- Chakraborty, S. (2015). Generating discrete analogues of continuous probability distributions-A survey of methods and constructions. *Journal of Statistical Distributions and Applications*, *2*(1), 6. <https://doi.org/10.1186/s40488-015-0028-6>
- Chakraborty, S. & Chakravarty, D. (2012). Discrete gamma distributions: properties and parameter estimations. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, *41*(18), 3301-3324. <https://doi.org/10.1080/03610926.2011.563014>
- Chakraborty, S. & Chakravarty, D. (2014). A discrete Gumbel distribution. arXiv:1410.7568
- Choulakian, V., Lockhart, R. A., & Stephens, M. A. (1994). Cramér-von Mises statistics for discrete distributions. *The Canadian Journal of Statistics*, *22*(1), 125-137. doi: 10.2307/3315828
- Fatima, A. & Roohi, A. (2015). Transmuted exponentiated Pareto-I distribution. *Pakistan Journal of Statistics*, *32*(1), 63-80.
- Gómez-Déniz, E. & Calderín-Ojeda, E. (2011). The discrete Lindley distribution: properties and applications. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *81*(11), 1405-1416. [doi.org/10.1080/00949655.2010.487825](https://doi.org/10.1080/00949655.2010.487825)
- Hussain, T. & Ahmad, M. U. (2014). Discrete inverse Rayleigh distribution. *Pakistan Journal of Statistics*, *30*(2), 203-222.

- Jabbari Nooghabi, M. (2017). On estimation in the exponentiated Pareto distribution in the presence of outliers. *Applied Mathematics and Information Sciences*, 11(4), 1129-1137. doi:10.18576/amis/110420
- Krishna, H. & Pundir, P. S. (2007). Discrete Maxwell distribution. *InterStat*, 3.
- Krishna, H. & Pundir, P. S. (2009). Discrete Burr and discrete Pareto distributions. *Statistical Methodology*, 6(2), 177-188. <https://doi.org/10.1016/j.stamet.2008.07.001>
- Matthews, J. & Appleton, D. (1993). An Application of the Truncated Poisson Distribution to Immunogold Assay. *Biometrics*, 49(2), 617-621. doi: 10.2307/2532574
- Meegama, S. A. (1980). Socio-economic determinants of infant and child mortality in Sri Lanka: An analysis of post-war experience. *Scientific Report (8)*. London, England: World Fertility Survey.
- Mukhopadhyay, N., & Ekwo, M. E. (1987). Sequential estimation problems for the scale parameter of a Pareto distribution. *Scandinavian Actuarial Journal*, 1987(1-2), 83-103. <https://doi.org/10.1080/03461238.1987.10413820>
- Nadarajah, S. (2005). Exponentiated Pareto distributions. *Statistics*, 39(3), 255-260. <https://doi.org/10.1080/02331880500065488>
- Nakagawa, T. & Osaki, S. (1975). The discrete Weibull distribution. *IEEE Transactions on Reliability*, 24(5), 300-301. doi: 10.1109/TR.1975.5214915
- R Core Team. (2019). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria.
- Roy, D. (1993). Reliability measures in the discrete bivariate set up and related characterization results for a bivariate geometric distribution. *Journal of Multivariate Analysis*, 46(2), 362-373. <https://doi.org/10.1006/jmva.1993.1065>
- Roy, D. (2003). The discrete normal distribution. *Communications in Statistics Theory and Methods*, 32(10), 1871-1883. <https://doi.org/10.1081/STA-120023256>
- Rytgaard, M. (1990). Estimation in the Pareto distribution. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 20(2), 201-216. doi: <https://doi.org/10.2143/AST.20.2.2005443>
- Sangpoom, S. & Bodhisuwan, W. (2016). The discrete asymmetric Laplace distribution. *Journal of Statistical Theory and Practice*, 10(1), 73-86. <https://doi.org/10.1080/15598608.2015.1067659>

Research Article

# An Approximation to the Average Run Length on a CUSUM Control Chart with a Numerical Integral Equation Method for a Long-Memory ARFIMAX Model

Wilasinee Peerajit<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, 1518 Pracharat 1 Road, Bangsue, Bangkok 10800, Thailand

\*E-mail: wilasinee.p@sci.kmutnb.ac.th

Received: 19/07/2020; Revised: 06/09/2020; Accepted: 17/02/2020

## Abstract

The CUSUM control chart performance based on the out-of-control average run length (ARL<sub>1</sub>) can rapidly detect small-to-moderate-sized changes in the process mean. The main goal of this study is to approximate the ARL using a numerical integral equation (NIE) method for detecting changes in the mean on a cumulative sum (CUSUM) control chart for a long-memory process with exponential white noise. The target long-process observations are derived from an autoregressive fractionally integrated moving-average (ARFIMA) model with explanatory variable  $X$  (ARFIMAX) by focusing on  $X$ . The NIE method is derived by using the Gauss-Legendre quadrature rule technique, which is applied by solving a system of linear equations base on integral equations. In addition, approximation by this method was numerically evaluated and the results compared with an ARL based on explicit formulas in terms of the percentage relative error. It was found that the proposed NIE method had comparable performance with the explicit-formula-based ARL method. To demonstrate its practicality, the proposed NIE method was applied to the stock price data for the Siam Commercial Bank in Thailand with the explanatory variable as the exchange rate of Thai Baht against the US Dollar. The results reveal that it performed well in this practical implementation. Thus, the NIE method is a good alternative to using explicit formulas for constructing the ARL to detect changes in the mean for a long-memory process with exponential white noise on a CUSUM control chart.

**Keywords:** ARFIMAX( $p, d, q, r$ ), exponential white noise, numerical integral equation (NIE) method

## Introduction

Control charts are tools frequently used in statistical process control, one of which is the cumulative sum (CUSUM) control chart that has received a great deal of attention for use in modern industrial processes. The CUSUM control chart has become a popular tool to detect small-to-moderate-sized changes in the process mean as well as to control the quality of products from manufacturing processes. Page (1954) initially conducted a study on the CUSUM control chart, followed by Gan (1991), Luceño & Puig-Pey (2006), Wu & Wang (2007).

A criterion for measuring the performance of a CUSUM control chart is the average run length (ARL). To efficiently monitor a process,  $ARL_0$ , which is the ARL when there is no shift in the process parameter (the in-control process), should be as large as possible, whereas  $ARL_1$ , which is the ARL when there is a shift in the process parameter (the out-of-control process), should be as small as possible. (cf. Riaz et al. (2014)). It has been found that the performance of a CUSUM control chart is significantly affected by autocorrelation (e.g., Johnson & Bagshaw, 1974; Lu & Reynolds, 2001; Kim et al., 2007). However, since this autocorrelation is often an inherent part of a process, it must be properly modeled and monitored.

Observations or actual data can be compiled from a random process based on a time series. In particular, some of these models have been derived based on econometric data. Both autoregressive (AR) and moving-average (MA) elements can be found in econometric observations following a time series. An important factor to be considered when establishing a model is how to measure the errors (the difference between the real values and the approximated ones). Smaller errors infer a more efficient model. In general, white noise (or normally distributed white noise) indicates the errors in a time series model with autocorrelated observations. However, the white noise can be distributed differently in some applications, such as exponentially distributed white noise. For instance, based on the study by Jacob & Lewis (1997), an ARMA (1,1) process order was indicated when the observations were considered as exponential white noise. Later, Mohamed & Hocine (2003) applied Bayesian principles to an AR(1) process with exponential white noise, while Pereira & Turkrman (2004) similarly applied exponential white noise in a Bayesian analysis of threshold AR models. Recently, the estimation of AR model parameters with exponential white noise for cases with an unknown order was introduced by Suparman (2018).

The traditional model used for short-memory processes such as  $AR(p)$ ,  $MA(q)$ ,  $ARMA(p,q)$ , and  $ARIMA(p,d,q)$  cannot be applied to long-memory processes. This problem has been solved by the establishment of several models, a popular one being the AR fractionally integrated MA (ARFIMA( $p,d,q$ )) model, as proposed by Granger & Joyeux (1980). In addition, ARFIMA with an explanatory variable  $X$  (ARFIMAX( $p,d,q,r$ )) is an extension of ARFIMA. Granger & Joyeux (1980) and Hosking (1981) established models for long-memory processes with observed fluctuations. In addition, Ebens (1999) suggested ARFIMAX models for the determination of observed fluctuations in a Dow Jones Industrial Average portfolio and found correlation between the econometric models and economic indicators (variables) that have an impact on economic forecasting. Examples of explanatory variables, which are independent of other variables in the system, are government investment policies, exchange rates, interest rates, inflation rates, etc. These variables have an impact on the econometric model when forecasting the future economic situation. If there is an explanatory variable involved in any type of forecasting, the model's predictive power will be higher than forecasting without it.

There are many types of control charts associated with time series with and without ARFIMA modeling. For example, the correlated data presented in the performance of Shewhart and exponentially weighted MA (EWMA) control charts with ARFIMA model processes was investigated by Ramjee (2000). The study revealed that although process shifts were detected,

these charts were not efficient. Two years later, the forecast-based hyperbolic weighted MA (HWMA) chart was created by Ramjee et al. (2002) for non-stationary ARFIMA model processes. Pan and Chen (2008) monitored the air quality in Taiwan by using control charts for autocorrelated data based on ARFIMA and ARIMA model processes. Subsequently, they concluded that the control charts for ARFIMA processes are more efficient than for the ARIMA ones. Later, a EWMA control chart was proposed by Rabyk & Schmid (2016) to detect changes in the mean of a long-memory process. The control was derived from calculations applied for an ARFIMA( $p, d, q$ ) process. Meanwhile, the current study is focused on CUSUM control charts for detecting changes in the mean of an ARFIMAX model long-memory process.

Voluminous research in various areas has suggested that computation of the ARL should be used to measure the performance of control charts. The main methods for computing ARL in the literature are Monte Carlo simulation, the Markov chain approach, explicit formulas, and integral equations. The Markov chain approach was originally introduced by Brook & Evans (1972) to study the run length properties of a CUSUM control chart under the assumption of independent and identically distributed (i.i.d.) observations. Hawkins (1992) suggested improving the Markov chain method by using Richardson extrapolation for a whole distribution family, including the Chi-squared distribution. Champ & Rigdon (1991) proposed the integral equation approach for evaluating ARL. Fredholm integral equations of the second kind have been used as part of the NIE method applied to calculate the ARL (Wieringa, 1999). Recently, Acosta-Mejjía et al. (1999) utilized the integral equation approach that was numerically approximated by using the Gauss-Legendre quadrature method. Note that the sample variance has a Chi-squared distribution that is skewed to the right and restricted on the half-real line. Knoth (2006) suggested using a piecewise collocation method to approximate ARL integral equations instead of using the Gauss-Legendre quadrature-based method that depends on numerical quadrature rules to measure the integrals. The numerical integration (or quadrature) method is commonly denoted as an approximation of the integral. Some basic quadrature rules used for the approximation of integration equations are the midpoint rule, the composite trapezoidal rule, composite Simpson's rule, and the Gaussian rule. Where midpoint rule is the alternative to approximation for ARL. Hence, approximating the ARL obtained from the integral equation technique and midpoint rule, which comprise the basis of the numerical integral equation (NIE) method (see Paichit, 2017; Peerajit et al., 2018) is of interest in this study.

In this study, an approximate ARL is constructed using the NIE method for use on a CUSUM control chart for a long-memory process with exponential white noise. The target long-process observations are derived based on the ARFIMAX model with a focus on the explanatory variable  $X$ . The rest of this paper is organized as follows. In the next section, background on the CUSUM control chart, the characteristics of the ARL, and the general ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) process are introduced and proved. The approximated ARL for the CUSUM control chart by using an NIE method for a long-memory process is presented in Section 3. A comparison of the analytical results is given in Section 4. In Section 5, stock price data for Siam Commercial Bank (SCB) in Thailand with the explanatory variable as the exchange rate of Thai baht (THB) against the US dollar (USD) were used to evaluate the ARLs derived from applying the NIE method and the explicit formulas, while Section 6 offers conclusions on the study.

## The CUSUM Control Chart for an ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) Process with Exponential White Noise

### 1) The CUSUM Control Chart for Monitoring Shifts in the Process Mean

The concept of the CUSUM control chart was first proposed by Page (1954). It is well known that it performs better than the Shewhart control chart for small-to-medium-sized changes in the process mean. The commonly used form of the upper-sided CUSUM control chart is based on the sequence

$$C_t = \max \{C_{t-1} + Y_t - \nu, 0\}, \text{ for } t = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

where  $C_t$  is the CUSUM control chart statistic used for detecting upward shifts, quantity  $C_{t-1}$  denotes the previous value of the statistic (its initial value  $C_0$  is set to  $\psi$  and a parameter of process  $Y_t$  is defined as the generally formed sequence of an ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) process with exponential white noise), and  $\nu$  is a suitably chosen positive constant termed the reference value.

Let  $\tau_h$  be the stopping time for the CUSUM control chart with a predetermined threshold of  $h$  (a constant parameter called the decision limit value or upper control limit). Thus,

$$\tau_h = \inf \{t > 0; C_t > h\}, \text{ for } \psi < h, \quad (2)$$

Note that when  $0 < C_t < h$ , then the process is in-control whereas when  $C_t > h$ , then the process is out-of-control.

### 2) Characteristics of the ARL

Assume that sequential observations  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots$  are a sequence of i.i.d. random variables with distribution function  $F(\xi, \alpha)$ , where  $\alpha$  is a control parameter. Moreover,  $\alpha = \alpha_0$  and  $\alpha_1 > \alpha_0$  are before and after the change-point time  $\nu \leq \infty$  respectively.

The ARL is defined as  $E_\nu(\cdot)$ , which is the expectation that the change point from  $\alpha = \alpha_0$  to  $\alpha = \alpha_1$  for  $F(\xi, \alpha)$  occurs at time  $\nu$ , where  $\nu \leq \infty$ . Therefore, an appropriate control chart provides a large ARL for  $\nu = \infty$  and small ARL for  $\nu = 1$ . There are two values for the ARL. The first is obtained by substituting  $\alpha$  for the state of no change at all ( $\alpha = \alpha_0$ ). This is the in-control state (ARL<sub>0</sub>), which is the expectation of the change point  $\tau_h$  defined as

$$ARL_0 = E_\infty(\tau_h) = \gamma, \quad (3)$$

where  $\gamma$  is a constant for ARL<sub>0</sub>.

On the other hand, when  $\alpha$  is substituted by the state of change already at the beginning ( $\alpha_1 > \alpha_0$ ), the ARL is only evaluated for the special scenario of  $\nu = 1$ . Hence, the conditional for the out-of-control ARL process (ARL<sub>1</sub>) is as follows:

$$ARL_1 = E_1(\tau_h \mid \tau_h \geq 1) \quad (4)$$

### 3) The General ARFIMAX Process on a CUSUM Control Chart

The ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) model, where  $p$  is the order of the autoregressive (AR) process,  $d$  is the fractional integration parameter,  $q$  is the order of the MA process, and  $r$  is the explanatory variable order in the model (Ebens (1999)) can be written as

$$\phi_p(B)(1-B)^d(Y_t - \mu) = \sum_{i=1}^r \beta_i X_{it} + \theta_q(B)\xi_t, \quad (5)$$

where  $\mu$  is the constant process mean of  $\{Y_t\}$ ,  $X_{it}$  is an explanatory variable,  $\beta_i$  is an unknown parameters,  $\xi_t$  is a white noise process assumed to be exponentially distributed with  $\xi_t \sim \text{Exp}(\alpha)$  when shift parameter  $\alpha > 0$ . The terms  $\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  and  $\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  are AR and MA polynomials on  $B$  (the backward-shift operator), i.e.  $B^k Y_t = Y_{t-k}$  for the  $k^{\text{th}}$  order. The fractional ( $d$ ) can take on non-integer values in the range  $(-0.5, 0.5)$  and represents the fractional order of integration.

For  $-0.5 < d < 0.5$ , the fractional white noise process is defined as

$$(1-B)^d Y_t = \xi_t.$$

The operator  $(1-B)^d$  is defined as the fractional difference for  $d \in (-0.5, 0.5)$ . This can be determined naturally by using binomial series expansions obtained from

$$(1-B)^d := \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-B)^k = 1 - dB + \frac{1}{2}d(d-1)B^2 - \frac{1}{6}d(d-1)(d-2)B^3 + \dots, .$$

which was generalized by Granger & Joyeux (1980) and Hosking (1981).  $d$  in the fractionally integrated model can take on non-integer values but is often restricted to  $|d| < 0.5$ . In particular, the case of  $0 < d < 0.5$  corresponds to a stationary and invertible model with long-memory representation, which is of interest in this study. This ARFIMAX model is typically analyzed as an ARMAX model where the innovations are fractionally integrated.

Note that, by rewriting Equation (5), the fractionally integrated process can be defined as

$$(1-B)^d Y_t = Y_t - dBY_t + \frac{1}{2}d(d-1)B^2Y_t - \frac{1}{6}d(d-1)(d-2)B^3Y_t + \dots = \xi_t$$

$$Y_t = dY_{t-1} - \frac{1}{2}d(d-1)Y_{t-2} + \frac{1}{6}d(d-1)(d-2)Y_{t-3} - \dots + \xi_t,$$

Therefore, the general ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) process ( $Y_t$ ) with exponential white noise on a CUSUM control chart is written as

$$Y_t = \mu + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_r X_{rt} + \xi_t - \theta_1 \xi_{t-1} - \theta_2 \xi_{t-2} - \dots - \theta_q \xi_{t-q}$$

$$+ \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + d(Y_{t-1} - \phi_1 Y_{t-2} - \phi_2 Y_{t-3} - \dots - \phi_p Y_{t-p-1})$$

$$+ \frac{1}{2}d(d-1)(-Y_{t-2} + \phi_1 Y_{t-3} + \phi_2 Y_{t-4} + \dots + \phi_p Y_{t-p-2})$$

$$+ \frac{1}{6}d(d-1)(d-2)(Y_{t-3} - \phi_1 Y_{t-4} - \phi_2 Y_{t-5} - \dots - \phi_p Y_{t-p-3}) + \dots, \quad (6)$$

where  $\phi_i$  is an autoregressive coefficient, where  $|\phi_i| < 1; i = 1, 2, \dots, p$ , and  $\theta_i$  is an MA coefficient;  $|\theta_i| < 1; i = 1, 2, \dots, q$ . The initial value of an ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) process requires that  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-p}, Y_{t-(p+1)}, \dots, \xi_{t-1}, \xi_{t-2}, \dots, \xi_{t-q}$  and  $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{rt}$  are equal to 1.

### The NIE Method for Approximating the ARL for a CUSUM Control Chart

The goal of this section is to approximate the ARL with the NIE method using the Fredholm's integral equation of the second kind (Champ & Rigdon (1991)). From then on, the NIE was applied to the CUSUM control chart statistic to approximate the ARL. As is known, this Gauss-Legendre rule technique for numerical computation of an integral equation can be applied to the NIE method

#### 1) The Integral Equation for a One-sided CUSUM Control Chart

Let  $P_c$  and  $E_c$  denote the probability measure and induced expectation corresponding to the initial value  $\psi$ , respectively. The function  $ARL(\psi)$  denotes the ARL of the ARFIMAX model when the CUSUM starts with initial value  $\psi$ , and the initial value of the monitoring CUSUM control chart statistic is  $C_0 = \psi; 0 < \psi < h$ . Subsequently,  $ARL(\psi) = E_\theta(\tau_h) < \infty$  satisfies the following integral equation:

$$ARL(\psi) = 1 + P_c\{C_1 = 0\}ARL(0) + E_c[I\{0 < C_1 < h\}ARL(C_1)], \quad (7)$$

where the first observation is  $C_1$ , for which  $I\{0 < C_1 < h\}$  is the indicator function.

The integral equation for computing the ARL of a one-sided CUSUM control chart is derived from Equation (7) using a Fredholm integral equation of the second kind (Kharab & Guenther (2011)) such that  $ARL(\psi)$  can be rewritten as

$$ARL(\psi) = 1 + ARL(0)F(v - \psi - Y_t) + \int_0^h ARL(u)f(u + v - \psi - Y_t)du, \quad (8)$$

where  $f(\cdot)$  and  $F(\cdot)$  are the probability density function (pdf) and cumulative distribution function (cdf) of  $\xi_t$ , respectively, and can be approximated numerically.

## 2) The Approximated ARL with the NIE Method Using the Gauss-Legendre Rule Technique

According to the integral equation in Equation (8), the Gauss-Legendre quadrature rule technique can be used to obtain numerical solutions. Obviously, integral  $\int_0^h f(u)du$  can be approximated by the sum of areas of rectangles with bases  $h/m$  and heights chosen as the values of  $f$  at midpoints of intervals of length  $h/m$  beginning at zero. Interval  $[0, h]$  provides the division points into  $a_1 \leq \dots \leq a_m$  and  $w_j = h/m \geq 0$  is a set of weights. The approximation for the integral is obtained in the summation form as

$$\int_0^h W(u)f(u)du \approx \sum_{j=1}^m w_j f(a_j)$$

where  $W(u)$  is a weight function,  $a_j = \frac{h}{m} \left( j - \frac{1}{2} \right)$ , and  $w_j = h/m; j = 1, 2, \dots, m$ .

Let  $ARL^{NIE}(\psi)$  denote the approximated ARL with NIE using the Gauss-Legendre rule technique on the interval  $[0, h]$ . The integral equation can be transformed as a system of algebraic linear equations:  $m$  equations in the  $m$  unknowns. Therefore, the integral equation in Equation (8) comprises the set  $ARL^{NIE}(\psi) = ARL^{NIE}(a_1), \dots, ARL^{NIE}(a_m)$ , which can be approximately written as

$$ARL^{NIE}(a_1) = 1 + ARL^{NIE}(a_1)[F(v - a_1 - Y_t) + w_1 f(v - Y_t)] + \sum_{j=2}^m w_j ARL^{NIE}(a_j) f(a_j + v - a_1 - Y_t),$$

$$ARL^{NIE}(a_2) = 1 + ARL^{NIE}(a_1)[F(v - a_2 - Y_t) + w_1 f(a_1 + v - a_2 - Y_t)] + \sum_{j=2}^m w_j ARL^{NIE}(a_j) f(a_j + v - a_2 - Y_t),$$

⋮

$$ARL^{NIE}(a_m) = 1 + ARL^{NIE}(a_1)[F(v - a_m - Y_t) + w_1 f(a_1 + v - a_m - Y_t)] + \sum_{j=2}^m w_j ARL^{NIE}(a_j) f(a_j + v - a_m - Y_t),$$

where  $Y_t$  is the general ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) process for a CUSUM control chart.



with  $w_j = \frac{h}{m}$ , and  $a_j = \frac{h}{m} \left( j - \frac{1}{2} \right)$  ;  $j = 1, 2, \dots, m$ .

This is the new approximated ARL using the NIE method on a CUSUM control chart for a long-memory process with exponential white noise. Hence, the conventional Gauss-Legendre quadrature rule technique can be used to approximate the ARL quite accurately.

### Numerical Results

The performance of the approximated ARL using the NIE method on a CUSUM control chart for detecting changes in the mean of a long-memory ARFIMAX process was compared with the analytical ARL. Explanatory variable ( $X$ ) and long-memory processes  $d = 0.1, 0.2$  and  $0.3$  were considered. In addition, the Gauss-Legendre quadrature rule module in the Mathematica program with the number of division points  $m = 700$  nodes was used to calculate the numerical results. Furthermore, the analytical ARL for the explicit formulas can be written as

$$ARL^{EF}(\psi) = e^{\alpha h} (1 + e^{\alpha(v - Y_t)} - \alpha h) - e^{\alpha \psi}. \quad (14)$$

where  $Y_t$  is the general ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) process for a CUSUM control chart.

The criterion for consideration to evaluate the performance of the methods is the percent relative error ( $\varepsilon(\%)$ ), which is the magnitude of the difference between the expressions for the ARL using the NIE method ( $ARL^{NIE}(\psi)$ ) (see Equation 13) and the analytical ARL of the explicit formulas ( $ARL^{EF}(\psi)$ ) (see Equation 14) divided by the magnitude of  $ARL^{EF}$  as a percentage:

$$\varepsilon(\%) = \left| \frac{ARL^{EF}(\psi) - ARL^{NIE}(\psi)}{ARL^{EF}(\psi)} \right| \times 100\%, \quad (15)$$

when  $\varepsilon(\%)$  is less than 0.30%, the results obtained from the two methods are similar and in excellent agreement.

The parameter settings for the CUSUM control chart that result in the desired in-control ARL and minimize the out-of-control ARL ( $ARL_1$ ) are needed for the specified changes in the process. The process follows an exponential distribution with mean parameter ( $\alpha$ ) when it is in-control ( $\alpha_0 = 1$ ). On the other hand, the out-of-control process for parameter  $\alpha_1 > 1$  is in the format  $\alpha_1 = (1 + \delta)\alpha_0$ , where  $\delta$  is the magnitude of change in the process mean ( $\delta = 0.01, 0.03, 0.05, 0.10, 0.30, 0.50, 0.80, 1$ , and  $3$ ). When considering the parameter values of  $v$  and  $h$  for an upper-sided CUSUM control chart, the reference values  $v = 3.0, 3.5, 4.0$ , and  $4.5$  for the CUSUM control limit are used and the decision value ( $h$ ) is chosen to achieve the specified  $ARL_0 = 370$ .

**Table 1.** Values of CUSUM control limit ( $h$ ) with corresponding values of  $\nu$  for the desired  $ARL_0 = 370$  for ARFIMAX( $p, d, q, r$ ) models.

Parameters of models				Long-memory with models	$\nu$			
$\phi_1$	$\phi_2$	$\theta_1$	$\beta_1$		3.0	3.5	4.0	4.5
0.1	-	0.1	0.75	[1] ARFIMAX(1, 0.1, 1, 1)	4.361765	3.537212	2.917920	2.365228
				[2] ARFIMAX(1, 0.2, 1, 1)	4.711590	3.733592	3.080743	2.515072
				[3] ARFIMAX(1, 0.3, 1, 1)	5.209625	3.922684	3.229655	2.649611
0.1	0.2	0.1	0.75	[4] ARFIMAX(2, 0.1, 1, 1)	4.794150	3.772573	3.112120	2.543635
				[5] ARFIMAX(2, 0.2, 1, 1)	5.595760	3.994427	3.283828	2.697874
				0.50 [6] ARFIMAX(2, 0.3, 1, 1)	4.653225	3.704270	3.056923	2.493320

Table 1 shows the results for the computed  $h$  value for  $ARL_0 = 370$ . It was found that as  $\nu$  increases,  $h$  decrease on the CUSUM control chart for long-memory process models [1]–[6]; e.g. for  $\nu = 3$ ,  $h = 4.361765, 4.711590, 5.209625, 4.794150, 5.59576,$  and  $4.653225$ , respectively.

**Table 2.** Comparison of  $ARL_1$  values using the NIE method and explicit formulas for an ARFIMAX(1,  $d$ , 1, 1) process on a CUSUM control chart for  $ARL_0 = 370$ .

$\delta$	$\nu$ $h$	3.0			3.5			4.0			4.5		
		[1]	[2]	[3]	[1]	[2]	[3]	[1]	[2]	[3]	[1]	[2]	[3]
0.01	ARL <sup>NIE</sup>	344.140	342.763	<b>339.992</b>	346.640	345.896	<b>345.445</b>	347.284	347.667	<b>346.845</b>	347.853	347.721	<b>347.589</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	345.013	343.620	340.740	347.101	346.720	346.291	347.968	347.784	347.589	348.419	348.320	348.218
	$\epsilon$ (%)	0.25	0.25	0.22	0.13	0.24	0.24	0.20	0.03	0.21	0.16	0.17	0.18
0.03	ARL <sup>NIE</sup>	300.497	296.983	<b>289.850</b>	305.910	304.902	<b>303.782</b>	308.252	307.744	<b>307.216</b>	309.533	309.245	<b>308.951</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	301.230	297.689	290.430	306.594	305.607	304.503	308.845	308.364	307.859	310.026	309.766	309.498
	$\epsilon$ (%)	0.24	0.24	0.20	0.22	0.23	0.24	0.19	0.20	0.21	0.16	0.17	0.18
0.05	ARL <sup>NIE</sup>	263.777	258.784	<b>248.699</b>	271.493	270.054	<b>268.656</b>	274.831	274.108	<b>273.356</b>	276.641	276.236	<b>275.822</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	264.396	259.369	249.150	272.084	270.662	269.308	275.347	274.647	273.914	277.072	276.692	276.299
	$\epsilon$ (%)	0.23	0.23	0.18	0.22	0.22	0.24	0.19	0.20	0.20	0.16	0.16	0.17
0.10	ARL <sup>NIE</sup>	194.539	187.711	<b>174.151</b>	205.291	203.266	<b>201.028</b>	210.025	208.996	<b>207.928</b>	212.607	212.030	<b>211.439</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	194.955	188.086	174.394	205.710	203.693	201.458	210.398	209.384	208.327	212.921	212.391	211.785
	$\epsilon$ (%)	0.21	0.20	0.14	0.20	0.21	0.21	0.18	0.19	0.19	0.15	0.17	0.16
0.30	ARL <sup>NIE</sup>	73.683	68.031	<b>57.523</b>	83.303	81.406	<b>79.365</b>	87.917	86.889	<b>85.837</b>	90.574	89.969	<b>89.357</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	73.793	68.113	57.535	83.436	81.541	79.493	88.044	87.018	85.969	90.684	90.085	89.476
	$\epsilon$ (%)	0.15	0.12	0.02	0.16	0.17	0.16	0.14	0.15	0.15	0.12	0.13	0.13
0.50	ARL <sup>NIE</sup>	37.043	33.646	<b>27.672</b>	43.223	41.960	<b>40.624</b>	46.413	45.686	<b>44.953</b>	48.340	47.895	<b>47.448</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	37.082	33.670	27.661	43.278	42.014	40.675	46.468	45.742	45.001	48.390	47.946	47.500
	$\epsilon$ (%)	0.11	0.07	0.04	0.13	0.13	0.13	0.12	0.12	0.11	0.10	0.11	0.11
0.80	ARL <sup>NIE</sup>	18.295	16.676	<b>14.019</b>	21.498	20.814	<b>20.114</b>	23.327	22.875	<b>22.473</b>	24.469	24.198	<b>23.931</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	18.306	16.684	14.027	21.519	20.833	20.124	23.331	22.908	22.487	24.490	24.217	23.946
	$\epsilon$ (%)	0.06	0.05	0.06	0.10	0.09	0.05	0.02	0.14	0.06	0.09	0.08	0.06
1.00	ARL <sup>NIE</sup>	13.113	12.078	<b>10.457</b>	15.279	14.804	<b>14.319</b>	16.568	16.263	<b>15.961</b>	17.422	17.219	<b>17.018</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	13.120	12.080	10.451	15.291	14.815	14.330	16.581	16.275	15.974	17.434	17.231	17.031
	$\epsilon$ (%)	0.05	0.02	0.06	0.08	0.07	0.08	0.08	0.07	0.08	0.07	0.07	0.08
3.00	ARL <sup>NIE</sup>	3.469	3.432	<b>3.418</b>	3.627	3.583	<b>3.543</b>	3.770	3.734	<b>3.699</b>	3.890	3.860	<b>3.832</b>
	ARL <sup>Exp</sup>	3.469	3.432	3.418	3.627	3.583	3.544	3.772	3.734	3.699	3.890	3.860	3.832
	$\epsilon$ (%)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

The bold figures are the minimum  $ARL_1$  according to the shifts.

[1] ARFIMAX(1, 0.1, 1, 1), [2] ARFIMAX(1, 0.2, 1, 1) and [3] ARFIMAX(1, 0.3, 1, 1).

**Table 3.** Comparison of  $ARL_1$  values using the NIE method and explicit formulas for an ARFIMAX(2,  $d$ , 1, 1) process on a CUSUM control chart for  $ARL_0 = 370$ .

$\delta$	$\nu$ $h$	3.0			3.5			4.0			4.5		
		Model	[4]	[5]	[6]	[4]	[5]	[6]	[4]	[5]	[6]	[4]	[5]
0.01	$ARL^{NIE}$	342.380	<b>336.764</b>	343.019	345.808	<b>345.258</b>	345.961	347.022	<b>346.759</b>	347.105	347.694	<b>347.539</b>	347.741
	$ARL^{Exp}$	343.228	337.315	343.882	346.637	346.111	346.781	347.745	347.513	347.812	348.300	348.178	348.336
	$\varepsilon(\%)$	0.25	0.16	0.25	0.24	0.25	0.24	0.21	0.22	0.20	0.17	0.18	0.17
0.03	$ARL^{NIE}$	296.002	<b>281.504</b>	297.639	304.683	<b>303.315</b>	305.062	307.637	<b>307.008</b>	307.822	309.185	<b>308.837</b>	309.29
	$ARL^{Exp}$	296.695	281.872	298.352	305.393	304.04	305.765	308.262	307.659	308.438	309.712	309.392	309.807
	$\varepsilon(\%)$	0.23	0.13	0.24	0.23	0.24	0.23	0.20	0.21	0.20	0.17	0.18	0.17
0.05	$ARL^{NIE}$	257.393	<b>236.968</b>	259.714	269.742	<b>267.790</b>	270.283	273.957	<b>273.060</b>	274.22	276.152	<b>275.661</b>	276.299
	$ARL^{Exp}$	257.964	237.204	260.307	270.353	268.411	270.888	274.5	273.624	274.756	276.613	276.145	276.751
	$\varepsilon(\%)$	0.22	0.10	0.23	0.23	0.23	0.22	0.20	0.21	0.20	0.17	0.18	0.16
0.10	$ARL^{NIE}$	185.823	<b>158.660</b>	188.976	202.828	<b>200.098</b>	203.587	208.781	<b>207.507</b>	209.155	211.910	<b>211.208</b>	212.119
	$ARL^{Exp}$	186.182	158.705	189.360	203.256	200.528	204.013	209.171	207.911	209.541	212.245	211.559	212.448
	$\varepsilon(\%)$	0.19	0.03	0.20	0.21	0.21	0.21	0.19	0.19	0.18	0.16	0.17	0.15
0.30	$ARL^{NIE}$	66.517	<b>46.289</b>	69.056	81.001	<b>78.529</b>	81.706	86.676	<b>85.427</b>	87.047	89.845	<b>89.120</b>	90.062
	$ARL^{Exp}$	66.589	46.21	69.144	81.137	78.656	81.838	86.806	85.560	87.176	89.961	89.241	90.177
	$\varepsilon(\%)$	0.11	0.17	0.13	0.17	0.16	0.16	0.15	0.16	0.15	0.13	0.14	0.13
0.50	$ARL^{NIE}$	32.760	<b>21.625</b>	34.251	41.695	<b>40.086</b>	42.157	45.538	<b>44.670</b>	45.798	47.804	<b>47.276</b>	47.963
	$ARL^{Exp}$	32.779	21.573	34.278	41.748	40.135	42.211	45.593	44.726	45.853	47.855	47.329	48.014
	$\varepsilon(\%)$	0.06	0.24	0.08	0.13	0.12	0.13	0.12	0.13	0.12	0.11	0.11	0.11
0.80	$ARL^{NIE}$	16.272	<b>11.539</b>	16.958	20.671	<b>19.826</b>	20.919	22.801	<b>22.305</b>	22.951	24.141	<b>23.822</b>	24.238
	$ARL^{Exp}$	16.276	11.515	16.967	20.690	19.843	20.938	22.822	22.327	22.972	24.161	23.843	24.258
	$\varepsilon(\%)$	0.02	0.21	0.05	0.09	0.09	0.09	0.09	0.10	0.09	0.08	0.09	0.08
1.00	$ARL^{NIE}$	11.823	<b>8.991</b>	12.255	14.706	<b>14.130</b>	14.876	16.201	<b>15.847</b>	16.309	17.177	<b>16.942</b>	17.249
	$ARL^{Exp}$	11.824	8.977	12.259	14.717	14.140	14.888	16.214	15.859	16.322	17.190	16.955	17.262
	$\varepsilon(\%)$	0.01	0.16	0.03	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
3.00	$ARL^{NIE}$	3.435	<b>3.427</b>	3.437	3.574	<b>3.529</b>	3.589	3.729	<b>3.685</b>	3.739	3.853	<b>3.820</b>	3.864
	$ARL^{Exp}$	3.435	3.427	3.437	3.575	3.529	3.590	3.727	3.686	3.740	3.854	3.821	3.865
	$\varepsilon(\%)$	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.03	0.05	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03

The bold figures are the minimum  $ARL_1$  according to the shifts.

[4] ARFIMAX(2, 0.1, 1, 1), [5] ARFIMAX(2, 0.2, 1, 1) and [6] ARFIMAX(2, 0.3, 1, 1).

Tables 2 and 3 summarize the comparison of ARL results using the two methods for various magnitudes of change in the process mean. The first column in the two tables lists the magnitude of change ( $\delta$ ) divided into two levels: small changes ( $\delta = 0.01 - 0.30$ ) and moderate changes ( $\delta = 0.50 - 3.00$ ), which both showed decreases in ARL. The out-of-control ARL using both methods decreased. In addition, both methods could detect small changes rapidly. The results show that the ARL value for the NIE method approached that of the explicit formulas and because of that, both methods obtained percent relative errors ( $\varepsilon(\%)$ ) of less than 0.30%, showing that they are in excellent agreement when applying this metric. It is obvious that the NIE method and explicit formulas performed slightly differently for the fractional integration parameter ( $d = 0.1, 0.2, 0.3$ ) based on ARFIMAX(1,  $d$ , 1, 1) and ARFIMAX(2,  $d$ , 1, 1) on the CUSUM control chart. Furthermore,  $\varepsilon(\%)$  decreased when the shift size increased.

In the study of this process, we considered explanatory variable ( $X$ ) and long-memory processes  $d = 0.1, 0.2, 0.3$ .

From the results in Tables 2 and 3, the notable outcomes are as follows:

1. The ARL values of the NIE method were similar to explicit formulas for detecting changes in the process mean, with decreasing order being [3] ARFIMAX(1, 0.3, 1, 1), [2] ARFIMAX(1, 0.2, 1, 1) and [1] ARFIMAX(1, 0.1, 1, 1). When analyzing the performance of a CUSUM control chart, the ARL value needs to be as small as possible. In this study, the performances with models [1] and [2] were slightly lower than for model [3] at each reference value level (see Tables 2).
2. In Table 3, the ARL values obtained from model [5] ARFIMAX(2, 0.2, 1, 1) indicate a better performance than the model [4] ARFIMAX(2, 0.1, 1, 1) when  $\beta_1 = 0.75$  and model [6] ARFIMAX(2, 0.2, 1, 1) when  $\beta_1 = 0.50$  at each reference value level.
3. As the value for parameter  $\nu$  increased, the ARLs obtained from the two methods decreased.

In summary, approximating the ARL by using the NIE method is a good alternative to explicit formulas for measuring the performance of detecting a change in the process mean on a CUSUM control chart because the results show that its performance was similar to and in excellent agreement with the explicit formula method. Thus, equivalent numerical accuracy was achieved using the NIE method.

### **Implementing the Upper-Sided CUSUM Control Chart for the Mean: An Example Using Real Data**

In this section, the ARL is approximated by using the NIE method and explicit formulas to illustrate the practical application of our proposed CUSUM control chart. The real data are the stock prices for SCB in Thailand with the explanatory variable as the exchange rate of THB against USD (unit: Baht rate). The observations were collected daily (5 days per week) from February 2020 to June 2020, consisting of 100 observations (source: <https://th.investing.com>). The dataset was analyzed and fitted to the long-memory ARFIMAX(1, 0.499998, 1, 1) process with coefficients  $\phi_1 = 0.907764$ ,  $\theta_1 = -0.468244$ , and  $\beta_1 = -5.883148$ , as well as white noise significantly exponentially distributed with mean  $(\alpha_0) = 2.0136$ . For the one-sided control limit for the CUSUM control chart, reference value  $\nu = 3$  and upper control limit values  $(h) = 4.53619$  and  $5.15611$  were used for  $ARL_0 = 370$  and  $500$ , respectively. The ARLs on the CUSUM control chart were derived using the two methods, the results of which are summarized in Table 4. The results are obviously in agreement with those in Tables 2 and 3. The numerical results obtained from the NIE method approached the explicit formulas for all cases when detecting small-to-moderate-sized changes in the process mean. To sum up, the NIE method is a good alternative for approximating the ARL for real applications on a CUSUM control chart.

**Table 4.** Comparison of  $ARL_1$  values using the NIE method and explicit formulas for a long-memory ARFIMAX(1,0.499998,1,1) process under data on stock prices for SCB with the explanatory (exchange rate of THB against USD) for in-control process  $\alpha_0 = 2.0136$ .

$\delta$	$ARL_0 = 370$			$ARL_0 = 500$		
	$\nu = 3, h = 4.53619$		$\varepsilon(\%)$	$\nu = 3, h = 5.15611$		$\varepsilon(\%)$
	$ARL^{NIE}$	$ARL^{Exp}$		$ARL^{NIE}$	$ARL^{Exp}$	
0.01	358.638	359.128	0.14	483.780	484.530	0.15
0.03	338.168	338.626	0.14	454.726	455.426	0.15
0.05	319.226	319.653	0.13	427.925	428.577	0.15
0.10	277.690	278.052	0.13	369.461	370.009	0.15
0.30	168.771	168.970	0.12	218.583	218.876	0.13
0.50	110.955	111.074	0.11	140.469	140.640	0.12
0.80	66.100	66.162	0.09	81.359	81.445	0.11
1.00	49.553	49.596	0.09	60.044	60.103	0.10
3.00	9.918	9.922	0.04	11.038	11.043	0.05

## Conclusions

An NIE method for approximating the ARL of a shift in the mean of a long-memory ARFIMAX model on a CUSUM control chart is proposed in this article. The method approximated the ARL quite accurately and is a good alternative for verifying explicit formulas for constructing the ARL to detect changes in the mean for a long-memory process, and thus we suggest that it can be successfully applied to real applications such as in economics, finance, agriculture, hydrology, environmental, etc. Its applicability to real observations that follow a long-memory ARFIMAX process with a seasonal variation (SARFIMAX) as well as exponential white noise is a subject for future studies. In future studies, the NIE method for approximating the ARL could be developed for observations that correspond to the exponential family with continuous and increasing functions, such as gamma and Weibull distributions, among others.

## Acknowledgement

The author would like to express her gratitude to the Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand for support with research grant No. 6345106.

## References

- Acosta-Mejía, C.A., Pignatiello, Jr., J.J. & Rao, B.V. (1999). A comparison of control charting procedures for monitoring process dispersion. *IIE Transactions*, 31, 569–579.
- Brook, D. & Evans, D. A. (1972). An approach to the probability distribution of CUSUM run length. *Biometrika*, 59, 539–549.
- Champ, C.W. & Rigdon, S.E. (1991). A comparison of the markov chain and the integral equation approaches for evaluating the run length distribution of quality control charts. *Communications in Statistics Simulation and Computation*, 20, 191-204.
- Ebens H. (1999). Realized stock index volatility. Working Paper No. 420, Department of Economics, Johns Hopkins University.

- Gan F.F. (1991). An Optimal Design of CUSUM Quality Control Charts. *Journal of Quality Technology*, 23, 279-286.
- Granger C.W.J. & Joyeux R. (1980). An introduction to long memory time series models and fractional differencing. *Journal of Time Series Analysis*, 1(1): 15-29.
- Hawkins, D.M. (1992). Evaluation of average run lengths of cumulative sum charts for an arbitrary data distribution. *Communications in Statistics Simulation and Computation*, 21, 1001-1020.
- Hosking, J.R.M. (1981). Fractional differencing. *Biometrika*, 68(1), 165-176.
- Jacob P.A. & Lewis PAW. (1997). A mixed autoregressive-moving average exponential sequence and point process (EARMA 1,1). *Advances in Applied Probability*, 9(1), 87-104.
- Johnson, R.A. & Bagshaw, M. (1974). The effect of serial correlation on the performance of CUSUM tests. *Technometrics*, 16(1), 103-112.
- Kharab, A. & Guenther, R. B. (2011). *An Introduction to Numerical Methods: A MATLAB Approach* (3rd ed.). New York, USA: Chapman and Hall/CRC.
- Kim, S.-H., Alexopoulos, C., Tsui, K.-L., & Wilson, J. R. (2007). A distribution-free tabular CUSUM chart for autocorrelated data. *IIE Transactions*, 39, 317-330.
- Knoth, S. (2006). Computation of the ARL for CUSUM-S2 schemes. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, 499-512.
- Lu, C.-W. & Reynolds, M.R. (2001). Cusum charts for monitoring an autocorrelated process. *Journal of Quality Technology*, 33(3), 316-334.
- Luceño, A. & Puig-Pey, J. (2002). An accurate algorithm to compute the run length probability distribution, and its convolutions, for a CUSUM chart to control normal mean. *Computer Statistics and Data Analysis*, 38(3), 249-261.
- Luceño A. & Puig-Pey J. (2006). The Random Intrinsic Fast Initial Response of One-sided CUSUM Charts. *Journal of Applied Statistics*. 33: 189-201.
- Mohamed, I. & Hocine, F. (2003). Bayesian Estimation of an AR(1) Process with Exponential White Noise. *A Journal of Theoretical and Applied Statistics*. 37, 365-372.
- Page, E.S. (1954). Continuous Inspection Schemes. *Biometrika*. 41, 100-114.
- Pan, J.N. & Chen, S.T. (2008). Monitoring Long-memory Air Quality Data Using ARFIMA Model. *Environmetrics*, 19, 209-219.
- Paichit, P. (2017). Exact expression for average run length of control chart of ARX(p) procedure. *KKU Science Journal*, 45(4), 948-958.
- Peerajit W., Areepong Y. & Sukparungsee S. (2018). Numerical integral equation method for ARL of CUSUM chart for long-memory process with non-seasonal and seasonal ARFIMA models. *Thailand Statistician*, 16(1), 26-37.
- Pereira, I.M.S. & Turkman, M.A. (2004). Bayesian Prediction in Threshold Autoregressive Models with Exponential White Noise. *Sociedad de Estadística E Investigación Operativa Test*, 13, 45-64.
- Rabyk, L. & Schmid, W. (2016). EWMA Control Charts for Detecting Changes in the Mean of a Long-memory Process. *Metrika*. 79, 267-301.
- Ramjee, R. (2018). *Quality control charts and persistent processes*. (Ph.D. Thesis) Stevens Institute of Technology, Hoboken, New Jersey.

- Ramjee, R., Crato, N. & Ray, B.K. A. (2002). Note on Moving Average Forecasts of Long Memory Processes with an Application to Quality Control. *International Journal of Forecasting*, 18, 291-297.
- Riaz M. Abbasi S.A., Ahmad S. & Zaman B. (2014). On efficient phase II process monitoring charts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70(9-12), 2263–2274
- Suparman S. (2018). A new estimation procedure using a reversible jump MCMC algorithm for AR models of exponential white noise. *International Journal of GEOMATE*, 15(49), 85-91.
- Wieringa, J.E. (1999). *Statistical process control for serially correlated data* (Ph.D. Thesis). University of Groningen, Netherlands.
- Wu Z. & Wang Q.N. (2007). A Single CUSUM Chart Using a Single Observation to Monitor a Variable. *International Journal of Production Research*, 45, 719-741.

## Research Article

# Estimating the Average Run Length of CUSUM Control Chart for Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average of Order (P,D,Q)<sub>L</sub> Model

Suvimol Phanyaem <sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok 10800, Thailand

\*E-mail: suvimol.p@sci.kmutnb.ac.th

Received: 23/07/2020; Revised: 15/09/2020; Accepted: 18/09/2020

## Abstract

The main objective of this paper is to present the numerical integral equation of average run length (ARL) of cumulative sum (CUSUM) control chart when observations are seasonal autoregressive integrated moving average denoted by SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process with exponential white noise. The accuracy of the proposed method is established by comparing them to the Monte Carlo simulation method in term of the absolute percentage difference and the computational times. A comparative results obtained from the numerical integral equation with the Monte Carlo simulation shows that the absolute percentage difference is less than 1.0%. In terms of computational time, we find that the computational times are approximately 60 minutes for the numerical integration method and approximately 190 minutes for the Monte Carlo simulation method.

**Keywords:** Average Run Length, Cumulative Sum Control Chart, Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average

## Introduction

In general, the production process has a variety of steps in the production of products in order to get the good quality products. Statistical process control (SPC) is an important for the production process to control and improve the quality of production process. Control charts are one of the efficient tools of SPC for detecting changes in mean or variations of the process. Therefore, the objective of control chart consists in detecting variations of the process over time. There are many applications of control charts in engineering, medical, health-care, finance, chemistry and biology etc.

The concept of a control chart was first proposed by Walter A. Shewhart (1931), which is called the Shewhart control chart. It is a quality control chart that is suitable for detecting large changes in the process. Recently, the cumulative sum (CUSUM) control chart presented by Page (1954), which is effective in detecting small shifts in the process. In this paper, we discuss the application of the CUSUM control chart for monitoring in the mean of process. The CUSUM control chart are widely used in engineering and in health-care.

The adopted criterion of measures to confirm the performance of a control chart is the average run length (ARL). The most frequently used operating characteristics are in-control average run length or ARL<sub>0</sub> and out-of-control average run length or ARL<sub>1</sub>. There are many methods for evaluating the ARL such as Markov Chain approach (MCA), integral equation approach (IE) and Monte Carlo simulations (MC).

A systematic review demonstrated that, there are many researchers have been proposed for evaluating the ARL of CUSUM control chart such as Brook & Evans (1972) used the Markov Chain approach with finite state to evaluate the average run length of CUSUM control chart. Vanbrackle & Reynold (1997) used the integral equation method and the Markov Chain approach to evaluate the ARL of the EWMA and the CUSUM control charts for the autoregressive, AR(1) process with additional random error. Later, Areepong (2009) presented the formula for the ARL of the EWMA control chart when the data were exponential distribution by Martingale Approach and compared the efficiency of the formula for the ARL of the EWMA control chart with the CUSUM control chart. Later, Mititelu et al. (2010) developed an analytical solution for the ARL by using the Fredholm integral equation approach for CUSUM control chart when observations are hyperexponential distribution.

There are many situations in which the process is a serial correlation, thus these process need to be monitored by appropriate control charts. For this reason, several authors have been developed for evaluating the ARL of CUSUM control chart when the process is an autocorrelation, such as Busaba et al. (2012) investigated the explicit formula of the ARL for CUSUM control chart by using the Fredholm integral equation when observations are an autoregressive, AR(1) process. Later, Phanyaem et al. (2014) derived the analytical formula and used the numerical methods to find the ARL of CUSUM control chart for an autoregressive and moving average, ARMA(1,1) process with exponential white noise. In addition, Phanyaem et al. (2014) presented the numerical integral equation of ARL for an autoregressive and moving average process, ARMA(p,q) process with exponential white noise based on EWMA and CUSUM control charts and compared the ARL obtained from the EWMA control chart with the ARL obtained from the CUSUM control charts. Recently, Petcharat et al (2015) used the Fredholm integral equation approach to solve the exact formula of the ARL of CUSUM control chart based on a moving average, MA(q) process with exponential white noise. After that, Phanyaem (2017) proposed the explicit formula and the numerical integral equation to approximate the ARL of CUSUM control chart for SARMA(1,1)<sub>L</sub> process.

The objectives of this paper are to approximate the ARL of CUSUM control chart for a seasonal autoregressive integrated moving average, SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process with exponential distribution white noise by using the numerical integral equation method based on Gauss-Legendre quadrature rule and to compare the numerical results obtained from the numerical integral equation method with the results obtained from the Monte Carlo simulation method in term of the absolute percentage difference and the computational time.

The paper is organized as follows: in Section 1, we present the background and literature review of control charts. In Section 2, the underlying a seasonal autoregressive integrated moving average, CUSUM control chart based on SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process is introduced. In Section 3, the methodology of numerical integration is demonstrated using Gauss-Legendre quadrature rule. The Monte Carlo simulation technique is presented in Section 4. In Section 5, we compared the results from the numerical integral equation method with the results from the Monte Carlo simulation method. Finally, conclusion of this research are discussed.

### **CUSUM Control Chart based on SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> Process**

In this section, we present the procedure to generate the cumulative sum (CUSUM) control chart. The CUSUM control chart is used for the data that has subgroups or single observation at each time period. In addition, the CUSUM control chart can specify a fast initial response values to enhance the control chart. The CUSUM control chart displays the cumulative data of current and previous samples. For this reason, the CUSUM control chart is better than the Shewhart control chart for detecting small shifts in the mean of a process. In this paper, we

used the CUSUM control chart to monitor the mean of a process based on SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process.

Let  $X_t$  is a seasonal autoregressive integrated moving average process with exponential white noise. The SARIMA process denoted by SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> can be expressed as

$$(1 - \Phi_{1,L}B^L - \Phi_{2,L}B^{2L} - \dots - \Phi_{p,L}B^{pL})(1 - B^L)^D X_t = \mu + (1 - \Theta_{1,L}B^L - \Theta_{2,L}B^{2L} - \dots - \Theta_{q,L}B^{qL})\xi_t \quad (1)$$

where  $\xi_t$ ;  $t = 1, 2, \dots$  is the white noise process with exponential distribution,  $\Phi_p(B^L)$  and  $\Theta_q(B^L)$  are the polynomials of order P and Q of the seasonal autoregressive and moving average components, respectively. The seasonal difference components are represented by  $(1 - B^L)^D$ .

The CUSUM control chart for monitoring the process mean is based on the statistics

$$C_t = \max(C_{t-1} + X_t - a, 0); t = 1, 2, \dots \quad (2)$$

where  $X_t$  is the  $t^{\text{th}}$  observation based on SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process and  $a$  is a reference value of CUSUM control chart.

The stopping time ( $\tau_h$ ) of CUSUM control chart is given by:

$$\tau_h = \inf \{t > 0; C_t > h\}, h > u \quad (3)$$

where  $h$  is the upper control limit of CUSUM control chart.

### Numerical Integration of ARL of CUSUM Chart for SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub>

In this section we present the scheme to evaluate numerically the solutions of the integral equation by using Gauss-Legendre quadrature rule. Since the corresponding integral equation are difficult to solve, the numerical integral equation (NIE) method is the alternative way to solve the problem of integral equation. The numerical schemes are discussed by Kantorovich & Krylov (1960), Petrovskii (1996), Atkinson & Han (2001).

Suppose that the function  $L(u)$  is the ARL of CUSUM control chart based on SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process with the initial value  $C_0 = u$  where  $u \in [0, h]$ .

The ARL of CUSUM control chart is given by

$$ARL = L(u) = \mathbf{E}_\infty(\tau_h) < \infty. \quad (4)$$

The solution of integral equation is given by the equation

$$L(u) = 1 + \mathbf{E}_c [I\{0 < C_1 < h\}L(C_1)] + \mathbf{P}_c\{C_1 = 0\}L(0). \quad (5)$$

where  $\mathbf{P}_c$  is the probability measure

$\mathbf{E}_c$  is the expectation corresponding to an initial value  $u$ .

Therefore, an explicit formula for the solution of (5) is sought in the form of Fredholm's integral equation of the 2<sup>nd</sup> kind as follows

$$L(u) = 1 + \beta e^{\beta(u-a+\mu+(\Theta_{1,L}B^L+\dots+\Theta_{q,L}B^{qL})\xi_t - \sum_{k=1}^D(-1)^{kL}B^{kL}X_t+(\Phi_{1,L}B^L+\dots+\Phi_{p,L}B^{pL})(1-B^L)^D X_t)} \int_0^h L(y)e^{-\beta y} dy + (1 - e^{-\beta(a-u-\mu-(\Theta_{1,L}B^L+\dots+\Theta_{q,L}B^{qL})\xi_t + \sum_{k=1}^D(-1)^{kL}B^{kL}X_t - (\Phi_{1,L}B^L+\dots+\Phi_{p,L}B^{pL})(1-B^L)^D X_t)}) L(0). \quad (6)$$

where  $\beta$  is a parameter of exponential white noise.

Here, we assume that the  $\tilde{L}(u)$  is the numerical integration solution of  $L(u)$ . This section, we consider the numerical solution of the ARL of CUSUM control chart governed by integral equations, which is described by

$$\begin{aligned} \tilde{L}(u) = & 1 + L(0)F(a-u-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t) \\ & + \int_0^h L(y)f(y+a-u-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t) dy \end{aligned} \quad (7)$$

where

$$F(u) = 1 - e^{-\beta u} \quad \text{and} \quad f(u) = \frac{dF(u)}{du} = \beta e^{-\beta u}.$$

The quadrature formula for approximating  $\int_0^h f(y)dy$  will be  $h/m$  times the formula for approximating the equivalent integral over  $[0, h]$  with the division points  $0 \leq a_1 \leq \dots \leq a_m \leq h$  and weights  $w_j = h/m \geq 0$ . Therefore, we can approximate the integral equation by a sum of areas of rectangles, which is described by

$$\int_0^h W(y)f(y)dy \approx \sum_{j=1}^m w_j f(a_j) \quad \text{with} \quad a_j = \frac{h}{m} \left( j - \frac{1}{2} \right) \quad ; j = 1, 2, \dots, m.$$

Using the numerical integral equation (NIE) method. The numerical results of  $L(u)$  is given by

$$\begin{aligned} \tilde{L}(a_i) = & 1 + \tilde{L}(a_i) F(a-a_i-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t) \\ & + \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f(a_j+a-a_i-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t). \end{aligned} \quad (8)$$

Consequently, we obtain the linear system as

$$\begin{aligned} \tilde{L}(a_1) = & 1 + \tilde{L}(a_1) F(a-a_1-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t) \\ & + \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f(a_j+a-a_1-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t). \\ \tilde{L}(a_2) = & 1 + \tilde{L}(a_2) F(a-a_2-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t) \\ & + \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f(a_j+a-a_2-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t). \\ & \vdots \\ \tilde{L}(a_m) = & 1 + \tilde{L}(a_m) F(a-a_m-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t) \\ & + \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f(a_j+a-a_m-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^L (-1)^{Lk} B^{Lk} X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t). \end{aligned}$$

The above equation is the system of  $m$  linear equations, which is solved by the matrix form as follows:

$$\mathbf{L}_{m \times 1} = \mathbf{1}_{m \times 1} + \mathbf{R}_{m \times m} \mathbf{L}_{m \times 1} \quad (9)$$

where  $\mathbf{L}_{m \times 1} = \begin{pmatrix} \tilde{L}(a_1) \\ \tilde{L}(a_2) \\ \vdots \\ \tilde{L}(a_m) \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{1}_{m \times 1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} F(a-a_1-\mu-(\Theta_1 B^1 + \dots + \Theta_m B^m) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_1 B^1 + \dots + \Phi_m B^m)(1-B^1)^D X_t) + \dots & w_m f(a_1 + a - a_1 - \mu - (\Theta_1 B^1 + \dots + \Theta_m B^m) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_1 B^1 + \dots + \Phi_m B^m)(1-B^1)^D X_t) \\ F(a-a_1-\mu-(\Theta_1 B^1 + \dots + \Theta_m B^m) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_1 B^1 + \dots + \Phi_m B^m)(1-B^1)^D X_t) + \dots & w_m f(a_1 + a - a_1 - \mu - (\Theta_1 B^1 + \dots + \Theta_m B^m) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_1 B^1 + \dots + \Phi_m B^m)(1-B^1)^D X_t) \\ \vdots & \vdots \\ F(a-a_m-\mu-(\Theta_1 B^1 + \dots + \Theta_m B^m) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_1 B^1 + \dots + \Phi_m B^m)(1-B^1)^D X_t) + \dots & w_m f(a_m + a - a_m - \mu - (\Theta_1 B^1 + \dots + \Theta_m B^m) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_1 B^1 + \dots + \Phi_m B^m)(1-B^1)^D X_t) \end{bmatrix}$$

and  $\mathbf{I}_m = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$ . If  $(\mathbf{I}_m - \mathbf{R}_{m \times m})^{-1}$  there exist

$$\mathbf{L}_{m \times 1} = (\mathbf{I}_m - \mathbf{R}_{m \times m})^{-1} \mathbf{1}_{m \times 1} \tag{10}$$

Finally, the numerical integral equation of ARL of CUSUM control chart for process is given by

$$\tilde{L}(u) = 1 + \tilde{L}(a_1) F(a-u-\mu-(\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t + \sum_{j=1}^m w_j \tilde{L}(a_j) f(a_j + a - u - \mu - (\Theta_L B^L + \dots + \Theta_{QL} B^{QL}) \xi_t + \sum_{k=1}^D (-1)^k B^k X_t - (\Phi_L B^L + \dots + \Phi_{PL} B^{PL})(1-B^L)^D X_t). \tag{11}$$

where  $w_j = \frac{h}{m}$  and  $a_j = \frac{h}{m} \left( j - \frac{1}{2} \right)$ ;  $j = 1, 2, \dots, m$ .

### Monte Carlo Simulation Method

Monte Carlo (MC) simulation methods is a powerful tool for approximating a distribution when deriving the exact one is difficult. MC method is some computational algorithms that use the process of repeated random sampling to make numerical estimations of unknown parameters. In this paper, we used a MC simulation to approximate the ARL of CUSUM control chart.

Firstly, we consider in the case of observations are SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process with exponential white noise with parameter  $\beta$ . In situation the process is in-control state, we set the exponential parameter  $\beta = \beta_0 = 1$  and the process is out-of-control state, the exponential parameter  $\beta = \beta_1 = \beta_0 + \delta \beta_0$  where  $\delta$  is the magnitude of shift size;  $\delta = 0.00, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50$  and  $1.00$ . According to a specified in-control average run length (ARL<sub>0</sub>) is equal to 370, we determine the parameter of control charts based on the Monte Carlo simulations technique. The average run length was estimated by means of the number of simulation study (M) is equal to 10,000 times.

The run length is defined as

$$RL_l = \begin{cases} 1; & LCL_l \leq C \leq UCL_l \\ 0; & \text{Otherwise.} \end{cases} \tag{12}$$

where  $l = 1, 2, \dots, M$ .

Therefore, the average run length is described by

$$ARL = \frac{\sum_{i=1}^M RL_i}{M} \quad (13)$$

where  $LCL_i$  is the lower control limit of control chart  
 $UCL_i$  is the upper control limit of control chart  
 $M$  is the number of the simulation study.

### Comparison Results

In this section, we compare the numerical integral equation results with Monte Carlo simulation results in term of the absolute percentage difference and the computational time. We compute the numerical integral equation values for ARL from (11) with parameter ( $a$  and  $h$ ) and compare these results with the values obtained from the Monte Carlo simulation method. The numerical integral equation solution is denoted by (NIE) and the Monte Carlo simulation solution is denoted by (MC).

The absolute percentage difference is given by

$$Diff (\%) = \frac{|NIE - MC|}{NIE} \times 100. \quad (14)$$

In this section, the numerical results of in-control average run length ( $ARL_0$ ) and out-of-control average run length ( $ARL_1$ ) for a CUSUM control chart were calculated from (11) and (13) as shown in Table 1 to Table 3. According to the numerical integral equation with the number of division points  $m = 800$  nodes. The ARLs at different levels of parameter  $\Phi$  and  $\Theta$  calculated by keeping the in-control average run length ( $ARL_0$ ) of approximately 370. We assume that process starts with in-control state, the value of the in-control parameter  $\beta_0 = 1$ . For example, in Table 1 if we fixed an  $ARL_0 = 370$  for SARIMA(1,1,1)<sub>4</sub> process with parameter  $\Phi_{1,4} = 0.10$  and  $\Theta_{1,4} = 0.10$ , then the parameter of CUSUM control chart ( $a = 2.00$  and  $h = 4.585$ ) are adjusted in such a way that the  $ARL_0$  of approximately 370 may be maintained. In the case of SARIMA(1,1,1)<sub>12</sub> process with parameter  $\Phi_{1,12} = 0.10$  and  $\Theta_{1,12} = 0.20$ , we use the parameter of CUSUM chart are  $a = 2.50$  and  $h = 3.529$ . Finally, in the case of SARIMA(1,1,1)<sub>12</sub> process with parameter  $\Phi_{1,12} = 0.10$  and  $\Theta_{1,12} = 0.10$ , therefore the parameter of CUSUM control chart are  $a = 3.00$  and  $h = 3.028$ . Numerical values for  $ARL_0$  are computed for an in-control parameter value and numerical values for  $ARL_1$  are computed for range of out-of-control parameter values  $\beta_1 = \beta_0 + \delta\beta_0$  where  $\delta = 0.00, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40, 0.50$  and  $1.00$  respectively.

**Table 1** Comparison of ARL computed using NIE method against MC method for SARIMA(1,1,1)<sub>12</sub> process with parameter  $\Phi_{1,4} = 0.10$ ,  $\Theta_{1,4} = 0.10$ ,  $a = 2.00$  and  $h = 4.585$ .

Parameter $\beta$		Method		Diff%
		NIE	MC	
1.00	ARL	369.263	370.091	0.224
	(CPU time)	(47.121)	(196.251)	
1.10	ARL	190.483	190.825	0.180
	(CPU time)	(47.853)	(196.181)	
1.20	ARL	110.443	110.602	0.144
	(CPU time)	(47.447)	(193.453)	
1.30	ARL	70.238	70.319	0.115
	(CPU time)	(48.809)	(186.142)	

1.40	ARL (CPU time)	48.094 (47.23)	48.140 (179.362)	0.096
1.50	ARL (CPU time)	34.948 (47.26)	34.975 (175.473)	0.077
2.00	ARL (CPU time)	12.462 (47.54)	12.466 (166.215)	0.032

The performance of the numerical integral equation is measured in terms of the absolute percentage difference and the computational time. From Table 1-3, it is found that the absolute percentage difference less than 1.0% between the NIE method and the MC method. In addition, the computational time based on the NIE method takes less than 60 minutes, while the MC method takes approximately 190 minutes.

**Table 2** Comparison of ARL computed using NIE method against MC method for SARIMA(1,1,1)<sub>12</sub> process with parameter  $\Phi_{1,12} = 0.10$ ,  $\Theta_{1,12} = 0.20$ ,  $a = 2.50$  and  $h = 3.529$ .

Parameter $\beta$		Method		Diff%
		NIE	MC	
1.00	ARL (CPU time)	370.00 (52.475)	370.045 (196.141)	0.012
1.10	ARL (CPU time)	205.446 (53.702)	205.812 (192.362)	0.178
1.20	ARL (CPU time)	126.014 (51.643)	126.213 (188.211)	0.158
1.30	ARL (CPU time)	83.403 (54.758)	83.519 (186.191)	0.139
1.40	ARL (CPU time)	58.637 (50.155)	58.711 (191.143)	0.126
1.50	ARL (CPU time)	43.284 (50.574)	43.332 (193.312)	0.111
2.00	ARL (CPU time)	15.301 (52.453)	15.311 (189.141)	0.065

**Table 3** Comparison of ARL computed using NIE method against MC method for SARIMA(1,1,1)<sub>12</sub> process with parameter  $\Phi_{1,12} = 0.10$ ,  $\Theta_{1,12} = 0.10$ ,  $a = 3.00$  and  $h = 3.028$ .

Parameter $\beta$		Method		Diff%
		NIE	MC	
1.00	ARL	370.00	370.276	0.289
	ARL (CPU time)	(53.151)	(199.241)	
1.10	ARL	370.00	209.872	0.257
	ARL (CPU time)	(52.924)	(198.763)	
1.20	ARL	130.32	130.620	0.230
	ARL (CPU time)	(53.107)	(199.243)	
1.30	ARL	87.236	87.417	0.207
	ARL (CPU time)	(52.147)	(198.756)	

1.40	(CPU time) ARL	61.852 (54.014)	61.967 (197.513)	0.187
1.50	(CPU time) ARL	46.132 (53.983)	46.010 (199.421)	0.169
2.00	(CPU time) ARL	16.366 (54.015)	16.383 (199.137)	0.109

## Conclusion

This research purposes the numerical integral equation for the average run length (ARL) by using Gauss-Legendre quadrature rule of the cumulative sum control chart for a seasonal autoregressive integrated moving average; SARIMA(P,D,Q)<sub>L</sub> process with exponential white noise. The results from purposed numerical integral equation method for finding the ARL of CUSUM control chart are compared with the Monte Carlo simulation approaches to verify that the accuracy of the numerical integral equation is good agreement with the Monte Carlo simulation approaches. Furthermore, the purposed method takes time much less than the Monte Carlo simulation method obviously is demonstrated in Table 1-3.

## Acknowledgements

This research was funded by the Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok in 2019. Contract no. 6145102

## References

- Areepong, Y. (2009). An integral equation approach for analysis of control charts (Ph.D. thesis) Department of Mathematical Sciences, Faculty of Science, University of Technology, Sydney. (in Australia)
- Atkinson, K., & Han, W. (2001). Theoretical Numerical Analysis. A Functional Analysis Framework Springer, New York, 2001. *Numerical Algorithms*, 27(1).
- Brook, D., & Evans, D. (1972). An approach to the probability distribution of CUSUM run lengths. *Biometrika*, 59(3), 539-549.
- Busaba, J., Sukparungsee, S., & Areepong, Y. (2012). Numerical approximations of average run length for AR (1) on exponential CUSUM. *Comput. Sci. Telecommun*, 19, 23.
- Kantorovich, L., & Krylov, V. (1960). Approximate methods of higher analysis. *Amer. Math. Soc.*, 66(3), 146-147
- Mititelu, G., Areepong, Y., Sukparungsee, S., & Novikov, A. (2010). Explicit analytical solutions for the average run length of CUSUM and EWMA charts. *East-West Journal of Mathematics*, 1, 253-265.
- Page, E.S. (1954). Continuous inspection schemes. *Biometrika*, 41(1/2), 100-115.
- Petcharat, K., Sukparungsee, S., & Areepong, Y. (2015). Exact solution of the average run length for the cumulative sum chart for a moving average process of order q. *ScienceAsia*, 41, 141-147.
- Petrovskii, I. G. (1996). *Lectures on the theory of integral equations*. Courier Corporation.
- Phanyaem, S., Areepong, Y., & Sukparungsee, S. (2014). Explicit formulas of average run length for ARMA(1,1) process of CUSUM control chart. *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 90(2), 211.

- Phanyaem, S., Areepong, Y., & Sukparungsee, S. (2014). Numerical integration of average run Length of CUSUM Control Chart for ARMA Process, *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, 4(4), 232-235.
- Phanyaem, S. (2017). Average run length of cumulative sum control charts for SARMA (1,1)<sub>L</sub> models. *Thailand Statistician*, 15(2), 184-195.
- Shewhart, W. A. (1931). *Economic control of quality of manufactured product*. Macmillan and Co Ltd, London.
- Vanbrackle III, L. N., & Reynolds Jr, M. R. (1997). EVVMA and cusum control charts in the presence of correlation. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 26(3), 979-1008.

Research Article

# สมาชิกรักษาปรกติใน $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ

## On the regularity-preserving elements in regular $LA^{**}$ -semigroups

ชฎารัตน์ ทาปัน<sup>1</sup> และ ไพโรจน์ เยียรระยง<sup>1\*</sup>

Chadarat Tapan<sup>1</sup> and Pairote Yiarayong<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม จ. พิษณุโลก 65000

<sup>1</sup>Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Pibulsongkram Rajabhat University, Phitsanulok 65000, Thailand

\*E-mail: pairote0027@hotmail.com

Received: 05/04/2020; Revised: 19/09/2020; Accepted: 20/10/2020

### บทคัดย่อ

กำหนดให้  $a$  เป็นสมาชิกใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  จะเรียก  $a$  เป็นสมาชิกรักษาปรกติใน  $S$  ถ้า  $(S, \circ_a)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ ในบทความนี้ได้นำเสนอแนวคิดของสมาชิกรักษาปรกติในกึ่งกรุปเกือบซ้าย และมีการตรวจสอบสมบัติต่าง ๆ ของสิ่งที่กล่าวมาข้างต้น นอกจากนี้ได้พิสูจน์ว่าถ้า  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติและ  $a \in S$  แล้วเงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1.  $a$  เป็นสมาชิกรักษาปรกติใน  $S$
2.  $(b*a)*S = S*b$  สำหรับทุกสมาชิก  $b \in S$
3.  $a \in R(S)$

สุดท้ายนี้ได้หาลักษณะเฉพาะของสมาชิกรักษาปรกติใน  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ

คำสำคัญ: กึ่งกรุปเกือบซ้าย,  $LA^{**}$ -กึ่งกรุป, สมาชิกรักษาปรกติ, ตัวผกผันซ้าย, กึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

### Abstract

An element  $a$  of  $S$  is a regularity-preserving element of an left almost semigroup  $(S, *)$  if the left almost semigroup  $(S, \circ_a)$  is regular. In this paper, the notions of regularity-preserving elements in left almost semigroups are investigated. Moreover, we prove that the following conditions are equivalent:

1.  $a$  is a regularity-preserving element in a regular  $LA^{**}$ -semigroup.
2.  $(b*a)*S = S*b$  for any element  $b$  of  $S$ .
3.  $a \in R(S)$ .

Finally, we characterize the regularity-preserving elements of regular  $LA^{**}$ -semigroups.

**Keywords:** left almost semigroup,  $LA^{**}$ -semigroup, regularity-preserving element, left invertive, regular left almost semigroup

### บทนำ

ในบทความนี้เป็นการศึกษาสมาชิกรักษาปรกติในกึ่งกรุปเกือบซ้ายซึ่งเป็นการพัฒนามาจากการศึกษาตัวแปร (variant) ของกึ่งกรุปเกือบซ้าย กล่าวคือ จะเรียกสมาชิก  $a$  ใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  ว่า ตัวแปร (variant) ของกึ่งกรุปเกือบซ้าย ถ้านิยามการดำเนินการ " $\circ_a$ " บน  $S$  โดยที่

$$x \circ_a y = (x*a)*y$$

สำหรับทุกสมาชิก  $x$  และ  $y$  ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $S$  ยิ่งไปกว่านั้นเห็นได้ชัดเจนว่า  $\circ_a$  เป็นดำเนินการทวิภาคบน  $S$  โครงสร้างพีชคณิตดังกล่าวได้รับการพัฒนาโดย Tapan และ Yiarayong (Tapan & Yiarayong, 2020) ในปี 2020 ยิ่งไปกว่านั้นยังมีนักคณิตศาสตร์อีกมากมายที่ได้ศึกษาสมบัติต่าง ๆ ของกึ่งกรุปเกือบซ้ายอย่างแพร่หลายซึ่งได้อธิบายถึงทฤษฎีบท สมบัติ และตัวอย่างต่าง ๆ ของกึ่งกรุปเกือบซ้าย เช่น

ในปี ค.ศ. 2014, Shah และ Kausar (Shah & Kausar, 2014) ได้อธิบายผลการศึกษาลักษณะเฉพาะของกึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติ (regular ordered left almost semigroup) [กึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติซ้าย, กึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติขวา, กึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติแบบอ่อนซ้าย, กึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติแบบอ่อนขวา, กึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติภายใน] [left regular ordered left almost semigroup, right regular ordered left almost semigroup, left weakly regular ordered left almost semigroup, right weakly regular ordered left almost semigroup, intra-regular ordered left almost semigroup] โดยสมบัติบางประการของไอดีลซ้ายวิกซ์นัย (fuzzy left ideal) [ไอดีลขวาวิกซ์นัย, ไบ-ไอดีลวิกซ์นัย, ไบ-ไอดีลวางนัยทั่วไปวิกซ์นัย] [fuzzy right ideal, fuzzy bi-ideal, fuzzy generalized bi-ideal] ต่อไปในปี ค.ศ. 2015, Amjad และคณะ (Amjad, Yousafzai & Iampan, 2015) ได้อธิบายลักษณะเฉพาะของกึ่งกรุปเกือบซ้ายอันดับปรกติ (regular ordered left almost semigroup) ในพจน์ของ  $(\in, \in \vee q_k)$ -ไอดีลซ้ายวิกซ์นัย

$(\in, \in \vee q_k)$ -fuzzy left ideal) ในปี ค.ศ. 2016, Arif และคณะ (Arif et al., 2016) ได้อธิบายผลการศึกษาของบาง AG-กรุปพอยด์ (slim AG-groupoid) และได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างบาง AG-กรุปพอยด์กับกึ่งกรุปสลับที่ (commutative semigroup) ต่อมาในปี ค.ศ. 2018, Iqbal และ Ahmad (Iqbal & Ahmad, 2018) ได้ศึกษา CA - AG-กรุปพอยด์ได้อธิบายว่า CA - AG-กรุปพอยด์เป็นกรุปพอยด์ที่มีสมบัติ  $x * (y * z) = z * (x * y)$  สำหรับแต่ละสมาชิก  $x, y$  และ  $z$  ใน  $S$  นอกจากนี้ยังได้อธิบายลักษณะเฉพาะของไอดีลซ้ายและไอดีลขวาใน CA - AG-กรุปพอยด์ ในปี ค.ศ. 2019, Younas และ Mushtaq (Younas & Mushtaq, 2019) ได้ศึกษาตัวผกผัน (inverse) ของ LA - กึ่งกรุป (LA -semigroups) กล่าวคือจะเรียกสมาชิก  $x$  ว่า ตัวผกผัน (inverse) ของ  $y$  ใน LA - กึ่งกรุป  $(S, *)$  ถ้า  $x = (x * y) * x$  และ  $y = (y * x) * y$  และได้ตรวจสอบสมบัติพื้นฐานบางอย่างของตัวผกผันใน LA - กึ่งกรุป ในปี ค.ศ. 2020, Kausar, Alesemi และ Salahuddin (Kausar, Alesemi & Salahuddin, 2020) ได้อธิบายผลการศึกษาลักษณะเฉพาะของ AG-กรุปพอยด์อันดับปรกติ (regular ordered AG-groupoid) [AG-กรุปพอยด์อันดับปรกติขวา, AG-กรุปพอยด์อันดับปรกติซ้าย, (2,2)-AG-กรุปพอยด์อันดับปรกติ, AG-กรุปพอยด์อันดับปรกติแบบอ่อน, AG-กรุปพอยด์อันดับปรกติ-ภายใน] [right regular ordered AG-groupoid, left regular ordered AG-groupoid, (2,2)-regular ordered AG-groupoid, weakly regular ordered AG-groupoid and intra-regular ordered AG-groupoid] ในพจน์ของปฏิไอดีลซ้ายวิกซ์นัย (anti fuzzy left ideal)[ปฏิไอดีลขวาวิกซ์นัย, ปฏิไอดีลภายในวิกซ์นัย][anti fuzzy right ideal, anti fuzzy interior ideal] เมื่อไม่นานมานี้ Iqbal และ Ahmad (Iqbal & Ahmad, 2020) ได้ตรวจสอบสมบัติพื้นฐานบางอย่างของกึ่งกรุปเกือบซ้ายแจกแจงสลับที่ซ้าย (left abelian distributive LA -semigroup)

ในบทความนี้ได้กำหนดคตินิยามของสมาชิกรักษารกติในกึ่งกรุปเกือบซ้ายและมีการตรวจสอบสมบัติต่าง ๆ ของสมาชิกรักษารกติในกึ่งกรุปเกือบซ้าย นอกจากนี้ได้หาลักษณะเฉพาะของสมาชิกรักษารกติใน  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ

### ความรู้พื้นฐาน

ในหัวข้อนี้เราได้ให้บทนิยามและผลลัพธ์บางอย่างที่จำเป็นสำหรับวัตถุประสงค์และการศึกษาสมาชิกรักษารกติในกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ ดังนี้

**บทนิยาม 1.** (Kazim & Naseerudin, 1972) กำหนดให้  $S$  เป็นเซตที่ไม่ใช่เซตว่าง จะเรียก  $(S, *)$  ว่า กึ่งกรุปเกือบซ้าย หรือ LA - กึ่งกรุปเกือบซ้าย (left almost semigroup) ก็ต่อเมื่อฟังก์ชัน  $*$ :  $S \times S \rightarrow S$  โดยที่  $*(x, y) \mapsto x * y$  สำหรับทุกสมาชิก  $x$  และ  $y$  ใด ๆ ใน  $S$  ที่มีสมบัติ  $(x * y) * z = (z * y) * x$  สำหรับทุกสมาชิก  $x, y$  และ  $z$  ใด ๆ ใน  $S$  และเรียกสมบัตินี้ว่า อินเวอร์ทีฟซ้าย (left invertive)

**บทตั้ง 2.** (Kazim & Naseerudin, 1972) ถ้า  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายแล้ว  $(a * b) * (c * d) = (a * c) * (b * d)$  สำหรับทุกสมาชิก  $a, b, c$  และ  $d$  ใดๆ ใน  $S$

กำหนดให้  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย จะเรียก  $(S, *)$  ว่า มีเอกลักษณ์ซ้าย (left identity) ถ้ามีสมาชิก  $e$  ใน  $S$  ซึ่งทำให้  $e * x = x$  สำหรับทุกสมาชิก  $x$  ใดๆ ใน  $S$  และจะเรียก “ $e$ ” ว่า เอกลักษณ์ซ้าย (left identity)

**บทตั้ง 3.** (Mushtaq & Yusuf, 1979) ถ้า  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้ายแล้ว  $x * (y * z) = y * (x * z)$  สำหรับทุกสมาชิก  $x, y$  และ  $z$  ใดๆ ใน  $S$

**บทตั้ง 4.** (Mushtaq & Yusuf, 1979) ถ้า  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายที่มีเอกลักษณ์ซ้ายแล้ว  $(a * b) * (c * d) = (d * c) * (b * a)$  สำหรับทุกสมาชิก  $a, b, c$  และ  $d$  ใดๆ ใน  $S$

กำหนดให้  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย จะเรียก  $(S, *)$  ว่า  $LA^{**}$ -กึ่งกรุป ถ้าสำหรับทุกสมาชิก  $x, y$  และ  $z$  ใน  $S$  ซึ่ง  $x * (y * z) = y * (x * z)$

**บทนิยาม 5.** (Protic & Boinovic, 1995) กึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  จะเรียกว่า  $LA^{**}$ -กึ่งกรุป ถ้าสำหรับทุกสมาชิก  $x, y$  และ  $z$  ใน  $S$  ซึ่ง  $x * (y * z) = y * (x * z)$

กำหนดให้  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย จะเรียก  $(S, *)$  ว่า กึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติ (regular left almost semigroup) ถ้าสำหรับแต่ละสมาชิก  $x$  ใดๆ ใน  $S$  แล้วจะมีสมาชิก  $a$  ใน  $S$  ซึ่ง  $x = (x * a) * x$

**บทนิยาม 6.** (Tapan & Yiarayong, 2020) กำหนดให้  $a$  เป็นสมาชิกใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  นิยามการดำเนินการ “ $\circ_a$ ” โดยที่  $x \circ_a y = (x * a) * y$  สำหรับทุกสมาชิก  $x$  และ  $y$  ใน  $S$  เห็นได้ชัดเจนว่า  $\circ_a$  เป็นการดำเนินการทวิภาคบน  $S$  จะเรียกสมาชิก  $a$  ว่า ตัวแปร (variant) ของ  $S$

กำหนดให้  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย นิยามเซต  $R(S)$  โดยที่  $R(S) = \{a \in S \mid (S, \circ_a) \text{ เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปกติ} \}$

**บทตั้ง 7.** (Tapan & Yiarayong, 2020) ถ้า  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติและ  $a \in S$  แล้วเงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1.  $a \in R(S)$
2.  $(S * a) * b = S * b$  สำหรับทุกสมาชิก  $b \in S$

**ผลการวิจัย**

ในหัวข้อต่อไปนี้จะแนะนำแนวความคิดของสมาชิกรักษารกติในกึ่งกรุปเกือบซ้าย นอกจากนี้ได้ตรวจสอบสมบัติต่าง ๆ ของ  $LA^{**}$ -กึ่งกรุป และ  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ โดยเริ่มต้นจากการกำหนดบทนิยามของสมาชิกรักษารกติในกึ่งกรุปเกือบซ้าย ดังนี้

กำหนดให้  $a$  เป็นสมาชิกใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  จะเรียก  $a$  เป็นสมาชิกรักษารกติ (regularity-preserving) ใน  $S$  ถ้า  $(S, \circ_a)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ

**ทฤษฎีบท 8.** ถ้า  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติและ  $a \in S$  แล้วเงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1.  $a$  เป็นสมาชิกรักษารกติใน  $S$
2.  $(b * a) * S = S * b$  สำหรับทุกสมาชิก  $b \in S$
3.  $a \in R(S)$

การพิสูจน์ เนื่องจาก  $(S * a) * b = (b * a) * S = S * b$  โดยบทตั้ง 7 เห็นได้ชัดเจนว่า  $a \in R(S)$  ก็ต่อเมื่อ  $(b * a) * S = S * b$  สำหรับทุกสมาชิก  $b \in S$  □

**ตัวอย่าง 9.** กำหนดให้  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  และมีการดำเนินการดังตารางที่ 1

**ตาราง 1** ตารางแสดงการดำเนินการ “\*” บนเซต  $S$

*	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	2	4	5	3
4	1	2	3	4	5
5	1	2	5	3	4

จากตารางเห็นได้ชัดเจนว่า  $(S, *)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย (Yousafzai, Khan, Khan & Hila, 2016) แต่ไม่เป็นกึ่งกรุป เนื่องจาก  $(3*4)*5 = 5*5 = 4$  แต่  $3*(4*5) = 3*5 = 3$  จึงได้ว่า  $(3*4)*5 \neq 3*(4*5)$  จึงไม่มีสมบัติเปลี่ยนหมู่ ยิ่งไปกว่านั้นเห็นได้ชัดเจนว่า  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ เนื่องจาก  $1 = 1*1 = (1*1)*1, 2 = 2*2 = (2*2)*2, 3 = 4*3 = (3*3)*3, 4 = 4*4 = (4*3)*4$  และ  $5 = 4*5 = (5*5)*5$

ตาราง 2 ตารางแสดงการดำเนินการ “ $\circ_4$ ” บนเซต  $S$

$\circ_4$	1	2	3	4	5
1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2
3	1	2	5	3	4
4	1	2	3	4	5
5	1	2	4	5	3

จากตารางเห็นได้ชัดเจนว่า  $(S, \circ_4)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้าย ยิ่งไปกว่านั้น  $(S, \circ_4)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ เนื่องจาก  $1 = 1 \circ_4 1 = (1 \circ_4 1) \circ_4 1, 2 = 2 \circ_4 2 = (2 \circ_4 2) \circ_4 2, 3 = 4 \circ_4 3 = (3 \circ_4 5) \circ_4 3, 4 = 4 \circ_4 4 = (4 \circ_4 4) \circ_4 4$  และ  $5 = 4 \circ_4 5 = (5 \circ_4 3) \circ_4 5$  โดยทฤษฎีบท 8 จะได้ว่า 4 เป็นสมาชิกรักษารกติใน  $S$  และ  $4 \in R(S)$

**ทฤษฎีบท 10.** ถ้า  $a$  เป็นสมาชิกรักษารกติใน  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ  $(S, *)$  แล้ว  $(a*b)*S = b*S$  สำหรับทุกสมาชิก  $b \in S$

**การพิสูจน์** กำหนดให้  $b$  เป็นสมาชิกใด ๆ ใน  $S$  เห็นได้ชัดเจนว่า

$$\begin{aligned} (a*b)*S &= (a*b)*(S*S) \\ &= (a*S)*(b*S) \\ &= b*((a*S)*S) \\ &\subseteq b*S \end{aligned}$$

ต่อไปจะแสดงว่า  $b*S \subseteq (a*b)*S$  เนื่องจาก  $a$  เป็นสมาชิกรักษารกติใน  $S$  จะได้ว่า  $(S, \circ_a)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติดังนั้นจะมีสมาชิก  $s$  ใน  $S$  โดยที่

$$\begin{aligned} b &= (b \circ_a s) \circ_a b \\ &= ((b*a)*s) \circ_a b \\ &= (((b*a)*s)*a)*b \\ &= (b*a)*((b*a)*s) \end{aligned}$$

ต่อไปกำหนดให้  $x$  เป็นสมาชิกใด ๆ ใน  $S$  โดยที่  $x \in b*S$  จึงได้ว่าจะมีสมาชิก  $r$  ใน  $S$  โดยที่  $x = b*r$   
พิจารณา

$$\begin{aligned} x &= b*r \\ &= ((b*a)*((b*a)*s))*r \\ &= (r*((b*a)*s))*(b*a) \\ &= (a*b)*(((b*a)*s)*r) \in (a*b)*S \end{aligned}$$

จึงได้ว่า  $b*S \subseteq (a*b)*S$  นั่นคือ  $(a*b)*S = b*S$  □

**บทแทรก 11.** ถ้า  $a$  เป็นสมาชิกรักษารกติในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  ที่มีเอกลักษณ์ซ้ายและ  $a \in R(S)$  แล้ว  
 $(a*b)*S = b*S$  สำหรับทุกสมาชิก  $b \in S$

การพิสูจน์ สามารถแสดงได้ในทำนองเดียวกันกับบทพิสูจน์ของทฤษฎีบท 10 □

กำหนดให้  $x$  เป็นสมาชิกใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  จะเรียก  $x$  ว่า **นิจพล (idempotent)** ใน  $(S, *)$  ถ้า  $x = x*x$  (ซึ่งเราสามารถเขียนแทน  $x*x$  ด้วย  $x^2$ ) และกำหนดเซต  $E(S)$  หมายถึงเซตที่ของนิจพลทั้งหมดของ  $(S, *)$

**ทฤษฎีบท 12.** กำหนดให้  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติโดยที่  $E(S) \neq \emptyset$  ถ้า  $x$  เป็นสมาชิกรักษารกติใน  $S$  แล้ว  $((y*(r*r))*x)*x \in E(S)$  สำหรับทุกสมาชิก  $y \in E(S)$

การพิสูจน์ เนื่องจาก  $x$  เป็นสมาชิกรักษารกติใน  $S$  จะได้ว่า  $x \in R(S)$  โดยทฤษฎีบท 8 จะได้ว่า  $(S*x)*y = (y*x)*S = S*y$  เพราะว่า  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติดังนั้นจะมีสมาชิก  $s$  ใน  $S$  โดยที่  $y = (y*s)*y \in S*y$  นั่นคือ  $y \in (S*x)*y$  จะได้ว่าจะมีสมาชิก  $r$  ใน  $S$  โดยที่  $y = (r*x)*y$  เพราะว่า  $y \in E(S)$  ทำให้ได้ว่า

$$\begin{aligned} [((y*(r*r))*x)*x]^2 &= (((y*(r*r))*x)*x)*(((y*(r*r))*x)*x) \\ &= (((y*(r*r))*x)*((y*(r*r))*x))*(x*x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left( \left( \left( (y * y) * (r * r) \right) * x \right) * \left( \left( (y * y) * (r * r) \right) * x \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( \left( x * (r * r) \right) * (y * y) \right) * \left( \left( x * (r * r) \right) * (y * y) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( \left( r * (x * r) \right) * (y * y) \right) * \left( \left( r * (x * r) \right) * (y * y) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( \left( r * y \right) * \left( (x * r) * y \right) \right) * \left( \left( r * y \right) * \left( (x * r) * y \right) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( \left( y * (x * r) \right) * (y * r) \right) * \left( \left( y * (x * r) \right) * (y * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( \left( y^2 * (x * r) \right) * (y * r) \right) * \left( \left( y^2 * (x * r) \right) * (y * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( \left( (r * x) * y^2 \right) * (y * r) \right) * \left( \left( (r * x) * y^2 \right) * (y * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( \left( (r * x) * y \right) * (y * r) \right) * \left( \left( (r * x) * y \right) * (y * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( \left( y * (y * r) \right) * \left( y * (y * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( (y * y) * \left( (y * r) * (y * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( y * \left( (y * r) * (y * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( y * \left( (y * y) * (r * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( y * \left( y * (r * r) \right) \right) * (x * x) \\
 &= \left( (x * x) * \left( y * (r * r) \right) \right) * y \\
 &= \left( y * \left( (x * x) * (r * r) \right) \right) * y \\
 &= \left( (y * y) * \left( (x * x) * (r * r) \right) \right) * y \\
 &= \left( \left( (r * r) * (x * x) \right) * (y * y) \right) * y \\
 &= \left( y * (y * y) \right) * \left( (r * r) * (x * x) \right) \\
 &= (y * y) * \left( (r * r) * (x * x) \right) \\
 &= \left( (x * x) * (r * r) \right) * (y * y) \\
 &= \left( (r * r) * (x * x) \right) * (y * y) \\
 &= \left( x * \left( (r * r) * x \right) \right) * (y * y) \\
 &= \left( (y * y) * \left( (r * r) * x \right) \right) * x \\
 &= \left( (r * r) * (y * x) \right) * x \\
 &= \left( (x * y) * (r * r) \right) * x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (((r*r)*y)*x)*x \\
 &= (((r*r)*(y*y))*x)*x \\
 &= (((y*y)*(r*r))*x)*x \\
 &= ((y*(r*r))*x)*x
 \end{aligned}$$

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า  $((y*(r*r))*x)*x \in E(S)$  □

กำหนดให้  $x$  เป็นสมาชิกใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  ที่มีเอกลักษณ์ซ้าย จะเรียกสมาชิก  $x$  ว่า ตัวผกผันซ้าย [ตัวผกผันขวา] (left inverse [right inverse]) ใน  $(S, *)$  ถ้ามีสมาชิก  $y$  ใน  $S$  ซึ่ง  $e = x*y$  [ $e = y*x$ ]

ทฤษฎีบทต่อไปจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกรักษaprกติและตัวผกผันซ้าย ดังต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 13.** ถ้า  $(S, *)$  เป็น LA -กึ่งกรุปปรกติที่มีเอกลักษณ์ซ้ายแล้วเงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1.  $a$  เป็นสมาชิกรักษaprกติใน  $S$
2.  $a$  เป็นตัวผกผันซ้าย
3.  $a \in R(S)$

การพิสูจน์ เห็นได้ชัดเจนว่าข้อความ 1 สมมูลกับข้อความ 3 ต่อไปสมมติให้  $a$  สมาชิกรักษaprกติใน  $S$  จะได้ว่า  $(S, \circ_a)$  เป็น LA -กึ่งกรุปปรกติ เนื่องจาก  $e$  เป็นสมาชิกใน  $S$  ดังนั้นจะมีสมาชิก  $s$  ใน  $S$  โดยที่

$$\begin{aligned}
 e &= (e \circ_a s) \circ_a e \\
 &= (((e*a)*s)*a)*e \\
 &= ((a*s)*a)*e \\
 &= (e*a)*(a*s) \\
 &= a*(a*s)
 \end{aligned}$$

นั่นคือ  $a$  เป็นตัวผกผันซ้ายใน  $S$

สมมติให้  $a$  เป็นตัวผกผันซ้ายจะได้ว่าจะมีสมาชิก  $r$  ใน  $S$  โดยที่  $e = a*r$  กำหนดให้  $x$  เป็นสมาชิกใน  $S$  เนื่องจาก  $(S, *)$  เป็น LA -กึ่งกรุปปรกติจึงได้ว่าจะมีสมาชิก  $s$  ใน  $S$  โดยที่

$$\begin{aligned}
 x &= (x*s)*x \\
 &= ((e*x)*(e*s))*x \\
 &= (((a*r)*x)*((a*r)*s))*x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (((a*r)*(a*r))*(x*s))*x \\
 &= ((a*((a*r)*r))*(x*s))*x \\
 &= (((x*s)*((a*r)*r))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*(s*x))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*(s*x))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*((e*s)*(e*x)))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*(((a*r)*s)*((a*r)*x)))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*(((a*r)*(a*r))*(s*x)))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*(((a*a)*(r*r))*(s*x)))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*(((r*r)*s)*((a*a)*x)))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*(((r*r)*s)*((x*a)*a)))*a))*x \\
 &= (((r*(a*r))*((x*a)*((r*r)*s)*a)))*a))*x \\
 &= (((x*a)*((r*(a*r))*((r*r)*s)*a)))*a))*x \\
 &= (((x*a)*((a*r^2)*((r^2*s)*a)))*a))*x \in (((x*a)*S)*a))*x
 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $x \in (((x*a)*S)*a))*x$  ทำให้ได้ว่าจะมีสมาชิก  $z$  ใน  $S$  โดยที่

$$\begin{aligned}
 x &= (((x*a)*z)*a))*x \\
 &= ((x \circ_a z)*a))*x \\
 &= (x \circ_a z) \circ_a x
 \end{aligned}$$

จึงได้ว่า  $(S, \circ_a)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า  $a \in R(S)$  นั่นคือ  $a$  เป็นสมาชิกรักษายปรกติใน  $S$  □

กำหนดให้  $x$  เป็นสมาชิกใด ๆ ในกึ่งกรุปเกือบซ้าย  $(S, *)$  จะเรียกสมาชิก  $e$  ว่าเอกลักษณ์กลาง (mididentity) ใน  $S$  ถ้า  $(x*e)*y = x*y$  สำหรับทุกสมาชิก  $x$  และ  $y$  ใน  $S$  นอกจากนี้จะกำหนดเซต  $M(S)$  หมายถึงเซตของสมาชิกเป็นเอกลักษณ์กลางทั้งหมดของ  $(S, *)$  นั่นคือ

$$M(S) := \{e \in S \mid xy = (x*e)*y, \forall x, y \in S\}$$

ในตอนสุดท้ายได้หาลักษณะเฉพาะของสมาชิกรักษaprกติใน  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ

**ทฤษฎีบท 15.** ถ้า  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติที่มีเอกลักษณ์กลาง  $e$  แล้วเงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1.  $a \in R(S)$
2.  $M(S) \cap (S*a) \cap (a*S) \neq \emptyset$
3.  $a$  เป็นสมาชิกรักษaprกติใน  $S$

**การพิสูจน์** เห็นได้ชัดจากข้อความ 1 สมมูลกับข้อความ 3 ต่อไปสมมติให้  $a$  สมาชิกรักษaprกติใน  $S$  จะได้ว่า  $(S, \circ_a)$  เป็น  $LA$ -กึ่งกรุปปรกติ เนื่องจาก  $e$  เป็นสมาชิกใน  $S$  ดังนั้นจะมีสมาชิก  $s$  ใน  $S$  โดยที่

$$\begin{aligned} e &= (e \circ_a s) \circ_a e \\ &= (((e*a)*s)*a)*e \\ &= ((a*s)*(e*a))*e \\ &= (e*(e*a))*(a*s) \\ &= a*((e*(e*a))*s) \in a*S \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned} e &= (e \circ_a s) \circ_a e \\ &= (((e*a)*s)*a)*e \\ &= ((a*s)*(e*a))*e \\ &= ((a*e)*(s*a))*e \\ &= (a*(s*a))*e \\ &= (e*(s*a))*a \in S*a \end{aligned}$$

นั่นคือ  $e \in M(S) \cap (S*a) \cap (a*S) \neq \emptyset$

สมมติให้ข้อความที่ 2 เป็นจริง เนื่องจาก  $M(S) \cap (S*a) \cap (a*S) \neq \emptyset$  จะได้ว่าจะมีสมาชิก  $x$  ใน  $S$  โดยที่  $x \in M(S) \cap (S*a) \cap (a*S)$  นั่นคือจะมีสมาชิก  $r$  และ  $s$  ใน  $S$  โดยที่  $x \in M(S), x = a*r$  และ  $x = s*a$  กำหนดให้  $y$  เป็นสมาชิกใน  $S$  เนื่องจาก  $(S, *)$  เป็น  $LA$ -กึ่งกรุปปรกติจึงได้ว่าจะมีสมาชิก  $z$  ใน  $S$  โดยที่

$$\begin{aligned} y &= (y*z)*y \\ &= ((y*z)*x)*y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= ((y * z) * (s * a)) * y \\
 &= ((a * s) * (z * y)) * y \\
 &= (((z * y) * s) * a) * y \\
 &= (((((z * y) * x) * s) * a) * y \\
 &= (((s * x) * (z * y)) * a) * y \\
 &= (((s * (s * a)) * (z * y)) * a) * y \\
 &= (((s * z) * ((s * a) * y)) * a) * y \\
 &= (((s * z) * ((y * a) * s)) * a) * y \\
 &= (((y * a) * ((s * z) * s)) * a) * y \in (((y * a) * S) * a) * y
 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $y \in (((y * a) * S) * a) * y$  ทำให้ได้ว่าจะมีสมาชิก  $b$  ใน  $S$  โดยที่

$$\begin{aligned}
 x &= (((y * a) * b) * a) * y \\
 &= ((y \circ_a b) * a) * y \\
 &= (y \circ_a b) \circ_a y
 \end{aligned}$$

จึงได้ว่า  $(S, \circ_a)$  เป็นกึ่งกรุปเกือบซ้ายปรกติ จากที่กล่าวมาสามารถสรุปได้ว่า  $a \in R(S)$  นั่นคือ  $a$  เป็นสมาชิกรักษายปรกติใน  $S$  □

### สรุปผล

ในบทความนี้ได้นิยามสมาชิกรักษายปรกติในกึ่งกรุปเกือบซ้ายและมีการตรวจสอบสมบัติต่างๆ ของสมาชิกรักษายปรกติในกึ่งกรุปเกือบซ้าย นอกจากนี้ได้พิสูจน์ว่าถ้า  $(S, *)$  เป็น  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติและ  $a \in S$  แล้วเงื่อนไขต่อไปนี้สมมูลกัน

1.  $a$  เป็นสมาชิกรักษายปรกติใน  $S$
2.  $(b * a) * S = S * b$  สำหรับทุกสมาชิก  $b \in S$
3.  $a \in R(S)$

นอกจากนี้ได้สร้างทฤษฎีบทที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกรักษายปรกติและตัวผกผันซ้าย กล่าวคือทุกสมาชิกรักษายปรกติใน  $LA$ -กึ่งกรุปปรกติ  $(S, *)$  ที่มีเอกลักษณ์ซ้ายจะเป็นตัวผกผันซ้ายและเป็นสมาชิกใน  $R(S)$  ในตอนสุดท้ายได้หาลักษณะเฉพาะของสมาชิกรักษายปรกติใน  $LA^{**}$ -กึ่งกรุปปรกติ

### เอกสารอ้างอิง

- Amjad, V., Yousafzai, F. & Iampan, A. (2015). On generalized fuzzy ideals of ordered  $LA$ -semigroups. *Boletín de Matemáticas*, 22(1): 1 - 19.
- Arif, M., Khan, A., Shah, M. & Hussain, F. (2016). Some properties of slim AG-groupoids. *International Journal of Computer Science and Information Security*, 14(8): 819 – 826.
- Iqbal, M. & Ahmad, I. (2018). Ideals in  $CA$ -AG AG-groupoids. *Indian J. Pure Appl. Math.*, 49(2): 265 - 284.  
doi: 10.1007/s13226-018-0268-5
- Iqbal, M. & Ahmad, I. (2020). Note on left abelian distributive  $LA$ -semigroups. *Punjab University Journal of Mathematics*, 52(1): 47 – 63.
- Kausar, N., Alesemi, M. & Salahuddin. (2020). Anti fuzzy interior ideals on ordered AG-groupoids. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 13(1):113 - 129. doi: 10.29020/nybg.ejpam.v13i1.3576
- Kazim, M. A. & Naseerudin, M. (1972). On almost-semigroup. *Aligarh Bull. Math.*, 2: 1 - 7.
- Mushtaq, Q. & Yusuf, S.M. (1979). On locally associative  $LA$ -semigroups. *J. Nat. Sci. Math.*, 19, 57 - 62.
- Protic, P.V. & Boinovic, M. (1995). Some congruences on an  $AG^{**}$ -groupoid. *Filomat*, 9, 879 - 886.
- Shah, T. & Kausar, N. (2014). Characterizations of non-associative ordered semigroups by their fuzzy bi-ideals. *Theoretical Computer Science*, 529: 96 – 110. doi: 10.1016/j.tcs.2014.02.007
- Tapan, C. & Yiarayong, P. (2020). Some results in  $LA^{**}$ -semigroups. *The Mathematical Association of Thailand under the Patronage of His Majesty the King*,
- Younas, I. & Mushtaq, Q. (2019). On left permutable inverse  $LA$ -semigroups. *Maejo Int. J. Sci. Technol.*, 13(01), 10 – 18.
- Yousafzai, F., Khan, W., Khan, A. & Hila, K. (2016). I-V fuzzy set theory applied on po- $LA$ -semigroups. *Afr. Mat.*, 27: 23-35. doi: 10.1007/s13370-015-0320-0.

Research Article

# ประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับกระบวนการ ปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ เมื่อพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง

## Efficient Moving Average Control Chart for Zero Truncated Poisson Processes when Parameter Changed

กณิศา เพ็ชรรัตน์<sup>1\*</sup>

Kanita petcharat<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800 ประเทศไทย

<sup>1</sup>Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok 10800, Thailand

\*E-mail: kanita.p@sci.kmutnb.ac.th

Received: 17/08/2020; Revised: 20/09/2020; Accepted: 29/09/2020

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average: MA) สำหรับตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์  $\lambda$  เมื่อ  $\lambda$  คือค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ โดยกำหนดให้ความกว้างของการหาค่าเฉลี่ย ( $w$ ) มีค่าเท่ากับ 3 4 และ 5 ตามลำดับ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP) นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ หรือแผนภูมิควบคุม  $c$  ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์  $\lambda$  ซึ่งเกณฑ์ที่วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL) โดยใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo) ผลการวิจัยพบว่า เมื่อความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม MA จะมีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิขนาดเล็ก ( $\delta \leq 0.5$ ) ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม  $c$  แต่เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิขนาดใหญ่ ( $\delta \geq 0.8$ ) พบว่าแผนภูมิควบคุม  $c$  จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA

คำสำคัญ : ความยาวรันเฉลี่ย, การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์, แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

## Abstract

The aim of this research is to study the performance of moving average control chart (MA) for monitoring parameter  $\lambda$ , which  $\lambda$  be average of amount of defectives with span size ( $w$ ) are equal 3, 4 and 5, respectively when observations are zero truncated Poisson (ZTP). In addition, the performance of the control chart between MA and  $C$  charts are measured by average run length ( $ARL$ ) using Monte Carlo simulation method. The results show that the efficiency of MA control chart increases as the value of span size ( $w$ ) increases. The comparison between MA and  $c$  control charts shows that MA control chart is more efficient in detecting small changes ( $\delta \geq 0.8$ ) in the process but  $c$  control chart is more efficient in detecting large changes ( $\delta \leq 0.5$ ) in the process.

**Keywords:** average run length, zero truncated Poisson, moving average control chart

## บทนำ

การควบคุมคุณภาพในโรงงานอุตสาหกรรมมีความสำคัญอย่างยิ่ง เนื่องจากเป็นเครื่องมือในการเพิ่มประสิทธิภาพการผลิตที่สามารถลดความบกพร่องต่างๆ และลดปริมาณของเสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตได้ โดยประยุกต์ใช้เครื่องมือควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ (statistical quality control) มาช่วยในการเก็บข้อมูลและแก้ไขข้อบกพร่อง วิธีการหนึ่งที่นิยมใช้ในการควบคุมกระบวนการผลิต คือ แผนภูมิควบคุม (control chart) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการตรวจจับ และควบคุมการผลิตเพื่อให้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพสูง เครื่องมือเหล่านี้ช่วยให้การผลิตสินค้าเป็นไปตามขอบเขตที่กำหนดก่อนการตรวจสอบคุณภาพ รูปแบบของแผนภูมิควบคุมทั้งหลายได้รับการพัฒนาเพื่อตรวจสอบกระบวนการสำหรับสถานการณ์ต่างๆ การควบคุมคุณลักษณะของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ให้สอดคล้องกับข้อกำหนดหรือมาตรฐานในการผลิตที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (แผนภูมิควบคุม  $p$ ) ซึ่งแผนภูมิควบคุม  $p$  ใช้ในการตรวจจับสัดส่วนของเสียที่เกิดขึ้น โดยมีการแจกแจงแบบทวินาม ในขณะที่ แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ หรือแผนภูมิควบคุม  $c$  และแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิต่อหน่วย (แผนภูมิควบคุม  $u$ ) มักใช้ตรวจจับกระบวนการที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง โดยทั่วไปแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิดซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมคุณลักษณะของของชูฮาร์ต (Shewhart chart) จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยที่มีขนาดใหญ่ แต่ถ้ากระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยขนาดเล็ก แผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (exponentially weighted moving average: EWMA) ซึ่งแผนภูมิควบคุม EWMA จะมีตัวสถิติ EWMA ซึ่งจะให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตของกระบวนการ ในปี 1990 Gan ทำการศึกษาจำนวนของเสียที่มีการแจกแจงแบบทวินาม โดยใช้แผนภูมิควบคุม EWMA พบว่า มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนของเสียดีกว่าแผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (แผนภูมิควบคุม  $np$ )

ปัจจุบันเทคโนโลยีในการผลิตมีความก้าวหน้ามากยิ่งขึ้น ส่งผลให้โอกาสที่จะเกิดผลิตภัณฑ์เสีย หรืออาจทำให้พบรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์แต่ละหน่วยมีน้อยมาก ในกรณีที่มีการตรวจสอบรอยตำหนิ หากไม่พบรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์ในหลาย ๆ ครั้งที่สุดตรวจสอบ การแจกแจงของจำนวนรอยตำหนิลักษณะนี้เรียกว่า การแจกแจงแบบปัวซองที่มีศูนย์มาก (zero inflated Poisson: ZIP) การแจกแจงแบบปัวซองโดยทั่วไปจะมีพารามิเตอร์ของค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ ( $\lambda$ ) เพียงตัวเดียว ในขณะที่ การแจกแจงแบบ ZIP จะมีคุณลักษณะของสัดส่วนของรอยตำหนิที่เป็นศูนย์ ( $\pi$ ) ในปี 2001 Xie et al. ใช้แผนภูมิควบคุม  $c$  ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงกระบวนการที่ผลิตภัณฑ์มีจำนวนรอยตำหนิที่เป็นศูนย์มาก พบว่าแผนภูมิควบคุม  $c$  สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในปี 2012 Fatahi et al. นำเสนอแผนภูมิควบคุม EWMA กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ ZIP พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังได้ประยุกต์ใช้ข้อมูลจริงในการตรวจจับอุบัติการณ์การโดนเข็มทิ่มตำในโรงพยาบาล ในขณะเดียวกันได้มีนักวิจัยที่สนใจศึกษาการแจกแจงแบบปัวซองที่ไม่มี “ศูนย์” เกิดขึ้นเลย ซึ่งจะเป็นการนับจำนวนรอยตำหนิชนิดใดชนิดหนึ่งที่ต้องเกิดขึ้น ซึ่งข้อมูลลักษณะดังกล่าว เรียกว่า การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP) ปี 2012 He และ Li ได้ทำการศึกษากระบวนการที่มีลักษณะ ZIP และ ZTP ในแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (cumulative sum chart : CUSUM) โดยการจำลองสถานการณ์ต่างๆ นอกจากนี้ยังได้ทำการประยุกต์ใช้กับข้อมูลการบรรจุภัณฑ์ของไดโอดเปล่งแสง (lighting emitting diode : LED) พบว่า ZTP CUSUM ตรวจจับจำนวนการเปลี่ยนแปลงรอยตำหนิได้เร็วกว่า ZIP CUSUM นอกจากนี้ ในปี 2017 Leong et al. ได้ทำการศึกษาแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับกระบวนการ ZTP ในกรณีที่ใช้การสนองตอบอย่างรวดเร็ว (fast initial response) พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีความไวในการตอบสนองการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้อย่างรวดเร็ว ในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก และสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลจำนวนวันพักฟื้นในโรงพยาบาลของผู้ป่วยที่ผ่าตัดไส้ติ่ง และ ผ่าตัดถุงน้ำดี ในปี 2018 Sukparungsee ได้ทำการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม CUSUM โดยใช้ลูกโซ่มาร์คอฟ เมื่อกระบวนการมีลักษณะการแจกแจงแบบ ZIP นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมอื่น พบว่าเมื่อกระบวนการมีลักษณะการแจกแจงแบบ ZIP แผนภูมิควบคุม CUSUM มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่า แผนภูมิควบคุม EWMA แต่ในขณะที่การเปลี่ยนแปลงมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ พบว่า แผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพดีกว่า เกณฑ์ที่นิยมใช้ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือ ความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL) ซึ่งเป็นค่าที่แสดงว่ามีประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยควรมีค่ามากที่สุด แทนด้วยสัญลักษณ์  $ARL_0$  แต่เมื่อกระบวนการอยู่นอกเขตควบคุม (out of control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยควรมีค่าต่ำ แทนด้วยสัญลักษณ์  $ARL_1$  ซึ่งแผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า  $ARL_1$  ต่ำที่สุดแสดงว่าแผนภูมินั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด

นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้ตรวจจับสัดส่วนของเสีย ยังมีแผนภูมิควบคุมชนิดอื่นๆ เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average : MA) ซึ่งนำเสนอโดย Khoo ในปี 2004 โดยใช้แผนภูมิควบคุมดังกล่าวมาตรวจจับสัดส่วนของเสีย พบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม  $p$  และแผนภูมิควบคุม EWMA ในปี 2017 Saced et al. ทำการศึกษาแผนภูมิควบคุม MA ในการตรวจจับจำนวนของเสีย เมื่ออายุของผลิตภัณฑ์มีการแจกแจงไวบูลแบบตัดทอนเวลา พบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับจำนวนของเสียได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (np chart) จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่ากรณีข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (ZTP) ยังไม่มีการนำมาศึกษาบนแผนภูมิควบคุม MA ซึ่งการแจกแจงในลักษณะนี้เป็นที่นิยมใช้มากทางด้านอุตสาหกรรม เช่นการตรวจจับรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ที่ไม่เกิดศูนย์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง ปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์เมื่อพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง นอกจากนี้ยังทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม  $c$

### 1. แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average control chart: MA)

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving Average Control Chart: MA) ที่เสนอในปี 2004 โดย Khoo ใช้เพื่อทำการตรวจสอบจำนวนความไม่สำเร็จหรือของเสียในแต่ละกลุ่มย่อย ซึ่งในการตรวจจับของเสีย แผนภูมิดังกล่าวจะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดี ในการสร้างแผนภูมิควบคุม MA ค่าสถิติที่นำไปพล็อตในแผนภูมิได้จากตัวสถิติดังนี้

$$MA_i = \frac{D_i + D_{i-1} + \dots + D_{i-w+1}}{w} \quad (1)$$

เมื่อ  $D_i$  คือ จำนวนของเสีย ที่ เวลา  $i$  ซึ่งมีการแจกแจงแบบทวินาม ที่มีค่าเฉลี่ย  $E(D_i) = np_0$  และความแปรปรวน  $Var(D_i) = np_0(1-p_0)$

$w$  คือ ความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่  
จะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ  $MA_i$  ดังนี้

$$E(D_i) = np_0 \quad (2)$$

$$Var(D_i) = \frac{np_0(1-p_0)}{w} \quad (3)$$

เมื่อ  $n$  คือ ขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย  
 $p_0$  คือ สัดส่วนของเสีย

เมื่อกำหนดให้ เส้นกลาง (center line : CL) ขีดจำกัดควบคุมบน (upper control limit : UCL) และ ขีดจำกัดควบคุมล่าง (lower control limit : LCL) ของแผนภูมิควบคุม MA เป็นดังสมการ

$$\begin{aligned} \text{LCL} &= np_0 - k\sqrt{\frac{np_0(1-p_0)}{w}} \\ \text{CL} &= np_0 \\ \text{UCL} &= np_0 + k\sqrt{\frac{np_0(1-p_0)}{w}} \end{aligned} \quad (4)$$

เมื่อ  $k$  คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของแผนภูมิควบคุม กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมเมื่อ  $LCL \leq MA_i \leq UCL$  อาจกล่าวได้ว่ากระบวนการอยู่นอกการควบคุมเมื่อ  $MA_i > UCL$  หรือ  $MA_i < LCL$

## 2. แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ (แผนภูมิควบคุม $c$ )

แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ หรือแผนภูมิควบคุม  $c$  เป็นแผนภูมิที่นิยมใช้ในการควบคุมรอยตำหนิที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย ซึ่ง 1 หน่วยอาจหมายถึง ชิ้นงาน 1 ชิ้น หรือ จำนวนรอยตำหนิ 1 รอย ต่อ หน่วยพื้นที่ แผนภูมิควบคุม  $c$  จะใช้เมื่อขนาดตัวอย่างหรือจำนวนหน่วยของการตรวจสอบคงที่ เมื่อกำหนดให้  $X$  คือตัวแปรสุ่มแทนจำนวนรอยตำหนิหรือ จุดบกพร่องที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า  $X$  มีการแจกแจงแบบปัวซอง (Poisson distribution) ที่มีฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็นคือ

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}, \quad x=0,1,2,3,\dots \text{ และ } c > 0 \quad (5)$$

เมื่อ  $\lambda$  คือ จำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องเฉลี่ยที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย จะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน คือ  $E(X) = V(X) = \lambda$  เมื่อกำหนดให้ เส้นกลาง (center line: CL) ขีดจำกัดควบคุมบน (upper control limit: UCL) และ ขีดจำกัดควบคุมล่าง (lower control limit: LCL) ของแผนภูมิควบคุม  $c$  กำหนดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{LCL} &= \lambda - 3\sqrt{\lambda} \\ \text{CL} &= \lambda \\ \text{UCL} &= \lambda + 3\sqrt{\lambda} \end{aligned} \quad (6)$$

ในทางปฏิบัติอาจต้องทำการเก็บข้อมูลมาตรวจสอบจำนวนหนึ่ง แล้วสร้างแผนภูมิควบคุม  $c$  โดยการประมาณค่า  $\lambda$

ด้วย  $\bar{c}$  เมื่อ  $\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i}{N}$  โดยที่  $c$  คือจำนวนรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ และ  $N$  คือขนาดของข้อมูลที่นำมาตรวจสอบ

### 3. การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP)

ในงานวิจัยนี้ใช้การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP) ซึ่งมีรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!(1 - e^{-\lambda})} \quad x = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

เมื่อ  $x$  คือจำนวนเต็มบวกใดๆ ( $x = 1, 2, 3, \dots$ )

$\lambda$  คือค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง  $\lambda > 0$  ซึ่งจะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ดังนี้

$$E(X) = \mu_0 = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda}} \quad (8)$$

$$V(X) = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda}} \left( 1 - \frac{\lambda e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}} \right) \quad (9)$$

### 4. ความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL)

ความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL) เป็นเกณฑ์ที่นิยมใช้ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม ในงานวิจัยนี้จึงใช้ค่า ARL ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม  $c$  กับแผนภูมิควบคุม MA โดยทำการประมาณค่า ARL ด้วยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$ARL = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M RL_i \quad (10)$$

โดยที่  $M$  คือ จำนวนครั้งการทำซ้ำของการจำลอง ในที่นี้กำหนดให้  $M = 50,000$  รอบ

$RL_i$  คือ จำนวนตัวอย่างที่สุ่มมาตรวจสอบจนกว่าจะพบว่าค่าสถิติออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองครั้งที่  $i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, M$ )

### 5. วิธีดำเนินการวิจัย

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ  $c$  กับแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ มีระเบียบวิธีดำเนินการวิจัยมีดังนี้

5.1 จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ โดยกำหนดให้  $\lambda$  แทนค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ เมื่อกระบวนการคงที่ หรืออยู่ภายใต้การควบคุม  $\lambda = \lambda_0 = 2$  และ 5 กำหนดขนาดตัวอย่าง ( $n$ ) เท่ากับ 700 และขนาดกลุ่มย่อย เท่ากับ 20

5.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม กำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงจำนวนรอยตำหนิของกระบวนการผลิต เมื่อ  $\lambda_1 = (1 + \delta)\lambda_0$  เมื่อ  $\delta$  คือระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ มีค่าเท่ากับ 0, 0.1, 0.2, ..., 1.0 และ  $\lambda_1$  คือค่าเฉลี่ยของจำนวนรอยตำหนิในกระบวนการผลิตที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งกรณี  $\delta = 0$  จะได้ว่า  $\lambda_1 = \lambda_0$

5.3 กำหนดค่าความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ ( $w$ ) สำหรับแผนภูมิ MA เท่ากับ 3 4 และ 5

5.4 คำนวณค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม  $c$  กับแผนภูมิควบคุม MA

5.5 คำนวณหาขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม  $c$  และ สัมประสิทธิ์ความกว้างของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อกำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ( $ARL_0$ ) เท่ากับ 370 ที่  $\lambda_0 = 2$  และ  $\lambda_0 = 5$

5.6 ทำการจำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ เมื่อกระบวนการอยู่ภายนอกการควบคุมต่างๆ ด้วยวิธีมอนติคาร์โล และทำการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม ( $ARL_1$ ) ในทุกๆ ระดับการเปลี่ยนแปลง

5.7 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม  $c$  กับ แผนภูมิควบคุม MA โดยพิจารณา  $\delta$  ในทุกระดับ

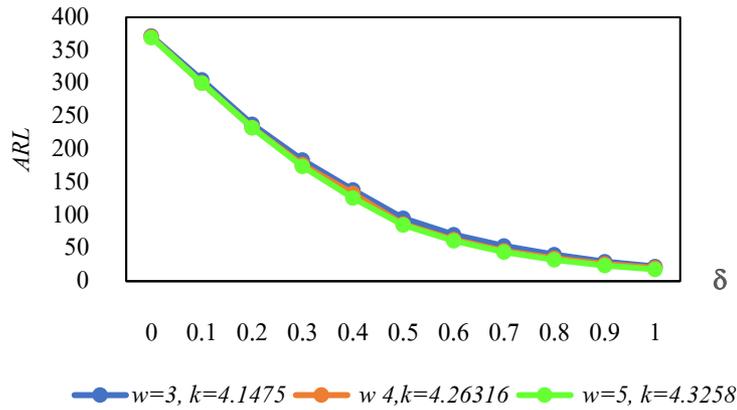
### ผลการวิจัย

การหาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์จะแสดงตามตารางที่ 1 และ ตารางที่ 2 ตามลำดับ นอกจากนี้ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม  $c$  กับแผนภูมิควบคุม MA ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ ( $\lambda$ ) ในตารางที่ 3 และ ตารางที่ 4 ตามลำดับได้ผลลัพธ์ดังนี้

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่า  $ARL$  ของแผนภูมิควบคุม MA ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ เมื่อ  $\lambda_0 = 2$

$\delta$	แผนภูมิควบคุม MA		
	$w = 3, k = 4.1475$	$w = 4, k = 4.26316$	$w = 5, k = 4.3258$
0	371.592	370.528	369.428
0.1	305.274	300.659	300.371*
0.2	237.870	232.938	232.563*
0.3	183.579	177.002	174.097*
0.4	138.415	133.286	126.274*
0.5	95.639	86.940	85.025*
0.6	70.682	63.133	61.147*
0.7	53.559	46.208	44.363*
0.8	40.372	35.134	32.697*
0.9	29.413	26.150	23.738*
1.0	22.339	20.131	18.011*

หมายเหตุ \* หมายถึง ค่า  $ARL$ , ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย  $\delta$

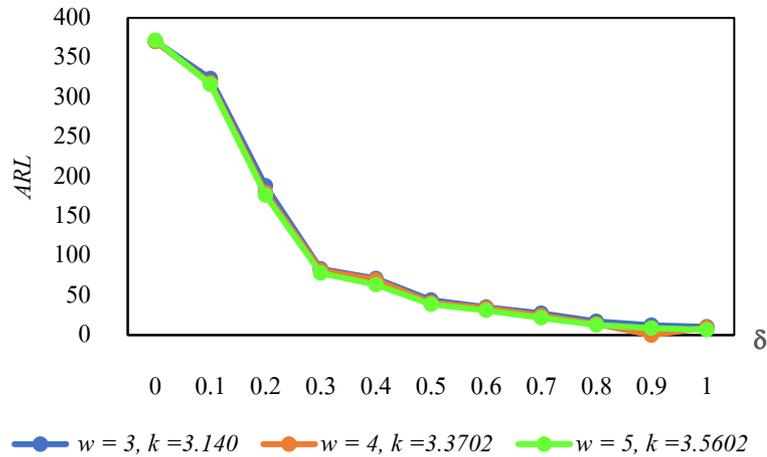


รูปที่ 1 แสดงค่า  $ARL_0$  และ  $ARL_1$  ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบค่า  $ARL$  ของแผนภูมิควบคุม MA ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ เมื่อ  $\lambda_0 = 5$

$\delta$	MA chart		
	$w = 3, k = 3.140$	$w = 4, k = 3.3702$	$w = 5, k = 3.5602$
0	370.746	370.052	371.961
0.1	323.557	318.050	316.118*
0.2	188.325	179.642	176.295*
0.3	83.579	81.920	78.143*
0.4	71.275	69.775	63.527*
0.5	44.263	40.864	38.995*
0.6	35.063	33.912	31.252*
0.7	27.559	24.482	21.741*
0.8	17.372	14.155	12.686*
0.9	12.413	10.150	8.769*
1.0	10.293	9.404	6.758*

หมายเหตุ \* หมายถึง ค่า  $ARL$ , ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย  $\delta$

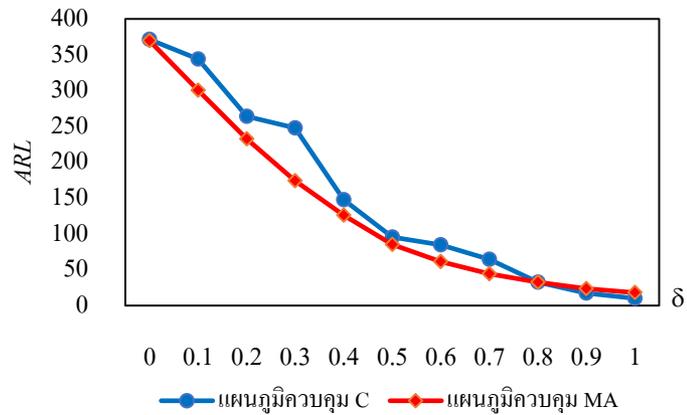


รูปที่ 2 แสดงค่า  $ARL_0$  และ  $ARL_1$  ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบค่า  $ARL$  ของแผนภูมิควบคุม  $C$  กับแผนภูมิควบคุม MA ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ เมื่อ  $\lambda_0 = 2$

$\delta$	แผนภูมิควบคุม $C$ $n=20$	แผนภูมิควบคุม MA $w = 5, k=4.3258$
0	371.279	369.428
0.1	344.153	300.371*
0.2	263.985	232.563*
0.3	247.824	174.097*
0.4	147.824	126.274*
0.5	95.656	85.025*
0.6	84.587	61.147*
0.7	64.602	44.363*
0.8	32.551*	32.697
0.9	17.509*	23.738
1.0	10.061*	18.011

หมายเหตุ \* หมายถึง ค่า  $ARL_1$  ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย  $\delta$

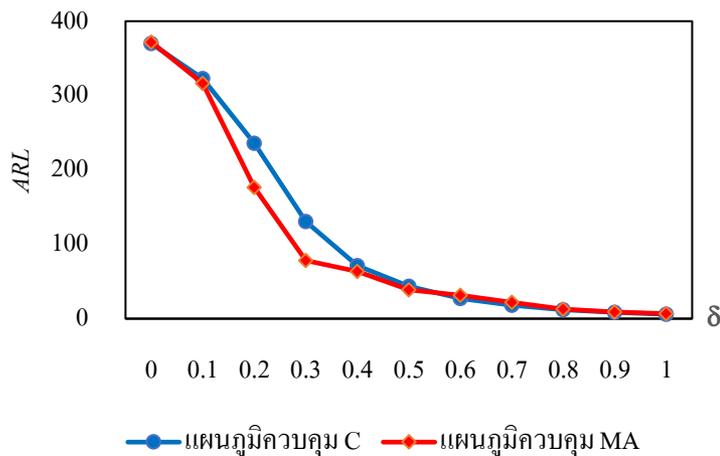


รูปที่ 3 แสดงค่า  $ARL_0$  และ  $ARL_1$  ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบค่า  $ARL$  ของแผนภูมิควบคุม  $C$  กับแผนภูมิควบคุม  $MA$  ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ เมื่อ  $\lambda_0 = 5$

$\delta$	แผนภูมิควบคุม $C$	แผนภูมิควบคุม $MA$
	$n=20$	$w = 5, k = 3.5602$
0	369.915	371.961
0.1	322.724	316.118*
0.2	235.637	176.295*
0.3	130.693	78.143*
0.4	71.170	63.527*
0.5	43.618	38.995*
0.6	27.064*	31.252
0.7	17.963*	21.741
0.8	11.928*	12.686
0.9	8.311*	8.769
1.0	5.865*	6.758

หมายเหตุ \* หมายถึง ค่า  $ARL_1$  ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย  $\delta$



รูปที่ 4 แสดงค่า  $ARL_0$  และ  $ARL_1$  ที่  $\delta$  ระดับต่างๆ

การวิจัยครั้งนี้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ ซึ่งประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมใช้การพิจารณาความยาวรันเฉลี่ย โดยทำการศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อกำหนดระดับความกว้างของการหาค่าเฉลี่ย เท่ากับ 3 4 และ 5 ตามลำดับ นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม  $c$  ซึ่งข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ได้มาจากการจำลองข้อมูลโดยวิธีมอนติคาร์โล เพื่อหาความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ( $ARL_0$ ) มีค่าเท่ากับ 370 และพิจารณาความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม ( $ARL_1$ ) ถ้าค่า  $ARL_1$  มีค่าต่ำสุดแสดงถึงแผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพดีที่สุด จากตารางที่ 1 และ ตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบค่า  $ARL$  ของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อ  $\lambda_0 = 2$  และ  $\lambda_0 = 5$  ตามลำดับ โดยกำหนดระดับความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3 4 และ 5 พบว่าเมื่อระดับความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม MA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ได้รวดเร็วขึ้น แสดงได้ดังรูปที่ 1 และ รูปที่ 2 จากตารางที่ 3 และ ตารางที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม  $c$  เมื่อ  $\lambda_0 = 2$  และ  $\lambda_0 = 5$  ตามลำดับ พบว่ากรณีที่  $\lambda_0 = 2$  แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ที่มีขนาดเล็ก และขนาดกลาง ( $0.1 \leq \delta \leq 0.7$ ) ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม  $c$  แต่เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมีขนาดใหญ่ ( $0.8 \leq \delta \leq 1.0$ ) แผนภูมิควบคุม  $c$  จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA แสดงได้ดังรูปที่ 3 กรณีที่  $\lambda_0 = 5$  แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ขนาดเล็ก ( $0.1 \leq \delta \leq 0.5$ ) ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม  $c$  แต่เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมีกลางและขนาดใหญ่ ( $0.6 \leq \delta \leq 1.0$ ) แผนภูมิควบคุม  $c$  จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA แสดงได้ดังรูปที่ 4

## วิจารณ์และสรุปผลการวิจัย

ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA สำหรับตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ ( $\lambda$ ) เมื่อกำหนดให้ความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 3 4 และ 5 ตามลำดับ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ ซึ่งเกณฑ์ที่วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือความยาวรันเฉลี่ย โดยใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล ผลการวิจัยพบว่า เมื่อความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม MA จะมีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม  $c$  ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ พบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ที่มีขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม  $c$  แต่เมื่อค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์มีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ พบว่าแผนภูมิควบคุม  $c$  จะมีประสิทธิภาพในตรวจจับได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA

ทั้งนี้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สามารถประยุกต์ใช้กับข้อมูลประเภทอื่นได้ เช่น การแจกแจงทวินามลบ ประเภทตัดปลายศูนย์ (zero truncated negative binomial distribution: ZNTB) เป็นต้น หรืออาจนำแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมอื่นๆ เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (double moving average: DMA)

## กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ ได้รับทุนสนับสนุนโครงการทุนวิจัยทั่วไป จากคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ สัญญาทุนเลขที่ 6245107 ผู้วิจัยขอขอบพระคุณมา ณ ที่นี้ด้วย

## เอกสารอ้างอิง

- Alghamdi, S.A.D., Aslam, M. Khan, K. & Jun, C-H. (2017). A Time Truncated Moving Average Chart for the Weibull Distribution. in *IEEE Access*, 5, 7216-7222. <http://doi: 10.1109/ACCESS.2017.2697040>
- Fatahi, A.A., Noorosana, R., Dokouhaki, P. & Moghaddam, B.F. (2012). Zero inflated Poisson EWMA control chart for monitoring rare health-related event. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*. 12(4). <http://doi.org/10.1142/S0219519412500650>.
- Gan, F.F. (1990). Monitoring Poisson Observations using Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Charts. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*. 19, 124-103. <https://doi.org/10.1080/03610919008812847>

- He, S. and Li, S. (2012). *A combination of CUSUM charts for monitoring a Zero-inflated Poisson Process*. pp. 168-174. In International Conference on Management Science & Engineering (19<sup>th</sup>) Dallas TX, <http://doi:10.1109/ICMSE.2012.6414178>
- Khoo, M. (2004). A moving average control chart for monitoring the fraction non-conforming. *Quality and Reliability of Engineering International*. 20, 617-635. <https://doi.org/10.1002/qre.576>
- Leong, R.N., Co. F., Mojica.V.J. &Tan, D.S. (2017). An exponentially weighted moving average control chart for Zero-truncated Poisson processes: a design and analytic framework with fast initial response feature. *The Philippine Statistician*. 66(1), 21-40. [https://www.psai.ph/docs/publications/tps/tps\\_2017\\_66\\_1\\_2.pdf](https://www.psai.ph/docs/publications/tps/tps_2017_66_1_2.pdf)
- Sukparungsee, S. (2018). Average run length of cumulative sum control chart by markov chain approach for zero-inflated Poisson processes. *Thailand Statistician*. 16(1), 6-13. <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/thaistat/article/view/67645/88480>
- Xie, M., He, B. & Goh. T.N. (2008). Zero-inflated Poisson model in statistical process control. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 37, 1440-1452. [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(01\)00033-0](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(01)00033-0)

Research Article

# การศึกษาเปรียบเทียบแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S เพื่อคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน

## Comparative Study on CA-Markov Model and CLUE-S Model for Land Use Changed Prediction in National Reserved Forest, Nan Province

วีระภาส คุณรัตนสิริ<sup>1\*</sup>

Weeraphart Khunrattanasiri<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>ภาควิชาการจัดการป่าไม้ คณะวนศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

<sup>1</sup> Department of Forest Management, Faculty of Forestry, Kasetsart University

\*E-mail: weeraphart.k@ku.th

Received: 26/06/2020; Revised: 31/10/2020; Accepted: 05/11/2020

### บทคัดย่อ

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S ในการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน และเพื่อคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2563

ผลการศึกษา พบว่า แบบจำลอง CA-Markov มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 90.95 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.80 และแบบจำลอง CLUE-S มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 91.96 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.82 โดยแบบจำลอง CA-Markov สามารถคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินจากการใช้ข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินของสองช่วงเวลา ซึ่งในส่วนของแบบจำลอง CLUE-S ต้องอาศัยปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างประเภทของ

การใช้ประโยชน์ที่ดินกับปัจจัยที่เกี่ยวข้อง ทำให้ผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CLUE-S มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวมและค่าสัมประสิทธิ์ Kappa มากกว่าแบบจำลอง CA-Markov

**คำสำคัญ:** แบบจำลองคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดิน, แบบจำลอง CA-Markov, แบบจำลอง CLUE-S, การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน

### Abstract

The objectives of this study to comparative study CA-Markov model and CLUE-S model for land use prediction in National Reserved Forest, Nan Province and land use prediction in National Reserved Forest, Nan Province in 2020.

This study found that CA-Markov model indicated that overall accuracy percentage 90.95 and Kappa statistic at 0.80 and CLUE-S model indicated that overall accuracy percentage 91.96 and Kappa statistic at 0.82. The result indicate the CA-Markov model could predict land use from data in both period. And CLUE-S model must have the land use changed factor for finding relationship between class of land use and other factor. Therefore, the result of CLUE-S model was usefulness than CA-Markov model.

**Keywords:** Land use model, CA-Markov model, CLUE-S model, Land use changed

### บทนำ

ทรัพยากรที่ดินเป็นหนึ่งในทรัพยากรธรรมชาติที่มีอยู่อย่างจำกัด การวางแผนบริหารจัดการการใช้ประโยชน์ที่ดินจึงจำเป็นต้องทราบถึงปริมาณการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินในอดีตต่อเนื่องถึงปัจจุบันเพื่อคาดการณ์แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินในอนาคต แต่เดิมทรัพยากรที่ดินถูกปกคลุมด้วยพื้นที่ป่าไม้ และจากการเพิ่มขึ้นของจำนวนประชากรส่งผลให้มีการใช้ประโยชน์จากทรัพยากรธรรมชาติเพิ่มขึ้นตามไปด้วย โดยเป็นที่ทราบกันดีว่าบริเวณทางภาคเหนือของประเทศไทยมีการบุกรุกพื้นที่ป่าไม้เพื่อทำการเกษตรและที่อยู่อาศัยเป็นจำนวนมาก โดยเฉพาะจังหวัดน่านพื้นที่ส่วนใหญ่ของจังหวัดเป็นป่าไม้ ซึ่งเป็นแหล่งต้นน้ำลำธารของแม่น้ำน่านและเป็นส่วนหนึ่งของแม่น้ำสายหลักที่ไหลลงสู่แม่น้ำเจ้าพระยา พื้นที่ป่าไม้ของจังหวัดอยู่ในขอบเขตป่าสงวนแห่งชาติ มีพื้นที่จำนวน 6,497,231.62 ไร่ หรือคิดเป็นร้อยละ 90.62 ของพื้นที่จังหวัดน่าน (Royal Forest Department, 2013) แสดงให้เห็นว่าพื้นที่ของจังหวัดน่านส่วนใหญ่เป็นป่าไม้ ต่อมาถูกบุกรุกเปลี่ยนแปลงเป็นพื้นที่เกษตรกรรมและที่อยู่อาศัย ทำให้เกิดผลกระทบตามมาสร้างความเสียหายเป็นจำนวนมากไม่ว่าจะเป็นกรณีดินถล่ม น้ำท่วม และภัยแล้ง นำไปสู่การจัดตั้งโครงการรักษาน้ำป่าสำหรับแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้น เพื่อมาตรการในการป้องกันการลดลงของพื้นที่ป่าไม้ และเพื่อฟื้นฟูพื้นที่ป่าไม้ให้กลับมาอุดมสมบูรณ์อีกครั้ง โดยในการวางแผนบริหารจัดการพื้นที่จะต้องใช้ข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินมาสนับสนุน ทั้งข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินในอดีต

ปัจจุบัน และในอนาคต ซึ่งข้อมูลในอดีตและปัจจุบันสามารถทราบได้จากการอ่านแปลข้อมูลภาพถ่ายทางอากาศและข้อมูลภาพดาวเทียม สำหรับข้อมูลในอนาคตสามารถทราบได้จากการใช้แบบจำลองคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน โดยแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S เป็นแบบจำลองที่ได้รับความนิยมให้ผลการคาดการณ์ที่มีความถูกต้องและถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลาย หากผลการคาดการณ์จากแบบจำลองมีความถูกต้องก็จะได้ข้อมูลที่สำคัญสำหรับการตัดสินใจวางแผนกำหนดขอบเขตพื้นที่การใช้ประโยชน์ที่ดินในอนาคต โดยการศึกษาในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S ในการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน และเพื่อคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2563

### วิธีการทดลอง

#### 1. การจำแนกประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน

จำแนกข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน โดยการใช้วิธีการแปลตีความข้อมูลภาพดาวเทียมด้วยสายตา (visual interpretation) ด้วยโปรแกรม Quantum GIS โดยทำการเน้นข้อมูลภาพดาวเทียมด้วยการผสมสีเท็จ Infrared ซึ่งจะปรากฏสีแดงในบริเวณพื้นที่ที่มีพืชพรรณปกคลุม เพื่อแสดงผลให้พื้นที่ที่มีพืชพรรณปกคลุมแตกต่างกับพื้นที่อื่น ๆ และใช้การพิจารณาปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ ความเข้มของสี (tone) สี (color) รูปร่าง (shape) ขนาด (size) รูปแบบ (pattern) ลายเนื้อ (texture) เงา (shadow) ภูมิประเทศ (topographical site) ที่ตั้งและสิ่งที่อยู่ใกล้เคียง (size and association features) โดยเลือกใช้ผลิตภัณฑ์ของข้อมูลภาพดาวเทียมแบบ level 1 precision terrain correction (L1TP) ซึ่งเป็นรูปแบบของข้อมูลภาพดาวเทียมที่ได้รับการปรับแก้ความคลาดเคลื่อนเชิงรังสี และความคลาดเคลื่อนเชิงเรขาคณิตแบบเป็นระบบ ประกอบด้วย

ในปี พ.ศ. 2551 จำแนกโดยใช้ข้อมูลภาพดาวเทียม Landsat 5 ระบบบันทึกภาพ thematic mapper (TM) จำนวน 4 ภาพ ได้แก่ path 129 row 47 บันทึกภาพวันที่ 5 มีนาคม พ.ศ. 2551 path 129 row 48 บันทึกภาพวันที่ 5 มีนาคม พ.ศ. 2551 path 130 row 46 บันทึกภาพวันที่ 25 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2551 และ path 130 row 47 บันทึกภาพวันที่ 25 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2551

ในปี พ.ศ. 2556 จำแนกโดยใช้ข้อมูลภาพดาวเทียม Landsat 8 ระบบบันทึกภาพ operational land imager (OLI) จำนวน 4 ภาพ ได้แก่ path 129 row 47 บันทึกภาพวันที่ 20 เมษายน พ.ศ. 2556 path 129 row 48 บันทึกภาพวันที่ 20 เมษายน พ.ศ. 2556 path 130 row 46 บันทึกภาพวันที่ 5 พฤศจิกายน พ.ศ. 2556 และ path 130 row 47 บันทึกภาพวันที่ 23 ธันวาคม พ.ศ. 2556

ในปี พ.ศ. 2561 จำแนกโดยใช้ข้อมูลภาพดาวเทียม Landsat 8 ระบบบันทึกภาพ OLI จำนวน 4 ภาพ ได้แก่ path 129 row 47 บันทึกภาพวันที่ 1 มีนาคม พ.ศ. 2561 path 129 row 48 บันทึกภาพวันที่ 13 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2561 path 130 row 46 บันทึกภาพวันที่ 19 มกราคม พ.ศ. 2561 และ path 130 row 47 บันทึกภาพวันที่ 19 มกราคม พ.ศ. 2561

โดยจำแนกประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดินอ้างอิงตามมาตรฐานข้อกำหนดข้อมูลภูมิสารสนเทศพื้นฐาน (fundamental geographic data set: FGDS) (Geo-Informatics and Space Technology Development Agency (Public Organization), 2013) แบ่งชั้นข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินออกเป็น 5 ประเภท ได้แก่

- 1) พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง ได้แก่ พื้นที่ที่มีการใช้ประโยชน์เพื่อการตั้งถิ่นฐาน การอยู่อาศัย การประกอบกิจการ และกิจกรรมของมนุษย์
- 2) พื้นที่เกษตรกรรม ได้แก่ พื้นที่ที่มีการใช้ประโยชน์เพื่อเกษตรกรรมและการเลี้ยงสัตว์
- 3) พื้นที่ป่าไม้ ได้แก่ บริเวณที่มีต้นไม้ขนาดชนิดปกคลุม มีต้นไม้ขนาดต่าง ๆ ขึ้นอยู่อย่างหนาแน่น
- 4) พื้นที่แหล่งน้ำ ได้แก่ แหล่งน้ำที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติและแหล่งน้ำที่มนุษย์สร้างขึ้น
- 5) พื้นที่เบ็ดเตล็ด ได้แก่ พื้นที่อื่น ๆ ประกอบด้วย เหมืองและบ่อขุด พื้นที่กองวัสดุพื้นที่ดินถม พื้นที่หิน โส่ พื้นที่ขุดเจาะน้ำมัน พื้นที่ถม และพื้นที่ทิ้งขยะ

## 2. การประเมินความถูกต้องของการจำแนกประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดิน

การตรวจสอบความถูกต้องของผลการจำแนกประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน มีรายละเอียดดังนี้

นำผลการจำแนกการใช้ประโยชน์ที่ดิน ปี พ.ศ. 2551 ตรวจสอบกับข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินของจังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2550 ที่ถูกจัดเก็บในระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์ ของกรมพัฒนาที่ดิน

นำผลการจำแนกการใช้ประโยชน์ที่ดิน ปี พ.ศ. 2556 ตรวจสอบกับข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินของจังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2555 ที่ถูกจัดเก็บในระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์ ของกรมพัฒนาที่ดิน

นำผลการจำแนกการใช้ประโยชน์ที่ดิน ปี พ.ศ. 2561 ตรวจสอบกับข้อมูลจุดตรวจสอบข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินภาคสนาม ปี พ.ศ. 2561 จากโครงการจัดทำข้อมูลการจำแนกเขตการใช้ประโยชน์ที่ดินป่าสงวนแห่งชาติ ของสำนักจัดการที่ดินป่าไม้ กรมป่าไม้ และจุดตรวจสอบข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินบนข้อมูลภาพถ่ายดาวเทียมจากโปรแกรม Google Earth

กำหนดจุดตรวจสอบข้อมูลภาคสนามเพื่อตรวจสอบความถูกต้องผลการจำแนก โดยใช้สมการคำนวณจุดตรวจสอบ ดังการศึกษาของ Phaengwangthong (2018) โดยคำนวณจำนวนจุดตรวจสอบภาคสนามตามสัดส่วนของพื้นที่ในแต่ละประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดินและใช้การสุ่มแบบชั้นภูมิ (stratified random sampling) สุ่มจุดตรวจสอบที่คำนวณได้กระจายในทุกประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดิน และประเมินความถูกต้องของการจำแนกการใช้ประโยชน์ที่ดิน โดยพิจารณาข้อมูลผลการจำแนกของจุดตรวจสอบข้อมูลภาคสนาม ซึ่งแสดงผลในรูปแบบของตารางที่เรียกว่า error matrix



### 3.2 แบบจำลอง CLUE-S

ทำการคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินด้วยแบบจำลอง CLUE-S ในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2563 ซึ่งมีวิธีการดังต่อไปนี้

3.2.1 รวบรวมปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินของพื้นที่ศึกษาดังการศึกษาของ Kotpahn (2012) และทำการแปลงข้อมูลปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินจากข้อมูลเวกเตอร์เป็นข้อมูลราสเตอร์ ที่มีขนาดจุดภาพเท่ากับ 50 เมตร ซึ่งมีจำนวนจุดภาพทั้งหมดอยู่ในขอบเขตตามที่เป็นแบบจำลอง CLUE-S กำหนด จากนั้นแปลงข้อมูลจากข้อมูลราสเตอร์เป็นข้อมูลแบบ American Standard Code for Information Interchange (ASCII) ด้วยโปรแกรม Quantum GIS ก่อนนำเข้าแบบจำลอง CLUE-S โดยมีปัจจัยทางสิ่งแวดล้อม ประกอบด้วย

- 1) ระยะห่างจากเส้นทางคมนาคม จัดทำขึ้นจากข้อมูลเส้นทางคมนาคมในแผนที่ภูมิประเทศเชิงเลข มาตรฐาน 1:50,000 ลำดับชุด L7018 ของกรมแผนที่ทหาร
- 2) ระยะห่างจากเส้นทางลำน้ำ จัดทำขึ้นจากข้อมูลเส้นทางลำน้ำในแผนที่ภูมิประเทศเชิงเลข มาตรฐาน 1:50,000 ลำดับชุด L7018 ของกรมแผนที่ทหาร
- 3) ระยะห่างจากตำแหน่งหมู่บ้าน จัดทำขึ้นจากข้อมูลตำแหน่งหมู่บ้าน ปี พ.ศ. 2557 ของสถาบันชุมชนท้องถิ่นพัฒนา
- 4) ลักษณะเนื้อดิน จัดทำขึ้นจากข้อมูลชุดดิน ของกรมพัฒนาที่ดิน
- 5) รายได้เฉลี่ยต่อครัวเรือน ปี พ.ศ. 2561 ของกลุ่มงานสารสนเทศการพัฒนาชุมชน สำนักงานพัฒนาชุมชนจังหวัดน่าน
- 6) ความสูง จัดทำขึ้นจากข้อมูลแบบจำลองความสูงเชิงเลข global digital elevation model (GDEM) ของสำนักงานสำรวจธรณีวิทยา ประเทศสหรัฐอเมริกา
- 7) ความลาดชัน จัดทำขึ้นจากข้อมูล GDEM ของสำนักงานสำรวจธรณีวิทยา ประเทศสหรัฐอเมริกา
- 8) ทิศด้านลาด จัดทำขึ้นจากข้อมูล GDEM ของสำนักงานสำรวจธรณีวิทยา ประเทศสหรัฐอเมริกา
- 9) ปริมาณน้ำฝนรายปีเฉลี่ย ระหว่างปี พ.ศ. 2524 – 2561 ของกรมอุตุนิยมวิทยา
- 10) ความหนาแน่นประชากร ปี พ.ศ. 2561 ของกรมการปกครอง

3.2.2 ทำการหาความสัมพันธ์ระหว่างประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดินกับปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินด้วยสมการ logistic regression โดยกำหนดตัวแปรต้นเป็นประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดิน และกำหนดตัวแปรอิสระเป็นปัจจัยในข้อ 3.2.1 หาความสัมพันธ์ด้วยโปรแกรมคำนวณทางสถิติ

นำค่าคงที่และค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อการใช้ที่ดินแต่ละประเภทมาสร้างเป็นแฟ้มข้อมูลเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ในแบบจำลอง CLUE-S

3.2.3 ทำการกำหนดเสถียรภาพของการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน ซึ่งเป็นการกำหนดลำดับของการเปลี่ยนแปลงประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดินให้สอดคล้องกับพฤติกรรมการใช้ประโยชน์ที่ดินที่เกิดขึ้นจริงในพื้นที่ กำหนดให้ค่า 0 หมายถึง การใช้ประโยชน์ที่ดินนั้นไม่สามารถเปลี่ยนแปลงเป็นพื้นที่อื่นได้ และกำหนดให้ค่า 1 หมายถึง การใช้ประโยชน์ที่ดินนั้นสามารถเปลี่ยนแปลงเป็นการใช้ประโยชน์ที่ดินอื่นได้ โดยลำดับของการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ศึกษา แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ลำดับของการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ศึกษา

ประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดิน	ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง	เกษตรกรรม	ป่าไม้	แหล่งน้ำ	เบ็ดเตล็ด
ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง	1	0	0	0	0
เกษตรกรรม	1	1	1	1	1
ป่าไม้	1	1	1	1	1
แหล่งน้ำ	0	0	0	1	1
เบ็ดเตล็ด	1	1	1	1	1

3.2.4 ข้อมูลกำหนดปริมาณความต้องการใช้ประโยชน์ที่ดินในแต่ละประเภท ซึ่งกำหนดให้การใช้ประโยชน์ที่ดินในอนาคตมีการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินเหมือนในอดีต โดยใช้การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินเฉลี่ยรายปี ระหว่างปี พ.ศ. 2556 – 2561

3.2.5 นำเข้าข้อมูลปัจจัยที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน ข้อมูลค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากสมการถดถอยโลจิสติก ข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ข้อมูลลำดับการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน และข้อมูลกำหนดปริมาณความต้องการใช้ประโยชน์ที่ดินในแต่ละประเภท เพื่อคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ในปี พ.ศ. 2563

4. การประเมินความถูกต้องผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ของแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S

จากการใช้แบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S คาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน นำผลการคาดการณ์ ในปี พ.ศ. 2563 จากแบบจำลองทั้งสองมาประเมินความถูกต้อง

โดยตรวจสอบความถูกต้องผลการคาดการณ์กับข้อมูลตรวจสอบข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินภาคสนาม ปี พ.ศ. 2563 และจุดตรวจสอบข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินบนข้อมูลภาพถ่ายดาวเทียมจากโปรแกรม Google Earth จากนั้นคำนวณความถูกต้องโดยใช้ตารางเมทริกซ์ แสดงร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม และค่าสัมประสิทธิ์ Kappa

### ผลและการวิจารณ์ผล

1. ผลการจำแนกการใช้ประโยชน์ที่ดิน พื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน มีรายละเอียดดังนี้

ปี พ.ศ. 2551 พบว่า พื้นที่ป่าไม้ มีพื้นที่มากที่สุด เท่ากับ 4,525,196.34 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 69.42 ของพื้นที่ทั้งหมด รองลงมา ได้แก่ พื้นที่เกษตรกรรม มีพื้นที่เท่ากับ 1,955,385.30 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 30.00 พื้นที่แหล่งน้ำ มีพื้นที่เท่ากับ 20,313.57 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.31 พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีพื้นที่เท่ากับ 16,909.51 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.26 และพื้นที่เบ็ดเตล็ด มีเนื้อที่น้อยที่สุด มีพื้นที่เท่ากับ 394.96 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.01 (ตารางที่ 2)

ปี พ.ศ. 2556 พบว่า พื้นที่ป่าไม้ มีพื้นที่มากที่สุด เท่ากับ 4,421,408.18 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 67.83 ของพื้นที่ทั้งหมด รองลงมา ได้แก่ พื้นที่เกษตรกรรม มีพื้นที่เท่ากับ 2,057,049.17 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 31.56 พื้นที่แหล่งน้ำ มีพื้นที่เท่ากับ 21,287.94 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.33 พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีพื้นที่เท่ากับ 17,923.77 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.27 และพื้นที่เบ็ดเตล็ด มีเนื้อที่น้อยที่สุด มีพื้นที่เท่ากับ 530.62 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.01 (ตารางที่ 2)

ปี พ.ศ. 2561 พบว่า พื้นที่ป่าไม้ มีพื้นที่มากที่สุด เท่ากับ 4,386,203.98 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 67.29 ของพื้นที่ทั้งหมด รองลงมา ได้แก่ พื้นที่เกษตรกรรม มีพื้นที่เท่ากับ 2,090,974.97 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 32.08 พื้นที่แหล่งน้ำ มีพื้นที่เท่ากับ 21,819.75 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.33 พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีพื้นที่เท่ากับ 18,708.87 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.29 และพื้นที่เบ็ดเตล็ด มีเนื้อที่น้อยที่สุด มีพื้นที่เท่ากับ 492.12 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.01 (ตารางที่ 2)

ตารางที่ 2 พื้นที่ของประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2551 2556 และ 2561

ประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดิน	พ.ศ. 2551		พ.ศ. 2556		พ.ศ. 2561	
	พื้นที่ (ไร่)	ร้อยละ	พื้นที่ (ไร่)	ร้อยละ	พื้นที่ (ไร่)	ร้อยละ
ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง	16,909.51	0.26	17,923.77	0.27	18,708.87	0.29
เกษตรกรรม	1,955,385.30	30.00	2,057,049.17	31.56	2,090,974.97	32.08
ป่าไม้	4,525,196.34	69.42	4,421,408.18	67.83	4,386,203.98	67.29
แหล่งน้ำ	20,313.57	0.31	21,287.94	0.33	21,819.75	0.33
เบ็ดเตล็ด	394.96	0.01	530.62	0.01	492.12	0.01
รวม	6,518,199.68	100.00	6,518,199.68	100.00	6,518,199.68	100.00

จากการวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน พบว่า การใช้ประโยชน์ที่ดินที่มีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่มากที่สุด คือ พื้นที่ป่าไม้ รองลงมา คือ พื้นที่เกษตรกรรม โดยพื้นที่ป่าไม้ที่พบการเปลี่ยนแปลงนั้นมีพื้นที่ลดลง ถูกบุกรุกแผ้วถางเพื่อสร้างที่อยู่อาศัยและทำการเกษตร สำหรับการสร้างที่อยู่อาศัยสาเหตุเกิดจากการเพิ่มขึ้นของประชากรและการขยายตัวทางเศรษฐกิจ ส่งผลให้ที่ดินมีราคาสูงโอกาสที่ชาวบ้านจะซื้อหรือเช่าที่ดินเพื่อใช้เป็นที่อยู่อาศัยจึงเป็นไปได้ยาก อีกทั้งที่ดินส่วนใหญ่ถูกรอบครองโดยนายทุน จึงทำให้เกิดการบุกรุกทำลายพื้นที่ป่าไม้

2. ผลการตรวจสอบความถูกต้องผลการจำแนกการใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน มีรายละเอียดดังนี้

2.1 ปี พ.ศ. 2551 มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 92.42 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.83

2.2 ปี พ.ศ. 2556 มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 91.96 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.82

2.3 ปี พ.ศ. 2561 มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 97.98 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.96

ซึ่งเห็นได้ว่า ผลการจำแนกการใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ของทั้ง 3 ปี มีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa มีค่ามากกว่า 0.8 แสดงถึงความถูกต้องของผลการจำแนกกับความเป็นจริงบนพื้นที่มีความถูกต้องตรงตามความเป็นจริง (Rwanga and Ndambuki, 2017)

3. ผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน

3.1 ผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CA-Markov

แบบจำลอง Markov Chain คาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินทราบเพียงปริมาณพื้นที่การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน เพื่อให้ทราบถึงตำแหน่งของพื้นที่ที่มีการเปลี่ยนแปลงจึงได้นำแบบจำลอง CA-Markov มาใช้ในการจัดทำข้อมูล โดยผลการคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน ในปี พ.ศ. 2563 พบว่า พื้นที่ป่าไม้ มีพื้นที่มากที่สุด โดยมีพื้นที่เท่ากับ 4,239,462.91 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 65.04 ของพื้นที่ทั้งหมด รองลงมา ได้แก่ พื้นที่เกษตรกรรม มีพื้นที่เท่ากับ 2,237,124.78 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 34.32 พื้นที่แหล่งน้ำ มีพื้นที่เท่ากับ 21,949.00 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.34 พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีพื้นที่เท่ากับ 19,193.07 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.29 และพื้นที่เบ็ดเตล็ดมีพื้นที่น้อยที่สุด โดยมีพื้นที่เท่ากับ 610.87 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.01 แสดงดังตารางที่ 3 และภาพที่ 1

### 3.2 ผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CLUE-S

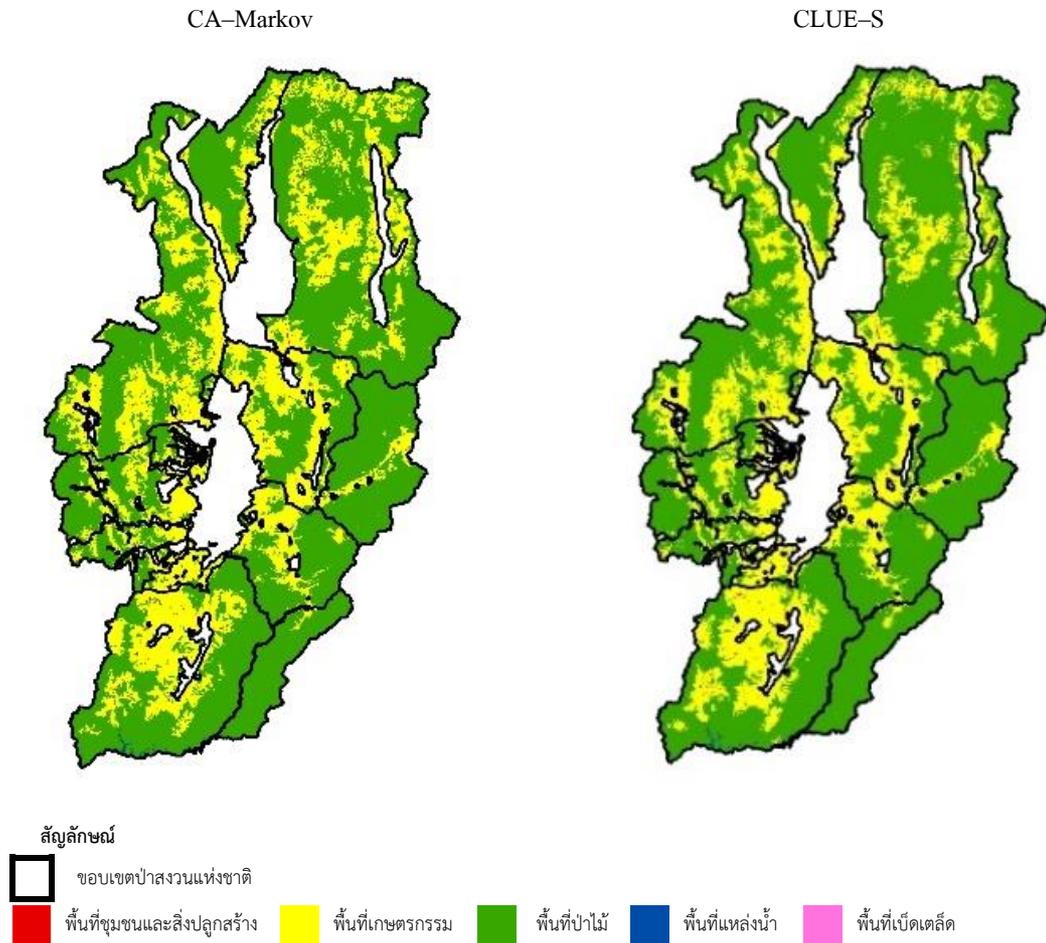
ผลการคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินโดยใช้แบบจำลอง CLUE-S ในปี พ.ศ. 2563 พบว่า พื้นที่ป่าไม้มีพื้นที่มากที่สุด เท่ากับ 4,375,671.88 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 67.13 ของพื้นที่ทั้งหมด รองลงมา คือ พื้นที่เกษตรกรรม มีพื้นที่เท่ากับ 2,101,510.94 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 32.24 พื้นที่แหล่งน้ำ มีพื้นที่เท่ากับ 21,979.69 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.34 พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีพื้นที่เท่ากับ 18,804.69 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.29 และพื้นที่เบ็ดเตล็ดมีพื้นที่น้อยที่สุด โดยมีพื้นที่เท่ากับ 373.44 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.01 แสดงดังตารางที่ 3 และภาพที่ 1

ตารางที่ 3 ผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2563 จากแบบจำลอง CA-Markov และ แบบจำลอง CLUE-S

ประเภทการใช้ประโยชน์ที่ดิน	CA-Markov		CLUE-S	
	พื้นที่ (ไร่)	ร้อยละ	พื้นที่ (ไร่)	ร้อยละ
ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง	19,193.07	0.29	18,804.69	0.29
เกษตรกรรม	2,237,124.78	34.32	2,101,510.94	32.24
ป่าไม้	4,239,462.91	65.04	4,375,671.88	67.13
แหล่งน้ำ	21,949.00	0.34	21,979.69	0.34
เบ็ดเตล็ด	610.87	0.01	373.44	0.01
รวม	6,518,340.63	100.00	6,518,340.63	100.00

4. ผลการประเมินความถูกต้องผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2563 ของแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S เมื่อตรวจสอบกับข้อมูลจุดตรวจสอบภาคสนาม ปี พ.ศ. 2563 และจุดตรวจสอบข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินบนข้อมูลภาพถ่ายดาวเทียมจากโปรแกรม Google Earth

ผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CA-Markov มีความถูกต้องของการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2563 มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 90.95 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.80 จากการศึกษาของ Nouri et al. (2014) คาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในเมือง Anzali จังหวัด Gilan ประเทศอิหร่าน ซึ่งมีวิธีการในการศึกษาใกล้เคียงกัน มีความถูกต้องโดยรวมเท่ากับร้อยละ 83 แสดงถึงความถูกต้องของผลการคาดการณ์มีความแตกต่างกัน โดยหากพื้นที่ศึกษามีการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินคล้ายคลึงกับการใช้ประโยชน์ที่ดินที่เกิดขึ้นในอดีต ส่งผลให้การคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินมีความถูกต้องตรงตามความเป็นจริงที่เกิดขึ้น



ภาพที่ 1 ผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ปี พ.ศ. 2563 จากแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S

ผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CLUE-S มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 91.96 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.82 ซึ่งการศึกษาของ Zheng et al. (2015) ที่ทำการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินบริเวณ Yau Tsim Mong เขต Kowloon ของฮ่องกง โดยใช้ข้อมูลบึงจัยทางกายภาพ บึงจัยทางเศรษฐกิจสังคม และบึงจัยทางการเมือง พบว่า มีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.77

เมื่อนำผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดิน ในปี พ.ศ. 2563 ระหว่างแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S เปลี่ยนจากข้อมูลในรูปแบบของราสเตอร์เป็นข้อมูลแบบเวกเตอร์มาเปรียบเทียบข้อมูลเชิงพื้นที่โดยใช้ตาราง error matrix พบว่า แบบจำลองทั้งสองรูปแบบมีผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินในแต่ละ

ประเภทตรงกัน ได้แก่ พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีผลการคาดการณ์ตรงกันจำนวน 17,841.65 ไร่ พื้นที่เกษตรกรรม มีผลการคาดการณ์ตรงกันจำนวน 2,024,850.79 ไร่ พื้นที่ป่าไม้ มีผลการคาดการณ์ตรงกันจำนวน 4,217,287.11 ไร่ พื้นที่แหล่งน้ำ มีผลการคาดการณ์ตรงกันจำนวน 21,088.66 ไร่ และพื้นที่เบ็ดเตล็ด มีผลการคาดการณ์ตรงกันจำนวน 1.00 ไร่ แสดงดังตารางที่ 4

จากการศึกษาแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S พบว่า มีผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินพื้นที่ป่าสงวนแห่งชาติ จังหวัดน่าน ในปี พ.ศ. 2563 มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวมและค่าสัมประสิทธิ์ Kappa ใกล้เคียงกัน โดยแบบจำลอง CA-Markov สามารถคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินจากข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินของสองช่วงเวลาและต้องทำการแปลงข้อมูลจากข้อมูลเชิงปริมาณเป็นข้อมูลเชิงพื้นที่เพื่อทราบตำแหน่งของการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ซึ่งในส่วนของแบบจำลอง CLUE-S ต้องอาศัยปัจจัยเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างประเภทของการใช้ประโยชน์ที่ดินกับปัจจัยที่เกี่ยวข้อง ทำให้ผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CLUE-S มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวมและค่าสัมประสิทธิ์ Kappa มากกว่าผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CA-Markov

**ตารางที่ 4** การเปรียบเทียบผลการคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดิน ในปี พ.ศ. 2563 ระหว่างแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S

		การใช้ประโยชน์ที่ดิน ปี พ.ศ. 2563 จากแบบจำลอง CA-Markov					พื้นที่รวม (ไร่)
		U	A	F	W	M	
การใช้ประโยชน์ที่ดินปี พ.ศ. 2563 จากแบบจำลอง CLUE-S	U	17,841.65	144.84	44.34	26.37	0.00	18,057.20
	A	164.14	2,024,850.79	214,383.96	78.97	12.18	2,239,490.04
	F	105.53	20,912.00	4,217,287.11	120.87	0.40	4,238,425.91
	W	0.06	46.93	55.31	21,088.66	0.63	21,191.58
	M	0.00	24.35	2.71	0.00	1.00	28.06
รวม		18,111.38	2,045,978.90	4,431,773.42	21,314.87	14.21	

หมายเหตุ U คือ พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง A คือ พื้นที่เกษตรกรรม  
F คือ พื้นที่ป่าไม้ W คือ พื้นที่แหล่งน้ำ M คือ พื้นที่เบ็ดเตล็ด

## สรุปผลการทดลอง

จากการศึกษา พบว่า แบบจำลอง CA-Markov มีผลการคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน ในปี พ.ศ. 2563 พื้นที่ป่าไม้ มีพื้นที่เท่ากับ 4,239,462.91 ไร่ พื้นที่เกษตรกรรม มีพื้นที่เท่ากับ 2,237,124.78 ไร่ พื้นที่แหล่งน้ำ มีพื้นที่เท่ากับ 21,949.00 ไร่ พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีพื้นที่เท่ากับ 19,193.07 ไร่ และพื้นที่เบ็ดเตล็ด มีพื้นที่เท่ากับ 610.87 ไร่ โดยผลการคาดการณ์มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 90.95 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.80 ส่วนแบบจำลอง CLUE-S มีผลการคาดการณ์การเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดินในปี พ.ศ. 2563 พื้นที่ป่าไม้ มีพื้นที่เท่ากับ 4,375,671.88 ไร่ พื้นที่เกษตรกรรม มีพื้นที่เท่ากับ 2,101,510.94 ไร่ พื้นที่แหล่งน้ำ มีพื้นที่เท่ากับ 21,979.69 ไร่ พื้นที่ชุมชนและสิ่งปลูกสร้าง มีพื้นที่เท่ากับ 18,804.69 ไร่ และพื้นที่เบ็ดเตล็ด มีพื้นที่เท่ากับ 373.44 ไร่ คิดเป็นร้อยละ 0.01 โดยผลการคาดการณ์มีร้อยละความถูกต้องของการจำแนกโดยรวม เท่ากับ 91.96 และมีค่าสัมประสิทธิ์ Kappa เท่ากับ 0.82 โดยแบบจำลอง CA-Markov สามารถคาดการณ์การใช้ประโยชน์ที่ดินจากการใช้ข้อมูลการใช้ประโยชน์ที่ดินของสองช่วงเวลา ซึ่งในส่วนของแบบจำลอง CLUE-S ต้องอาศัยปัจจัยเพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างประเภทของการใช้ประโยชน์ที่ดินกับปัจจัยที่เกี่ยวข้อง จึงทำให้ผลการคาดการณ์จากแบบจำลอง CLUE-S มีความถูกต้องโดยรวมและค่าสัมประสิทธิ์ Kappa มากกว่าแบบจำลอง CA-Markov

การนำแบบจำลอง CA-Markov และแบบจำลอง CLUE-S ไปประยุกต์ในพื้นที่ศึกษาอื่น ๆ หากพื้นที่ศึกษา มีข้อมูลประกอบการคาดการณ์เพียงแผนที่การใช้ประโยชน์ที่ดินของสองช่วงเวลาควรเลือกใช้แบบจำลอง CA-Markov แต่หากในพื้นที่นั้นมีข้อมูลประกอบการคาดการณ์ ประกอบไปด้วย แผนที่การใช้ประโยชน์ที่ดิน ระยะห่างจากเส้นทางคมนาคม ระยะห่างจากเส้นทางลำน้ำ ระยะห่างจากตำแหน่งหมู่บ้าน ลักษณะเนื้อดิน รายได้เฉลี่ยต่อครัวเรือน ความสูง ความลาดชัน ทิศด้านลาด ปริมาณน้ำฝนรายปีเฉลี่ย ลำดับการเปลี่ยนแปลงการใช้ประโยชน์ที่ดิน ค่าสัมประสิทธิ์สมการถดถอยโลจิสติก และความต้องการการใช้ประโยชน์ที่ดิน ควรเลือกใช้แบบจำลอง CLUE-S เนื่องจากให้ผลการคาดการณ์มีความถูกต้องสูงกว่าแบบจำลอง CA-Markov

## เอกสารอ้างอิง

- Congalton, R. G., & K. Green. (1999). Assessing the accuracy of remotely sensed data: principles and applications. Lewis Pub-Lishers: Boca Raton, FL, USA.
- Geo-Informatics and Space Technology Development Agency (Public Organization). (2013). Fundamental Geographic Data Set (FGDS) layer of land use data. 528 pages.
- Kotphan, C. (2012). Application of CLUE-S model for predicting land use changes in Si Sa Ket Province. Master thesis, Kasetsart University.
- Lillesand, T., Kiefer, R. W., & Chipman, J. (2015). Remote Sensing and Image Interpretation, 7th Edition: Wiley.

- Nouri, J., Gharagozlou, A., Arjmandi, R., Faryadi, S., & Adl, M. (2014). Predicting urban land use changes using a CA–Markov model. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 39(7), 5565-5573.
- Phaengwangthong, V. (2018). Classification of Deciduous Forest Area Using Multitemporal Landsat Imageries with Band Ratio Techniques. *Journal of Science and Technology*, 26 (8 (supplementary edition)), 1302-1310.
- Royal Forest Department. (2013). Information of Royal Forest Department. Royal Forest Department, Ministry of Natural Resources and Environment.
- Rwanga, S. S., & Ndambuki, J. M. (2017). Accuracy Assessment of Land Use/Land Cover Classification Using Remote Sensing and GIS. *International Journal of Geosciences*, 08(04), 611-622.  
doi:10.4236/ijg.2017.84033
- Zheng, H. W., Shen, G. Q., Wang, H., & Hong, J. (2015). Simulating land use change in urban renewal areas: A case study in Hong Kong. *Habitat International*, 46, 23-34.  
doi:<https://doi.org/10.1016/j.habitatint.2014.10.008>

Research Article

# ระยะเวลาที่เก็บน้ำที่เหมาะสมต่อการผลิตไฮโดรเจนแบบไม่ใช้แสง จากการหมักย่อยร่วมของน้ำกากส่ากับกากยีสต์

## Optimum hydraulic retention time for dark-fermentative hydrogen production from co-digestion of vinasse and dried spent yeast

ชัชวรินทร์ นวลศรี<sup>1</sup> ณภัสนันท์ พสุภารัตน์ชัย<sup>1</sup> จักรกฤษ ศรีละออ<sup>1</sup> สุรีย์วัลย์ สิริขันธ์จันดา<sup>2\*</sup>

Chatchawin Nualsri<sup>1</sup> Naphatsarnan Phasukarratchai<sup>2</sup> Chakkrit Sreela-or<sup>1</sup> Sureewan Sittijunda<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup> คณะเทคโนโลยีการเกษตรและอาหาร มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก 65000

<sup>1</sup> Faculty of Food and Agricultural Technology, Pibulsongkram Rajabhat University, Muang, Phitsanulok, 65000

<sup>2</sup> คณะสิ่งแวดล้อมและทรัพยากรศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล อำเภอพุทธมณฑล จังหวัดนครปฐม 73170

<sup>2</sup> Faculty of Environment and Resource Studies, Mahidol University, Phutthamonthon, Nakhon Pathom, 73170

\*E-mail: sureewan.sit@mahidol.edu

Received: 04/06/2020; Revised: 26/09/2020; Accepted: 25/10/2020

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการใช้ประโยชน์จากน้ำกากส่าซึ่งเป็นน้ำเสียจากกระบวนการกลั่นเอทานอล เพื่อผลิตแก๊สไฮโดรเจนด้วยกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง มีวัตถุประสงค์เพื่อหาระยะเวลาเก็บน้ำ (hydraulic retention time; HRT) ที่เหมาะสมต่อการผลิตไฮโดรเจน โดยใช้การหมักร่วมระหว่างน้ำกากส่าและกากยีสต์ ดำเนินการทดลองในถังหมักระดับห้องปฏิบัติการ ปริมาตรทำงาน 5 ลิตร มีการเก็บข้อมูลอัตราการผลิตไฮโดรเจน ค่าพีเอช และองค์ประกอบของกรดไขมันระเหยง่ายในน้ำทิ้ง ระหว่างการแปรผันค่า HRT ตั้งแต่ 5, 3, 2, 1.5, 1 และ 0.5 วัน และมีการใช้เถ้าลอยเติมลงไปในการหมักเพื่อควบคุมค่าพีเอช ผลการวิจัยพบว่า ค่า HRT ที่เหมาะสมที่สุดของกระบวนการผลิตไฮโดรเจน คือ 1 วัน มีอัตราการผลิตไฮโดรเจนสูงที่สุด เท่ากับ 1,418 mL/L.d ซึ่งองค์ประกอบของกรดไขมันระเหยง่ายในน้ำทิ้งจากกระบวนการผลิตไฮโดรเจนมีการเปลี่ยนแปลง เมื่อมีการแปรผันระยะเวลาเก็บแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของวิธีการหมัก องค์ประกอบของกรดไขมันระเหยง่ายในน้ำทิ้งจาก

กระบวนการผลิตไฮโดรเจนจึงสามารถใช้เป็นตัวชี้วัดที่สำคัญในการติดตามประสิทธิภาพของการผลิตไฮโดรเจนได้นอกจากนี้ เถ้าลอยสามารถรักษาระดับของค่าพีเอชให้อยู่ในช่วงที่เหมาะสมของกระบวนการผลิตไฮโดรเจนได้เป็นอย่างดี

**คำสำคัญ:** น้ำกากส่า, กากยีสต์, กระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง, ไฮโดรเจน

### Abstract

Utilization of vinasse, wastewater from ethanol distillation process, for dark-fermentative hydrogen production was demonstrated in this research. The objective of this research was to optimize the hydraulic retention time (HRT) of hydrogen production from co-digestion of vinasse and dried spent yeast. The experiment was conducted in lab-scale reactors with a working volume of 5 L. Hydrogen production rate, pH and volatile fatty acids (VFAs) in the effluent of hydrogen production were studied during the optimization of HRT from 5, 3, 2, 1.5, 1 and 0.5 d. Fly ash was used as an additive to stabilize the pH of fermentation. Results revealed that the optimum HRT for hydrogen production was 1 d. The maximum hydrogen production rate of 1,418 mL/L.d was obtained. The VFAs contents in hydrogen production effluent were different when the HRTs were varied, revealing the changes in fermentation pathways. Thus, the VFAs contents in hydrogen production effluent can be used as a good indicator for monitoring hydrogen production efficiency. Moreover, fly ash showed an effective pH control in the optimum range for dark-fermentative hydrogen production.

**Keywords:** Vinasse, Dried spent yeast, Dark fermentation, Hydrogen

### บทนำ

ปัญหาวิกฤตด้านพลังงานและสิ่งแวดล้อมในปัจจุบันทำให้ทั่วโลกเกิดการตื่นตัวในเรื่องของการอนุรักษ์พลังงาน การรักษาสีสิ่งแวดล้อม และเริ่มหันมาสนใจในเรื่องของพลังงานทดแทนมากยิ่งขึ้น พลังงานไฮโดรเจน เป็นพลังงานทดแทนที่กำลังได้รับความสนใจและมีการค้นคว้าวิจัยอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากมีข้อดีคือ ให้ความพลังงานที่สูงถึง 122 กิโลจูลต่อกรัม ซึ่งสูงกว่าเชื้อเพลิงฟอสซิลถึง 2.75 เท่า (Kapdan & Kargi, 2006) กระบวนการเปลี่ยนรูปไฮโดรเจนให้เป็นพลังงาน ไม่ก่อให้เกิดสารประกอบไฮโดรคาร์บอนอันเป็นสาเหตุสำคัญของมลพิษทางอากาศ เนื่องจากการเผาไหม้เชื้อเพลิงไฮโดรเจนโดยตรง หรือการใช้ไฮโดรเจนเป็นเชื้อเพลิงผลิตกระแสไฟฟ้าในเซลล์เชื้อเพลิงนั้น ไอเสียที่ออกมาจากกระบวนการจะมีเพียงน้ำและความร้อน นอกจากนี้ การนำไฮโดรเจนและมีเทนมาผสมกันในอัตราส่วนที่เหมาะสม สามารถนำมาใช้เป็นเชื้อเพลิงได้โดยตรงกับเครื่องยนต์สันดาปภายใน เพื่อเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพการเผาไหม้ให้กับเครื่องยนต์ และช่วยลดการปลดปล่อยสารประกอบไฮโดรคาร์บอนให้น้อยลง

กว่าร้อยละ 50 (Iorio et al., 2016) กระบวนการผลิตไฮโดรเจนสามารถผลิตได้หลายวิธี เช่น การแยกไฮโดรเจนจากน้ำด้วยไฟฟ้า การแยกไฮโดรเจนจากสารประกอบอินทรีย์ด้วยความร้อน และการใช้กระบวนการทางชีวภาพ (Chaubey et al., 2013) ซึ่งกระบวนการผลิตไฮโดรเจนโดยอาศัยความร้อนและไฟฟ้า เป็นวิธีที่มีต้นทุนด้านวัตถุดิบและพลังงานสูง และอาจก่อให้เกิดมลพิษต่อสิ่งแวดล้อม แต่ในทางกลับกัน การผลิตไฮโดรเจนด้วยกระบวนการทางชีวภาพจะใช้พลังงานที่ต่ำกว่าและเป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมมากกว่า นอกจากนี้ยังสามารถใช้วัตถุดิบในการผลิตได้หลากหลายประเภท เช่น สารประกอบชีวมวลประเภทต่างๆ รวมไปถึงขยะหรือของเสียอินทรีย์ (Kapdan & Kargi, 2006) ซึ่งกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง (dark fermentation) เป็นกระบวนการผลิตไฮโดรเจนทางชีวภาพวิธีหนึ่งที่มีจุดเด่นหลายประการ เช่น สามารถผลิตไฮโดรเจนได้ตลอดเวลาโดยไม่ต้องอาศัยพลังงานแสง การควบคุมสภาวะในกระบวนการผลิตไม่ยุ่งยากซับซ้อน อีกทั้งยังมีอัตราการผลิตที่สูงกว่าวิธีอื่น (Argun & Kargi, 2011) ดังนั้นจึงเป็นกระบวนการที่มีความเหมาะสมต่อการนำมาประยุกต์ใช้งานจริงมากกว่ากระบวนการอื่นๆ

จากข้อมูลของสมาคมการค้าผู้ผลิตเอทานอลไทย ในปีพ.ศ. 2561 มีโรงงานผลิตเอทานอลที่เริ่มดำเนินการผลิตแล้ว 26 โรงงาน มีกำลังการผลิตรวมกว่า 5.89 ล้านลิตรต่อวัน โดยในแผนพัฒนาพลังงานทดแทนและพลังงานทางเลือก พ.ศ. 2558 – 2579 ของกรมพัฒนาพลังงานทดแทนและอนุรักษ์พลังงาน กระทรวงพลังงาน ได้กำหนดเป้าหมายการพัฒนาเชื้อเพลิงเอทานอล ให้มีกำลังการผลิตเพิ่มขึ้นเป็น 11.3 ล้านลิตรต่อวัน ภายในปีพ.ศ. 2579 ซึ่งจะเห็นได้ว่าการผลิตเชื้อเพลิงเอทานอล เป็นอุตสาหกรรมที่กำลังเติบโตขึ้นอย่างต่อเนื่องในประเทศไทย กระบวนการผลิตเอทานอลโดยทั่วไปจะใช้วัตถุดิบประเภทแป้งหรือน้ำตาล เช่น กากน้ำตาล มันสำปะหลัง หรือน้ำอ้อย หมักร่วมกับยีสต์ จากนั้นจึงนำน้ำหมักที่ได้ไปผ่านกระบวนการกลั่นเอทานอลให้มีความบริสุทธิ์ ทำให้เกิดเป็นน้ำเสียจากกระบวนการดังกล่าว เรียกว่า น้ำกากส่า (vinasse) ซึ่งการผลิตเอทานอล 1 ลิตร จะมีน้ำกากส่าเหลือทิ้งจากกระบวนการผลิตประมาณ 10-15 ลิตร (España-Gamboia et al., 2011) ดังนั้น ปริมาณน้ำกากส่าจากกระบวนการผลิตเอทานอลจะเพิ่มสูงขึ้นตามกำลังการผลิต การหาแนวทางการใช้ประโยชน์จากน้ำกากส่า นอกเหนือจากการบำบัดด้วยกระบวนการหมักแบบไร้อากาศตามปกติ จึงเป็นสิ่งจำเป็นเร่งด่วน เพื่อรองรับต่อปริมาณของเสียที่จะเพิ่มมากขึ้นในอนาคต

การผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าด้วยกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง จึงเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยเพิ่มศักยภาพการใช้ประโยชน์จากน้ำกากส่าให้มากขึ้น ทำให้ได้ไฮโดรเจนซึ่งเป็นแก๊สเชื้อเพลิงที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ประโยชน์ได้หลากหลาย แต่ทั้งนี้ ปัจจัยที่สำคัญอย่างหนึ่งในกระบวนการผลิตไฮโดรเจนแบบไม่ใช้แสงคือ ระยะเวลาที่เก็บน้ำ (hydraulic retention time; HRT) ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการไหลของน้ำเสียที่เข้าสู่ถังหมัก กับปริมาตรของถังหมัก มีหน่วยเป็นระยะเวลา (ชั่วโมง หรือ วัน) หากกระบวนการหมักใช้ค่า HRT สั้นหมายความว่าน้ำเสียถูกป้อนเข้าและถ่ายออกจากถังหมักอย่างรวดเร็ว จุลินทรีย์ในกระบวนการหมักจะต้องมีประสิทธิภาพสูงพอที่จะย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำเสียได้ทันต่อการไหลออก มิเช่นนั้นจะส่งผลต่อประสิทธิภาพในการบำบัดน้ำเสีย ดังนั้น การผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าด้วยกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง จึงจำเป็นต้องมี

การศึกษาค่า HRT ที่เหมาะสม เพื่อให้สามารถผลิตไฮโดรเจนได้อย่างมีประสิทธิภาพสูงสุด นอกจากนี้ ปัจจัยที่สำคัญอีกอย่างหนึ่ง คือ องค์ประกอบของของเสียอินทรีย์ที่เข้าสู่ระบบ เนื่องจากน้ำกากส่ามีองค์ประกอบเป็นสารอินทรีย์ในกลุ่มที่ย่อยสลายได้ยาก เช่น ฟีนอล และเมลานอยดิน รวมถึงสารประกอบในกลุ่ม โพลีไซคลิกเอมีน และซัลเฟต ในสัดส่วนที่สูง (España-Gamboa et al., 2011) ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ในกระบวนการหมัก ทำให้กระบวนการย่อยสลายสารอินทรีย์มีประสิทธิภาพต่ำลงได้ (Siles et al., 2011) ยกตัวอย่างงานวิจัยของ García-Becerra et al. (2019) ได้ศึกษาเปรียบเทียบการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าที่ผ่านการดูดซับด้วยถ่านกัมมันต์กับน้ำกากส่าปกติ ในกระบวนการหมักแบบกะ ผลการวิจัยพบว่า ถ่านกัมมันต์สามารถดูดซับสารยับยั้งการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ที่พบในน้ำกากส่า เช่น สารประกอบในกลุ่มฟีนอลิก ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ส่งผลให้มีอัตราการผลิตไฮโดรเจนสูงขึ้น 20% และมีค่าผลได้ของการผลิตไฮโดรเจนสูงขึ้น 11% และจากการศึกษาการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าด้วยกระบวนการหมักแบบต่อเนื่อง พบว่า น้ำกากส่าที่ไม่มีการเติมธาตุอาหารเสริม สามารถผลิตไฮโดรเจนได้ในอัตรา 420 mL/L.d และเมื่อมีการเติมธาตุอาหารเสริมเข้าไปในน้ำกากส่า พบว่า สามารถผลิตไฮโดรเจนได้ในอัตราที่สูงขึ้นเป็น 1,320-1,390 mL/L.d ซึ่งนอกจากวิธีการเติมธาตุอาหารเสริมลงไปในน้ำกากส่าแล้ว อีกแนวทางหนึ่งที่จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของกระบวนการผลิตไฮโดรเจนให้สูงขึ้นได้ คือ การใช้วิธีการหมักย่อยร่วม (co-digestion) โดยใช้สับสเตรทชนิดอื่นที่มีความเหมาะสมต่อการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์เข้ามาร่วมในกระบวนการหมัก (Mao et al., 2015) โดยในงานวิจัยนี้เลือกใช้กากยีสต์ (dried spent yeast) ซึ่งเป็นของเหลือทิ้งจากอุตสาหกรรมผลิตเอทานอล และเครื่องดื่มน้ำอัดลม เช่น เบียร์ และไวน์ นำมาหมักร่วมกับน้ำกากส่า เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพกระบวนการผลิตไฮโดรเจน เนื่องจากกากยีสต์มีองค์ประกอบของโปรตีนสูง ซึ่งเป็นแหล่งไนโตรเจนที่สำคัญสำหรับการสังเคราะห์โปรตีนและกรดนิวคลีอิก ในระหว่างกระบวนการแบ่งเซลล์จุลินทรีย์ในกระบวนการหมัก โดยเมื่อจุลินทรีย์ได้รับธาตุอาหารอย่างสมบูรณ์แล้ว จะสามารถเจริญเติบโตและย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำกากส่าเพื่อผลิตไฮโดรเจนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ดังนั้น งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาค่า HRT ที่เหมาะสมต่อการผลิตไฮโดรเจนจากการหมักย่อยร่วมของน้ำกากส่ากับกากยีสต์ ด้วยกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในอุตสาหกรรมผลิตเอทานอล เพื่อเพิ่มศักยภาพการใช้ประโยชน์จากน้ำกากส่า และเป็นแนวทางในการใช้ประโยชน์จากของเสียเหลือทิ้งเพื่อผลิตพลังงานทดแทนได้

## วัสดุอุปกรณ์และวิธีการทดลอง

### 1. การเตรียมวัตถุดิบและหัวเชื้อจุลินทรีย์

น้ำกากส่า (vinasse) ซึ่งเป็นวัตถุดิบหลักของงานวิจัย นี้ได้รับความอนุเคราะห์จากโรงงานผลิตเอทานอลของบริษัท เคทิส ไบโอเอทานอล จำกัด อำเภอตากลี จังหวัดนครสวรรค์ โดยเก็บรวบรวมน้ำกากส่าจากโรงงานมาวัดค่า

พีเอช ด้วยเครื่อง pH meter วิเคราะห์ค่าของแข็งทั้งหมด (total solid) และค่าของแข็งระเหยง่าย (volatile solid) ตามวิธีมาตรฐาน (Rice et al., 2017) และส่งตัวอย่างเพื่อตรวจวิเคราะห์องค์ประกอบของคาร์บอนและไนโตรเจนทั้งหมด กากยีสต์ (dried spent yeast) ได้รับความอนุเคราะห์จากโรงงานผลิตเบียร์ของบริษัท ขอนแก่นบริวเวอรี จำกัด อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ซึ่งเป็นส่วนที่เหลือทิ้งจากกระบวนการผลิตเบียร์ โดยนำกากยีสต์มาอบให้แห้งในตู้อบลมร้อน อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส เป็นระยะเวลา 48 ชั่วโมง นำตัวอย่างมาวิเคราะห์ค่าของแข็งทั้งหมด และค่าของแข็งระเหยง่าย (volatile solid) ตามวิธีมาตรฐาน (Rice et al., 2017) และส่งตัวอย่างเพื่อตรวจวิเคราะห์องค์ประกอบของคาร์บอนและไนโตรเจนทั้งหมด

เถ้าลอย (fly ash) ได้รับความอนุเคราะห์จากโรงไฟฟ้าแม่เมาะ อำเภอแม่เมาะ จังหวัดลำปาง ซึ่งเป็นเถ้าลอยที่เกิดจากการเผาไหม้เชื้อเพลิงถ่านหินเพื่อผลิตกระแสไฟฟ้า นำตัวอย่างมาวัดค่าพีเอชด้วยเครื่อง pH meter จากนั้นส่งตัวอย่างเพื่อตรวจวิเคราะห์องค์ประกอบของแคลเซียมออกไซด์ (CaO)

เม็ดตะกอนจุลินทรีย์ (granular sludge) จากระบบบำบัดน้ำเสียแบบไร้อากาศ แบบ internal circulation reactor ได้รับความอนุเคราะห์จากโรงงานผลิตเบียร์ของบริษัท ขอนแก่นบริวเวอรี จำกัด อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ซึ่งเป็นหัวเชื้อที่มีประสิทธิภาพในการผลิตแก๊สชีวภาพ โดยนำเม็ดตะกอนจุลินทรีย์มาผ่านกระบวนการปรับสภาพด้วยความร้อน เพื่อยับยั้งจุลินทรีย์กลุ่มผลิตแก๊สมีเทน และเก็บเกี่ยวเฉพาะจุลินทรีย์ที่มีการสร้างสปอร์ และมีความสามารถในการผลิตไฮโดรเจน มีขั้นตอนคือ นำเม็ดตะกอนจุลินทรีย์มาอบในตู้อบลมร้อน อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 90 นาที ตามวิธีการของ Sittijunda & Reungsang (2012) จากนั้นนำเม็ดตะกอนจุลินทรีย์ที่ผ่านการให้ความร้อนแล้ว มาเพิ่มจำนวน และปรับสภาพเพื่อให้สามารถใช้น้ำกากส่าเป็นแหล่งอาหารได้ โดยเฉพาะเลี้ยงในอาหารสูตรสังเคราะห์ (BA medium) ตามวิธีการของ Fangkhum & Reungsang (2011) และใช้น้ำกากส่าเป็นแหล่งคาร์บอน ความเข้มข้นเริ่มต้น 5 กรัมต่อลิตร จากนั้นจึงเพิ่มความเข้มข้นขึ้นตามลำดับเป็น 10 จนถึง 25 กรัมต่อลิตร แล้วจึงทำการวิเคราะห์ปริมาณของแข็งระเหยได้ (volatile solid) เพื่อหาปริมาณหัวเชื้อเริ่มต้นสำหรับการผลิตไฮโดรเจน

## 2. การเตรียมถังหมักไฮโดรเจน

กระบวนการผลิตไฮโดรเจน ใช้ถังหมักแบบกวนต่อเนื่อง (continuous stirred tank reactor) ปริมาตรทำงาน 5 ลิตร เริ่มต้นเดินระบบโดยการเติมหัวเชื้อจุลินทรีย์ในอัตราส่วนร้อยละ 10 โดยน้ำหนักของแข็งระเหยได้ต่อปริมาตรทำงาน เติมน้ำกากส่าร่วมกับกากยีสต์เพื่อใช้เป็นสับสเตรทจนได้ปริมาตรทำงาน 5 ลิตร โดยใช้อัตราส่วนผสมคือ น้ำกากส่า 70 มิลลิลิตร กากยีสต์ 30 กรัม เถ้าลอย 4.7 กรัม และปรับปริมาตรด้วยน้ำกลั่นให้เป็น 1 ลิตร ซึ่งอัตราส่วนผสมนี้ เป็นอัตราส่วนเหมาะสมที่ได้จากการทดลองเบื้องต้นในกระบวนการหมักแบบกะ (batch) จากนั้นปรับค่าพีเอชของสับสเตรทเท่ากับ 5.5 ด้วยสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ ความเข้มข้น 5 โมลต่อลิตร ติดตั้งอุปกรณ์วัดแก๊ส (gas counter) แล้วจึงเดินระบบด้วยกระบวนการหมักแบบกะ ที่อุณหภูมิห้อง ( $30 \pm 2$  °C) เป็นระยะเวลาประมาณ 24-48 ชั่วโมง หรือจนกว่าค่าพีเอชในถังหมักจะลดลงเหลือประมาณ 4.5 และเริ่มมีการผลิตแก๊ส

ไฮโดรเจน จึงเริ่มเปิดปั๊มป้อนสับสเตรทใหม่เข้าสู่ระบบ โดยเริ่มต้นเดินระบบที่ค่า HRT เท่ากับ 5 วัน เก็บข้อมูลอัตราการเกิดแก๊ส องค์ประกอบของแก๊ส ค่าพีเอช และองค์ประกอบของน้ำหมัก จนกว่าระบบจะเข้าสู่สภาวะคงที่ (steady state) คือ อัตราการเกิดแก๊ส และค่าพีเอชมีการเปลี่ยนแปลงไม่เกินร้อยละ 10 ( $\pm < 10\%$ ) ต่อเนื่องเป็นระยะเวลาไม่น้อยกว่า 5 วัน จึงเริ่มปรับค่า HRT ให้ลดลงมาที่ 3, 2, 1.5, 1 และ 0.5 วัน ตามลำดับ

### 3. การวิเคราะห์ผลการทดลอง

วัดปริมาตรของแก๊สที่ผลิตจากถังหมักโดยใช้เครื่องวัดแก๊ส จากนั้นเก็บตัวอย่างแก๊สจากถังหมัก ปริมาตร 3 มิลลิลิตร โดยใช้ gas tight syringe ใสในขวดซีรัมขนาด 10 มิลลิลิตร ที่ปิดด้วยจุกซิลิโคนและฝาอะลูมิเนียม เพื่อนำมาวิเคราะห์ร้อยละของไฮโดรเจนในแก๊สตัวอย่าง โดยใช้เครื่องแก๊สโครมาโตกราฟี (GC) รุ่น GC-2014 ของบริษัท Shimadzu ติดตั้งตัวตรวจวัด (detector) แบบ TCD (thermal conductivity detector) และคอลัมน์แบบ stainless-steel packed column ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 มิลลิเมตร ยาว 3 เมตร ใช้ถ่านกัมมันต์เป็นวัสดุเคลือบ (60/80 mesh) โดยตั้งค่าอุณหภูมิ Injector port, detector และ column oven เท่ากับ 150, 145 และ 150 °C ตามลำดับ ตามวิธีการของ Pattra et al. (2008) อัตราการผลิตแก๊สไฮโดรเจน (hydrogen production rate; HPR) แสดงในหน่วยปริมาตรของแก๊สไฮโดรเจนต่อปริมาตรของถังหมักต่อวัน หรือย่อด้วย mL/L.d อัตราการผลิตพลังงาน (energy production rate; EPR) เป็นการนำค่าพลังงานของไฮโดรเจน (10.8 กิโลจูลต่อลิตร) คูณด้วยอัตราการผลิตไฮโดรเจน แสดงหน่วยเป็นกิโลจูลต่อปริมาตรถังหมักต่อวัน หรือย่อด้วย kJ/L.d และค่าผลได้ของไฮโดรเจน (hydrogen yield; HY) เป็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการผลิตไฮโดรเจนต่อปริมาณสารอินทรีย์ที่ป้อนเข้าสู่ระบบต่อวัน แสดงในหน่วยปริมาตรของแก๊สไฮโดรเจนต่อกรัมของแข็งระเหยง่าย หรือย่อด้วย mL/g-VS

วิเคราะห์กรดไขมันระเหยง่ายและแอลกอฮอล์ในน้ำหมัก โดยเก็บตัวอย่างน้ำหมักจากการเดินระบบทุกค่า HRT ปริมาตร 1.5 มิลลิลิตร ใสในหลอดไมโครเซนติฟิวก์ นำไปปั่นเหวี่ยงด้วยเครื่องปั่นเหวี่ยง (centrifuge) ที่ 10,000 รอบต่อนาที นาน 5 นาที ดูดส่วนใส 1.0 มิลลิลิตร ใสในหลอดไมโครเซนติฟิวก์ใหม่ เติมกรดออกซาลิก ความเข้มข้น 0.2 โมลต่อลิตร ปริมาตร 200 ไมโครลิตรต่อมิลลิลิตรตัวอย่าง เก็บรักษาไว้ที่อุณหภูมิ -20 องศาเซลเซียส เมื่อจะทำการวิเคราะห์ ให้นำตัวอย่างมาตั้งทิ้งไว้ให้ละลายที่อุณหภูมิห้อง และกรองตัวอย่างด้วยไนลอน เมมเบรน ขนาด 0.45 ไมครอน ก่อนนำไปวิเคราะห์กรดไขมันระเหยง่าย โดยใช้เครื่องโครมาโตกราฟีแบบของเหลว สมรรถนะสูง (HPLC) ตามวิธีการของ Nualsri et al. (2016)

วิเคราะห์หาค่าความแปรปรวน (analysis of variance) และเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยอัตราการผลิตแก๊สไฮโดรเจน (HPR) อัตราการผลิตพลังงาน (EPR) ค่าผลได้ของไฮโดรเจน (HY) และค่าพีเอชของน้ำหมักของการเดินระบบที่ค่า HRT ต่างๆ โดยวิธี Duncan's new multiple range test (DMRT)

### ผลการทดลอง

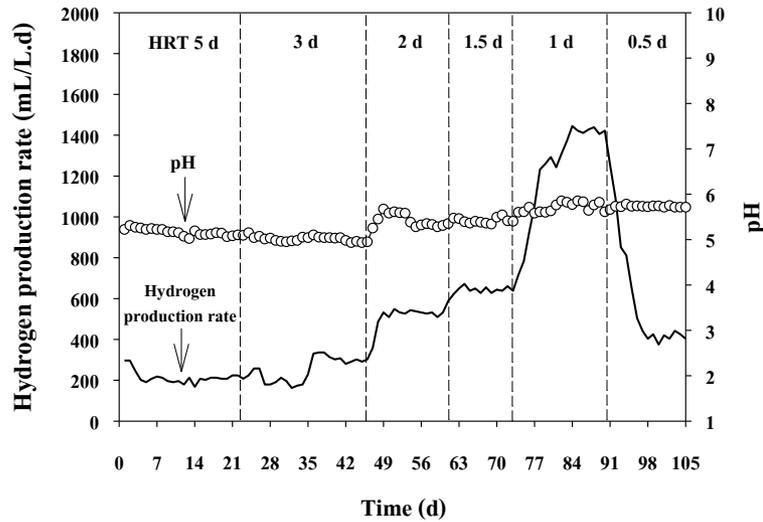
ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบของวัตถุดิบที่ใช้ในการวิจัย แสดงในตารางที่ 1 พบว่า องค์ประกอบของน้ำกากส่า กากยีสต์ และเมล็ดตะกอนจุลินทรีย์ มีสัดส่วนของค่าของแข็งระเหยง่ายใกล้เคียงกับค่าของแข็งทั้งหมด แสดงถึงองค์ประกอบส่วนใหญ่เป็นสารอินทรีย์ และเมื่อพิจารณาถึงองค์ประกอบของไนโตรเจนในกากยีสต์ พบว่ามีปริมาณที่ค่อนข้างสูง เมื่อเทียบกับน้ำกากส่า จึงมีความเหมาะสมต่อการนำมาใช้เป็นแหล่งไนโตรเจนของกระบวนการหมัก นอกจากนี้ เถ้าลอยมีองค์ประกอบของแคลเซียมออกไซด์ถึงร้อยละ 21.20 และมีค่าพีเอชที่สูงถึง 12.13 จึงมีความเหมาะสมต่อการนำมาใช้เป็นบัฟเฟอร์ควบคุมค่าพีเอชของกระบวนการหมัก

ตารางที่ 1 องค์ประกอบของน้ำกากส่า กากยีสต์ เมล็ดตะกอนจุลินทรีย์ และเถ้าลอย

Parameter	Vinasse	Dried spent yeast	Granular sludge	Fly ash
Total solid (% w/w)	15.38 ± 0.11	98.33 ± 0.10	13.36 ± 0.12	NA*
Volatile solid (% w/w)	12.68 ± 0.11	92.88 ± 0.11	12.35 ± 0.11	NA
Initial pH	4.59 ± 0.08	6.08 ± 0.05	7.72 ± 0.06	12.13 ± 0.10
Carbon (% w/w)	6.12 ± 0.09	43.27 ± 0.09	NA	NA
Nitrogen (% w/w)	0.32 ± 0.08	6.28 ± 0.08	NA	NA
CaO (% w/w)	NA	NA	NA	21.20 ± 0.16

\*NA : Not analysis

จากการเก็บข้อมูลการเกิดแก๊สเป็นระยะเวลากว่า 100 วัน พบว่า การแปรผันค่า HRT ส่งผลต่ออัตราการผลิตไฮโดรเจนอย่างมีนัยสำคัญ (รูปที่ 1) โดยในช่วงแรกของการเดินระบบ ที่ค่า HRT 5 วัน อัตราการผลิตไฮโดรเจนโดยเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 211.56 mL/L.d จากนั้นเมื่อมีการลดค่า HRT ลงจาก 5 วัน เป็น 3, 2, 1.5 และ 1 วัน ตามลำดับ พบว่า อัตราการผลิตไฮโดรเจนมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยอัตราการผลิตไฮโดรเจนสูงที่สุด อยู่ในช่วงการเดินระบบที่ค่า HRT 1 วัน มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1,418.20 mL/L.d คิดเป็นค่าผลได้ของไฮโดรเจน 38.60 mL/gVS และคิดเป็นอัตราการผลิตพลังงานเท่ากับ 15.32 kJ/L.d (ตารางที่ 2) แต่เมื่อลดค่า HRT จาก 1 วัน เป็น 0.5 วัน พบว่าอัตราการผลิตไฮโดรเจนมีค่าลดลง โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 424.48 mL/L.d ดังนั้น ค่า HRT ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการผลิตไฮโดรเจนจึงมีค่าเท่ากับ 1 วัน



รูปที่ 1 อัตราการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าและกากยีสต์ และค่าพีเอชของน้ำหมัก เมื่อเดินระบบที่ค่า HRT แตกต่างกัน

เมื่อสังเกตจากค่าพีเอชของน้ำหมัก ระหว่างการเดินระบบในภาพรวม พบว่า มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง 5.00-5.76 (ตารางที่ 2) ซึ่งการลดค่า HRT จาก 3 วัน เป็น 2 วัน ส่งผลให้ค่าพีเอชมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากในสัปดาห์ที่มีการใช้เถ้าลอยเป็นบัฟเฟอร์เพื่อควบคุมค่าพีเอช ดังนั้น เมื่อมีการลดค่า HRT และทำให้อัตราการป้อนสัปดาห์มีค่าสูงขึ้น จึงส่งผลให้ค่าพีเอชมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นในช่วงดังกล่าว แต่เมื่อพิจารณาจากการเปลี่ยนแปลงของค่าพีเอชโดยรวมของระบบแล้ว พบว่าค่อนข้างมีเสถียรภาพ ดังแสดงในรูปที่ 1

ตารางที่ 2 อัตราการผลิตไฮโดรเจน อัตราการผลิตพลังงาน ค่าผลได้ของไฮโดรเจน และค่าพีเอช ของกระบวนการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าและกากยีสต์ ที่ค่า HRT แตกต่างกัน

HRT (d)	Hydrogen production rate (mL/L.d)	Energy production rate (kJ/L.d)	Hydrogen yield (mL/g-VS)	pH
5	211.56 ± 7.81 <sup>f</sup>	2.28 ± 0.08 <sup>f</sup>	28.79 ± 1.06 <sup>b</sup>	5.11 ± 0.03 <sup>c</sup>
3	308.51 ± 18.82 <sup>c</sup>	3.33 ± 0.20 <sup>c</sup>	25.19 ± 1.54 <sup>d</sup>	5.00 ± 0.06 <sup>d</sup>
2	530.13 ± 11.53 <sup>c</sup>	5.73 ± 0.12 <sup>c</sup>	28.86 ± 0.63 <sup>b</sup>	5.44 ± 0.15 <sup>b</sup>
1.5	644.00 ± 12.27 <sup>b</sup>	6.96 ± 0.13 <sup>b</sup>	26.29 ± 0.50 <sup>c</sup>	5.42 ± 0.08 <sup>b</sup>
1	1,418.20 ± 22.75 <sup>a</sup>	15.32 ± 0.25 <sup>a</sup>	38.60 ± 0.62 <sup>a</sup>	5.76 ± 0.09 <sup>a</sup>
0.5	424.48 ± 34.60 <sup>d</sup>	4.58 ± 0.37 <sup>d</sup>	5.78 ± 0.47 <sup>c</sup>	5.73 ± 0.02 <sup>a</sup>

\* ค่าเฉลี่ยที่มีอักษรกำกับตามแนวตั้ง แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ( $p < 0.05$ )

องค์ประกอบของน้ำทิ้งจากการผลิตไฮโดรเจนด้วยกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง ส่วนใหญ่เป็นสารประกอบในกลุ่มของกรดไขมันระเหยง่าย รวมถึงแอลกอฮอล์บางชนิด ผลการวิเคราะห์องค์ประกอบของน้ำทิ้งกระบวนการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าร่วมกับกากยีสต์ แสดงในตารางที่ 3 ซึ่งพบว่า กรดไขมันระเหยง่ายส่วนใหญ่ เป็นกรดอะซิติกและกรดบิวทริก แตกต่างกันไปตามค่า HRT ที่ใช้ในการเดินระบบ โดยที่ค่า HRT เหมาะสมที่สุดเท่ากับ 1 วัน พบกรดอะซิติก กรดบิวทริก และกรดโพรพิโอนิก ที่ความเข้มข้น 3,892.35 2,347.45 และ 275.95 มิลลิกรัมต่อลิตร ตามลำดับ นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาจากความเข้มข้นของเอทานอลที่พบในน้ำหมัก พบว่า ความเข้มข้นของเอทานอลมีค่าลดลงตามลำดับ เมื่อมีการลดค่า HRT

ตารางที่ 3 องค์ประกอบของกรดไขมันระเหยง่ายและเอทานอลที่พบในน้ำหมักจากกระบวนการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าและกากยีสต์ ที่ค่า HRT แตกต่างกัน

HRT (d)	VFAs and ethanol in hydrogen production effluent (mg/L)			
	Acetic	Butyric	Propionic	Ethanol
5	1,841.42 ± 79.22 <sup>f</sup>	822.13 ± 47.89 <sup>e</sup>	238.58 ± 14.84 <sup>d</sup>	225.22 ± 21.68 <sup>a</sup>
3	2,426.78 ± 55.00 <sup>c</sup>	742.47 ± 51.66 <sup>c</sup>	323.55 ± 10.41 <sup>c</sup>	181.51 ± 16.70 <sup>b</sup>
2	3,690.17 ± 78.50 <sup>c</sup>	1,426.66 ± 59.37 <sup>d</sup>	317.26 ± 12.55 <sup>c</sup>	107.35 ± 9.03 <sup>c</sup>
1.5	3,204.01 ± 84.52 <sup>d</sup>	2,735.06 ± 76.82 <sup>a</sup>	449.75 ± 18.29 <sup>b</sup>	88.78 ± 4.90 <sup>cd</sup>
1	3,892.35 ± 81.40 <sup>b</sup>	2,347.45 ± 70.38 <sup>b</sup>	275.95 ± 11.22 <sup>c</sup>	69.74 ± 8.41 <sup>dc</sup>
0.5	5,781.04 ± 71.22 <sup>a</sup>	1,886.76 ± 71.57 <sup>c</sup>	1,142.50 ± 55.90 <sup>a</sup>	57.93 ± 7.63 <sup>c</sup>

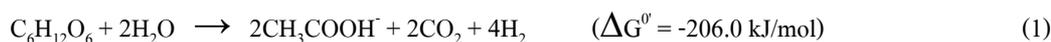
\* ค่าเฉลี่ยที่มีอักษรกำกับตามแนวตั้ง แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ( $p < 0.05$ )

### วิจารณ์ผลการทดลอง

การเดินระบบผลิตไฮโดรเจนโดยใช้ค่า HRT ที่แตกต่างกัน ส่งผลต่ออัตราการผลิตไฮโดรเจนอย่างมีนัยสำคัญ กล่าวคือ เมื่อมีการลดค่า HRT ลงจาก 5 วัน เป็น 3, 2, 1.5 และ 1 วัน ตามลำดับ พบว่า อัตราการผลิตไฮโดรเจนมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยการเดินระบบที่ค่า HRT 1 วัน มีอัตราการผลิตไฮโดรเจนสูงสุด เฉลี่ยเท่ากับ 1,418.20 mL/L.d (ตารางที่ 2) เนื่องจากการลดค่า HRT ทำให้สับสเตรทถูกป้อนเข้าสู่ถังหมักในอัตราที่สูงขึ้นแบบที่เรียผลิตไฮโดรเจนในถังหมักจึงได้รับสับสเตรทสำหรับผลิตไฮโดรเจนในอัตราที่สูงขึ้น ส่งผลให้อัตราการผลิตไฮโดรเจนเพิ่มขึ้น แต่เมื่อลดค่า HRT จาก 1 วัน เป็น 0.5 วัน พบว่าอัตราการผลิตไฮโดรเจนมีค่าลดลง เหลือค่าเฉลี่ยเท่ากับ 424.48 mL/L.d เนื่องจากการป้อนสับสเตรทเข้าสู่ระบบในอัตราที่สูงเกินไป อาจส่งผลต่อการชะออก (wash out) ของแบคทีเรียในถังหมักได้ ดังนั้น ค่า HRT ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการผลิตไฮโดรเจนจึงมีค่าเท่ากับ 1 วัน

จากการเก็บข้อมูลค่าพีเอชของน้ำหมัก ระหว่างการแปรผันค่า HRT พบว่า มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง 5.00-5.76 (ตารางที่ 2) ซึ่งเป็นช่วงที่เหมาะสมกับการผลิตไฮโดรเจนด้วยกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง (Khanal et al., 2004) โดยที่การลดค่า HRT ส่งผลให้ค่าพีเอชมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น เนื่องจากในสัปดาห์ที่มีการใช้ถั่วลันเตาเป็นบัพเฟอร์ และจากข้อมูลคุณสมบัติของถั่ว พบว่า มีค่าพีเอชและองค์ประกอบของแคลเซียมออกไซด์ค่อนข้างสูง (ตารางที่ 1) ดังนั้น เมื่อมีการลดค่า HRT จะทำให้อัตราการป้อนสัปดาห์มีค่าสูงขึ้น ปริมาณถั่วลันเตาที่เข้าสู่ถังหมักจึงสูงขึ้น และส่งผลให้ค่าพีเอชมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ในด้านองค์ประกอบของน้ำหมักจากขั้นตอนการผลิตไฮโดรเจน มุ่งเน้นการวิเคราะห์องค์ประกอบของกรดไขมันระเหยง่ายและแอลกอฮอล์เป็นหลัก เนื่องจากในวิถีการหมักไฮโดรเจนแบบไม่ใช้แสง (dark fermentation pathway) มักพบกรดไขมันระเหยง่ายและแอลกอฮอล์ เป็นองค์ประกอบหลักในน้ำหมักเสมอ โดยมีชนิดและสัดส่วนของกรดที่แตกต่างกันออกไป ขึ้นอยู่กับสภาวะการหมักและกลุ่มจุลินทรีย์ที่พบในน้ำหมัก ซึ่งโดยทั่วไปแล้วกลุ่มจุลินทรีย์ที่ทำหน้าที่ผลิตไฮโดรเจนในกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง คือ แบคทีเรียในกลุ่ม Clostridium ซึ่งสามารถผลิตไฮโดรเจนในช่วงที่เซลล์มีการเจริญอย่างรวดเร็ว (exponential growth phase) (Kapdan & Kargi, 2006) และมีวิถีการหมัก 2 แบบ ได้แก่ วิถีการหมักแบบอะซิเตท (acetate-type fermentation) โดยในทางทฤษฎี หากมีกรดอะซิติกเป็นองค์ประกอบเพียงชนิดเดียวในน้ำหมัก จะได้แก๊สไฮโดรเจนเป็นผลิตภัณฑ์จำนวน 4 โมล ต่อการใช้กลูโคส 1 โมล เป็นสับสเตรท ดังสมการที่ 1



วิถีการหมักแบบที่ 2 คือ วิถีการหมักแบบบิวทิเรท (butyrate-type fermentation) โดยในทางทฤษฎี หากมีกรดบิวทิริกเป็นองค์ประกอบเพียงชนิดเดียวในน้ำหมัก จะได้แก๊สไฮโดรเจนเป็นผลิตภัณฑ์จำนวน 2 โมล ต่อการใช้กลูโคส 1 โมล เป็นสับสเตรท ดังสมการที่ 2



แต่ในทางปฏิบัติ วิถีการหมักจะไม่ใช่ไปแบบใดแบบหนึ่ง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกระบวนการหมักที่ใช้กลุ่มเชื้อแบคทีเรียแบบผสม (mixed culture) อย่างเช่นในการทดลองนี้ ทำให้มักพบทั้งกรดอะซิติกและกรดบิวทิริกในน้ำหมัก และค่าผลได้ของไฮโดรเจนก็จะต่ำกว่าทฤษฎีเสมอ นอกจากนี้ การพบกรดอะซิติกในน้ำหมัก ในอัตราส่วนที่สูงกว่ากรดบิวทิริก ก็ไม่สามารถใช้เป็นตัวชี้วัดได้ว่า ค่าผลได้ของไฮโดรเจนจะมีค่าสูงเสมอไป เนื่องจากในกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสงที่ใช้กลุ่มเชื้อแบคทีเรียแบบผสม อาจพบแบคทีเรียในกลุ่ม homoacetogens เช่น *Acetobacterium* sp., *Eubacterium* sp. เป็นต้น ซึ่งเป็นแบคทีเรียที่เรียกกลุ่มที่ใช้ไฮโดรเจนและคาร์บอนไดออกไซด์เป็น

สับสเตรทในการสร้างกรดอะซิติก (Genthner & Bryant, 1987) ส่งผลให้แก๊สไฮโดรเจนถูกใช้ไปในกระบวนการหมัก ทำให้ค่าผลได้ของไฮโดรเจนลดลง จึงเรียกแบคทีเรียกลุ่มนี้ได้อีกชื่อหนึ่งว่า hydrogen-consuming bacteria

การพบกรดโพรพิโอนิกในน้ำหมัก ยังเป็นตัวชี้วัดที่สำคัญอีกอย่างหนึ่ง ที่แสดงให้เห็นว่า ค่าผลได้ของไฮโดรเจนจะสูงหรือต่ำ กล่าวคือ หากพบกรดโพรพิโอนิกในปริมาณสูง ค่าผลได้ของไฮโดรเจนจะมีค่าลดลง เนื่องจากในกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสงที่ใช้กลุ่มเชื้อแบคทีเรียแบบผสม อาจพบแบคทีเรียกลุ่มที่มีวิถีการหมักแบบโพรพิโอเนต (propionate-type fermentation) ซึ่งแบคทีเรียกลุ่มนี้จะใช้สับสเตรทร่วมกับแก๊สไฮโดรเจนเพื่อผลิตกรดโพรพิโอนิก ดังสมการที่ 3 ส่งผลให้ค่าผลได้ของไฮโดรเจนลดลง (Valdez-Vazquez & Poggi-Valardo, 2009)



นอกจากนี้ ค่า HRT ยังส่งผลต่อวิถีการหมักที่แตกต่างกันด้วย ยกตัวอย่างเช่น การเดินระบบที่ค่า HRT สูง จะส่งผลให้แบคทีเรียในกลุ่ม Clostridium มีอัตราการเจริญเติบโตอยู่ในช่วงที่จำนวนเซลล์ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (stationary phase) ส่งผลให้วิถีการหมักเปลี่ยนจากการผลิตไฮโดรเจนพร้อมกรดบิวทิริกหรืออะซิติก เป็นการผลิตตัวทำละลายอินทรีย์ในกลุ่มแอลกอฮอล์ โดยไม่มีการผลิตไฮโดรเจน ซึ่งเรียกวิถีการหมักแบบนี้ว่า solventogenesis (Kapdan & Kargi, 2006) สอดคล้องกับผลการวิจัยในครั้งนี้ ที่พบว่า ความเข้มข้นของเอทานอลในน้ำหมัก มีค่าลดลงตามลำดับ เมื่อใช้ค่า HRT ที่ลดลง (ตารางที่ 3)

โดยสรุปแล้ว การผลิตไฮโดรเจนที่ค่า HRT 1 วัน เป็นสภาวะที่เหมาะสมที่สุด มีอัตราการผลิตไฮโดรเจนสูงที่สุด จากข้อมูลในตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่า การผลิตไฮโดรเจนที่ค่า HRT 1 วัน พบทั้งกรดอะซิติกและบิวทิริกในน้ำหมัก พบเอทานอลเพียง 69.74 มิลลิกรัมต่อลิตร โดยเมื่อเทียบกับการผลิตไฮโดรเจนที่ค่า HRT 5 วัน พบว่ามีเอทานอลในน้ำหมักสูงถึง 225.22 มิลลิกรัมต่อลิตร แสดงให้เห็นว่า ค่า HRT 5 วัน เป็นค่าที่สูงเกินไปสำหรับการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าและกากยีสต์ ส่งผลให้วิถีการหมักเปลี่ยนเป็นแบบ solventogenesis มากขึ้น นอกจากนี้ การผลิตไฮโดรเจนที่ค่า HRT 0.5 วัน พบกรดโพรพิโอนิกในน้ำหมักสูงถึง 1,142.50 มิลลิกรัมต่อลิตร สอดคล้องกับอัตราการผลิตไฮโดรเจนที่ลดต่ำลงเหลือเพียง 424.42 mL/L.d (ตารางที่ 2)

อัตราการผลิตไฮโดรเจนจากงานวิจัยนี้ เปรียบเทียบกับงานวิจัยอื่นๆ ที่ผลิตไฮโดรเจนจากการหมักร่วมของน้ำกากส่ากับสับสเตรทชนิดต่างๆ แสดงในตารางที่ 4 ซึ่งจะเห็นได้ว่า ชนิดของสับสเตรทที่นำมาหมักร่วม และสภาวะการเดินระบบที่แตกต่างกัน ส่งผลต่ออัตราการผลิตไฮโดรเจนอย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากองค์ประกอบทางเคมีของสับสเตรทที่แตกต่างกัน ส่งผลให้ความยากง่ายของการย่อยสลายและเปลี่ยนเป็นแก๊สไฮโดรเจนมีความแตกต่างกัน รวมถึงสภาวะที่ใช้ในการเดินระบบก็จำเป็นต้องปรับให้เหมาะสมกับชนิดของสับสเตรทเช่นเดียวกัน

ตารางที่ 4 ผลการทดลองเปรียบเทียบกระบวนการผลิตไฮโดรเจนจากน้ำกากส่าร่วมกับสับสเตรตชนิดต่างๆ

Substrate	Reactor type	Optimum HRT	pH range	Hydrogen production rate	References
Vinasse + maize processing wastewater	Continuous stirred tank reactor	*batch	5.80-6.50	3,720 mL/L.d	García-Depraect et al. (2019)
Vinasse + cheese whey	Fluidized bed	6 h	4.26-4.95	2,540 mL/L.d	Ramos & Silva (2018)
Vinasse + maize processing wastewater	Continuous stirred tank reactor	*batch	5.50	2,568 mL/L.d	García-Depraect et al. (2017)
Vinasse + molasses	Sequencing batch	6 h	4.50-5.00	302 mL/L.d	Albanez et al. (2016)
Vinasse + dried spent yeast	Continuous stirred tank reactor	24 h	5.00-5.76	1,418 mL/L.d	This study

### สรุปผลการทดลอง

การใช้ค่า HRT แตกต่างกัน ส่งผลต่ออัตราการผลิตไฮโดรเจนจากการหมักร่วมของน้ำกากส่ากับกากยีสต์อย่างมีนัยสำคัญ และยังพบว่า องค์ประกอบของกรดไขมันระเหยง่ายในน้ำหมักมีการเปลี่ยนแปลง เมื่อใช้ค่า HRT แตกต่างกัน จึงสามารถใช้เป็นตัวชี้วัดที่สำคัญในการอธิบายวิถีของกระบวนการหมักแบบไม่ใช้แสง เมื่อเดินระบบที่ค่า HRT ต่างๆ ได้ จากผลการวิจัยสามารถสรุปได้ว่า การเดินระบบผลิตไฮโดรเจนที่ค่า HRT 1 วัน เป็นสภาวะที่เหมาะสมที่สุด โดยมีอัตราการผลิตไฮโดรเจน อัตราการผลิตพลังงาน และค่าผลได้ของไฮโดรเจนสูงที่สุด นอกจากนี้ เถ้าลอยสามารถใช้เป็นบัพเฟอร์ในการควบคุมค่าพีเอชของกระบวนการหมักได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้ค่าพีเอชตลอดกระบวนการหมักอยู่ในช่วงที่เหมาะสม

### กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยมหิดล ประจำปีงบประมาณ 2562 คณะผู้วิจัยขอขอบคุณผู้ให้การสนับสนุนวัสดุดิบสำหรับการวิจัย ได้แก่ บริษัท เคทีเอส ไบโอเอทานอล จำกัด อำเภอตากลี จังหวัด นครสวรรค์ ผู้ให้การสนับสนุนน้ำกากส่า บริษัท ขอนแก่นบริวเวอรี่ จำกัด อ.เมือง จ.ขอนแก่น ผู้ให้การสนับสนุนกากยีสต์และเมล็ดตะกอนจุลินทรีย์ และโรงไฟฟ้าแม่เมาะ อ.แม่เมาะ จ.ลำปาง ผู้ให้การสนับสนุนเถ้าลอยจากเตาเผา และขอขอบคุณคณะเทคโนโลยีการเกษตรและอาหาร มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม รวมถึงคณะสิ่งแวดล้อมและทรัพยากรศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล ที่ให้ความอนุเคราะห์ใช้สถานที่ในการทำวิจัย

### เอกสารอ้างอิง

- Albanez, R., Lovato, G., Zaiat, M., Ratusznei, S. M. & Rodrigues, J. A. D. (2016). Optimization, metabolic pathways modeling and scale-up estimative of an AnSBBR applied to biohydrogen production by co-digestion of vinasse and molasses. *International Journal of Hydrogen Energy*, 41, 20473-20484. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2016.08.145>
- Argun, H. & Kargi, F. (2011). Bio-hydrogen production by different operational modes of dark and photo-fermentation: An overview. *International Journal of Hydrogen Energy*, 36, 7443-7459. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2011.03.116>
- Chaubey, R., Sahu, S., James, O. O. & Maity, S. (2013). A review on development of industrial processes and emerging techniques for production of hydrogen from renewable and sustainable sources. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 23, 443-462. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2013.02.019>
- España-Gamboa, E., Mijangos-Cortes, J., Barahona-Perez, L., Dominguez-Maldonado, J., Hernández-Zarate, G. & Alzate-Gaviria, L. (2011). Vinasses: characterization and treatments. *Waste Management & Research*, 29(12), 1235-1250. <https://doi.org/10.1177/0734242X10387313>
- Fangkhum, A. & Reungsang, A. (2011). Biohydrogen production from mixed xylose/arabinose at thermophilic temperature by anaerobic mixed cultures in elephant dung. *International Journal of Hydrogen Energy*, 36, 13982-13938. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2011.03.098>
- García-Becerra, M., Macías-Muro, M., Arellano-García, L. & Aguilar-Juárez, O. (2019). Bio-hydrogen production from tequila vinasses: Effect of detoxification with activated charcoal on dark fermentation performance. *International Journal of Hydrogen Energy*, 44(60), 31860-31872. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2019.10.059>
- García-Depraect, O., Gómez-Romero, J. & León-Becerril, E. López-López A. (2017). A novel biohydrogen production process: Co-digestion of vinasse and *Nejayote* as complex raw substrates using a robust inoculum. *International Journal of Hydrogen Energy*, 42(9), 5820-5831. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2016.11.204>
- García-Depraect, O., Rene, E. R., Gómez-Romero, J., López-López, A. & León-Becerril, E. (2019). Enhanced biohydrogen production from the dark co-fermentation of tequila vinasse and nixtamalization wastewater: Novel insights into ecological regulation by pH. *Fuel*, 253, 159-166. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2019.04.147>

- Genthner, B. R. S. & Bryant, M. P. (1987). Additional characteristics of one-carbon-compound utilization by *Eubacterium limosum* and *Acetobacterium woodii*. *Applied and Environmental Microbiology*, 53(3), 471-476. <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC203690/>
- Iorio, S. D., Sementa, P. & Vaglieco, B.M. (2016). Analysis of combustion of methane and hydrogen-methane blends in small DI SI (direct injection spark ignition) engine using advanced diagnostics. *Energy*, 108, 99-107. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.09.012>
- Kapdan, I. K. & Kargi, F. (2006). Bio-hydrogen production from waste materials. *Enzyme and Microbial Technology*, 38(5), 569-582. <https://doi.org/10.1016/j.enzmictec.2005.09.015>
- Khanal, S. K., Chen, W. H., Li, L. & Sung, S. (2004). Biological hydrogen production: effects of pH and intermediate products. *International Journal of Hydrogen Energy*, 29, 1123-1131. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2003.11.002>
- Mao, C., Feng, Y., Wang, X. & Ren, G. (2015). Review on research achievements of biogas from anaerobic digestion. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 45, 540-555. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.02.032>
- Nualsri, C., Reungsang, A. & Plangklang, P. (2016). Biochemical hydrogen and methane potential of sugarcane syrup using a two-stage anaerobic fermentation process. *Industrial Crops and Products*, 82, 88-99. <https://doi.org/10.1016/j.indcrop.2015.12.002>
- Pattra, S., Sangyoka, S., Boonmee, M. & Reungsang, A. (2008). Bio-hydrogen production from the fermentation of sugarcane bagasse hydrolysate by *Clostridium butyricum*. *International Journal of Hydrogen Energy*, 33, 5256-5265. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2008.05.008>
- Ramos, L. R. & Silva, E.L. (2018). Continuous hydrogen production from cofermentation of sugarcane vinasse and cheese whey in a thermophilic anaerobic fluidized bed reactor. *International Journal of Hydrogen Energy*, 43(29), 13081-13089. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2018.05.070>
- Rice, E. W., Baird, R. B. & Eaton, A. D., editors. (2017). *Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater* (23rd ed.). Washington DC, USA: American Public Health Association, American Water Works Association, Water Environment Federation.
- Siles, J. A., García-García, I., Martín, A. & Martín, M. A. (2011). Integrated ozonation and biomethanization treatments of vinasse derived from ethanol manufacturing. *Journal of Hazardous Materials*, 188, 247-253. <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2011.01.096>

Sittijunda, S. & Reungsang, A. (2012). Biohydrogen production from waste glycerol and sludge by anaerobic mixed cultures. *International Journal of Hydrogen Energy*, 18, 13789-13796.

<https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2012.03.126>

Valdez-Vazquez, I. & Poggi-Varaldo, H. M. (2009). Hydrogen production by fermentative consortia. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 13(5), 1000-1013. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2008.03.003>

Research Article

# การศึกษาองค์ประกอบทางเคมีของธูปฤาษี และสารสกัดเซลลูโลสจาก ธูปฤาษีเพื่อประยุกต์ใช้ในผลิตภัณฑ์อาหาร

## Study on chemical composition of *Typha angustifolia* L and extracted cellulose from *Typha angustifolia* L for food applications

พัชราภรณ์ พิมพ์จันทร์ \* สุรีย์รัตน์ อู่สูงเนิน แสงระวี บิดร สิริกานต์ ดวงดีและอรุณรัตน์ อุทัยคุ

Patcharaporn Pimchan\*, Sureerat Usoungnern, Sangravee Bidon, Sirikan Duangde and A-roonrat Utaiku

สาขาวิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม อำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม

Department of Chemistry, Faculty of Science and Technology, Rajabhat Maha Sarakham University, Maha Sarakham

\*E-mail: Patcharaporn145@gmail.com

Received: 22/04/2020; Revised: 24/07/2020; Accepted: 28/07/2020

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาองค์ประกอบทางเคมี ได้แก่ ความชื้น เถ้า สารแทรกที่ละลายในตัวทำละลายอินทรีย์ ลิกนิน เซลลูโลส เฮมิเซลลูโลส และแอลฟา-เซลลูโลส จากส่วนใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และโคนแก่ ของธูปฤาษีในดินเค็มหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม และสกัดเซลลูโลสจากส่วนใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และโคนแก่ ของธูปฤาษี จากการศึกษาพบว่าความชื้น เถ้า สารแทรกที่ละลายในตัวทำละลายอินทรีย์และลิกนินมีปริมาณร้อยละ 78.60-88.99 7.43-9.40 11.98-15.73 และ 8.92-16.75 ตามลำดับ ซึ่งอยู่ในระดับที่สามารถแปรรูปรับประทานได้ไม่เป็นอันตรายต่อร่างกายและมีปริมาณ เซลลูโลส เฮมิเซลลูโลส และแอลฟา-เซลลูโลสร้อยละ 29.13-36.61 52.53-66.16 และ 37.83-54.44 ตามลำดับ ซึ่งเหมาะสมที่จะเป็นพืชทางเลือกในการใช้ประโยชน์จากเส้นใย เมื่อสกัดเซลลูโลสจากใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และโคนแก่ของธูปฤาษีพบว่าปริมาณสารเจือปนต่ำและมีปริมาณแอลฟา-เซลลูโลสสูง โดยเซลลูโลสจากโคนแก่มีปริมาณแอลฟา-เซลลูโลสสูงสุดคือร้อยละ 86.52 มีค่าเทียบเท่ากับเซลลูโลสในท้องตลาด เมื่อวิเคราะห์โครงสร้างผลึกด้วยเทคนิคการเลี้ยวเบนด้วยรังสีเอ็กซ์ (X-ray diffraction) และอินฟราเรดสเปกตรัม (FT-IR) พบว่าลิกนินถูกกำจัดออกได้เซลลูโลสที่มีความเป็นผลึกและมีความบริสุทธิ์สูง แสดงให้เห็นว่าธูปฤาษีในดินเค็มหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม สามารถเป็นแหล่งเซลลูโลสใช้ประโยชน์ในอาหารได้และส่วนโคนแก่มีความเหมาะสมในการนำมาสกัดเซลลูโลสมากที่สุด

คำสำคัญ : ธูปฤาษี, ดินเค็ม, เซลลูโลส, เส้นใยอาหาร

## Abstract

The aims of this study were to study the chemical composition such as moisture, ash, insoluble substance in organic solvents, lignin, crude fiber, holocellulose, and alpha-cellulose of *Typha angustifolia* L in saline soil at Nong Bo, Borabue, Maha Sarakham District from four parts of the plant (young leaf, young stem, mature leaf and mature stem) and to extract the cellulose from *Typha angustifolia* L in saline soil from all of four parts. The amount of moisture, ash, insoluble substance in organic solvents and lignin were 78.60-88.99 7.43-9.40 11.98-15.73 and 8.92-16.75%, respectively, which was in a level that can be processed and consumed without harm to the body. The crude fiber, holocellulose, and alpha-cellulose of *Typha angustifolia* L in saline soil were 29.13-36.61 52.53-66.16 and 37.83-54.44%, respectively. The chemical composition indicated that *Typha angustifolia* L was a promising alternative as a source of fiber. The extracted cellulose from young leaf, young stem, mature leaf and mature stem showed the low impurity and a high alpha-cellulose. The cellulose from the mature stem revealed the highest alpha-cellulose content of 86.52%, equivalent to cellulose in the market. When analyzing crystal structure by X-ray diffraction and FT-IR, it was found that lignin was eliminated, and the high purity and crystalline cellulose were constraining. The *Typha angustifolia* L in saline soil at Nong Bo, Borabue, Maha Sarakham District can be a source of cellulose in food applications and the mature stem was most suitable for cellulose extraction.

**Keywords:** *Typha angustifolia* L., Saline soil, Cellulose, Dietary Fiber

## บทนำ

องค์ประกอบหลักทางเคมีของเนื้อไม้มี 3 ชนิดคือ โฮโลเซลลูโลส (holocellulose) ลิกนิน (lignin) และสารแทรก (extractive) โดยปริมาณจะแตกต่างกันขึ้นกับชนิดของพืช ปริมาณโฮโลเซลลูโลส (holocellulose) พบมากที่สุดประมาณร้อยละ 60-75 โดยโครงสร้างของโฮโลเซลลูโลสจะประกอบด้วย ส่วนเซลลูโลส (cellulose) ซึ่งเป็นโมเลกุลของน้ำตาลกลูโคสจำนวนมากต่อกันเป็นเส้นตรงด้วยพันธะไกลโคไซด์ (glycosidic bond) ที่ตำแหน่งเบต้า-1,4 ( $\beta$ -1,4) มีลักษณะการจัดเรียง 2 แบบคือ จัดเรียงอย่างเป็นระเบียบมีเนื้อหนาแน่นมากเรียกว่า ผลึก (crystalline) และจัดเรียงตัวอย่างหลวม ๆ ไม่เป็นระเบียบ เรียกว่า ออสัญฐาน (amorphous) และส่วนของเฮมิเซลลูโลส (hemicellulose) ซึ่งเป็นน้ำตาล 6 คาร์บอน (hexose) และน้ำตาล 5 คาร์บอน (pentose) ที่มีโครงสร้างเป็นกิ่งก้านสาขา จัดเรียงตัวอย่างหลวม ๆ เป็นอสัญฐาน (Juan et al., 2008)

เซลลูโลส สามารถแบ่งตามปริมาณการละลายในสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ได้เป็น 3 ชนิด คือ แอลฟา-เซลลูโลส (alpha-cellulose) เบต้า-เซลลูโลส (beta-cellulose) และแกมมา-เซลลูโลส (gamma-cellulose) แอลฟา-เซลลูโลสเป็นเซลลูโลสที่มีสายโซ่ยาวที่สุด และมีความเสถียรที่สุด (Kaewruang & Limmanee, 2013) นอกจากนี้ยังสามารถแบ่งตามลักษณะโครงสร้างการจัดเรียงระหว่างสายโซ่ได้เป็น 4 ประเภท (type I, II, III and IV) คือ เซลลูโลสที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติเป็นเซลลูโลสประเภท I มีการเรียงตัวของสายโพลิเมอร์เป็นแบบขนาน (parallel) ระหว่างเกลียวของสายโพลิเมอร์ไม่เกิดพันธะไฮโดรเจน เซลลูโลสประเภท II มีการเรียงตัวของสายโพลิเมอร์แบบตรงกันข้าม (antiparallel) และระหว่างเกลียวของสายโพลิเมอร์เกิดพันธะไฮโดรเจนทำให้มีความเสถียรทางอุณหพลศาสตร์มากกว่า ในขณะที่เซลลูโลส III เป็น amorphous เกิดจากการหุบเซลลูโลส I หรือ II กับเอมีน และเซลลูโลส IV เกิดจากการหุบเซลลูโลส III กับกลีเซอรอลที่อุณหภูมิสูงมาก (Nunes, 2017)

อย่างไรก็ตามในการสกัดเพื่อใช้ประโยชน์นั้นไม่มีการแยกโครงสร้างจึงเรียกรวมส่วนของใยอาหารที่ไม่ละลายน้ำว่า เซลลูโลส ในแง่ของอาหาร เซลลูโลสเป็นอาหารลดความอ้วน เพราะไม่ให้พลังงาน และไม่ทำปฏิกิริยากับสารอื่น นอกจากนี้ยัง

ช่วยป้องกันมะเร็ง ปกป้องลำไส้ให้มีสุขภาพดี มีสมบัติอุ้มน้ำได้ดี และเพิ่มปริมาณกากอาหาร ช่วยควบคุมโรคเบาหวาน โดยลดระดับน้ำตาล ไชมัน คอเลสเตอรอลในเลือด และลดการเกิดนิ่วในถุงน้ำดีได้ (Winuprasith et al., 2018) มีการนำเซลลูโลสผงมาช่วยเพิ่มปริมาตร และปรับปรุงเนื้อสัมผัสในเค้ก เนื่องจากช่วยให้การหดตัวของเค้กหลังการอบลดลง เพราะเซลลูโลสผงทำให้โครงสร้างที่เก็บกักก๊าซแข็งแรงขึ้น (Thompson et al., 2004) และนอกจากนี้เซลลูโลสยังช่วยลดการอมน้ำมันในอาหารทอดต่างๆ ได้ด้วย (Khemacheewakul et al., 2018) ปัจจุบันประเทศไทยยังต้องนำเข้าเซลลูโลสและอนุพันธ์ของเซลลูโลสจากต่างประเทศ ซึ่งมีราคาแพงเนื่องจากแหล่งผลิตภายในประเทศไม่เพียงพอ อีกทั้งในประเทศยังไม่มีการผลิตเชิงพาณิชย์ ใดๆก็ตามการใช้เซลลูโลสมีแนวโน้มสูงขึ้นในอนาคต โดยเฉพาะอย่างยิ่งด้านอุตสาหกรรมอาหาร เนื่องจากคนส่วนใหญ่หันมาให้ความสำคัญด้านสุขภาพมากขึ้นจึงสนใจเซลลูโลสและใยอาหารธรรมชาติมากขึ้น ดังนั้นการหาแหล่งเซลลูโลสในประเทศจึงมีความสำคัญต่อทั้งด้านปริมาณและการลดต้นทุนการผลิตอีกด้วย

ธูปฤาษี หรือกกช้าง (ชื่อวิทยาศาสตร์ *Typha angustifolia* L ชื่อวงศ์ Typhaceae) เป็นวัชพืชล้มลุกชนิดเดียวกับพืชพวกกก จัดเป็นพืชใบเลี้ยงเดี่ยวที่เจริญเติบโตได้อย่างรวดเร็วทั้งในน้ำจืดและน้ำเค็ม เพราะมีดอกที่ใช้ในการสืบพันธุ์เป็นจำนวนมาก ทำให้ขยายพันธุ์ได้อย่างกว้างขวาง (Saengchu et al., 2008) และจากการศึกษาพบว่าธูปฤาษีมีเซลลูโลสร้อยละ 40 ซึ่งนำมาผลิตเยื่อกระดาษ ปั่นเป็นเส้นด้ายใช้ทอเป็นผืนผ้าได้ และ ธูปฤาษียังมีสรรพคุณทางยา คือ ช่วยขับปัสสาวะ ช่วยเพิ่มน้ำนมของสตรีหลังการคลอดบุตร (Central Laboratory and Greenhouse Complex, 2018) และจากการศึกษาพบว่า พืชที่สามารถเจริญเติบโตได้ดีในดินเค็ม จะมีความสามารถดูดซับเกลือได้ดี และทำให้มีสมบัติบางอย่างเปลี่ยนแปลงไป เช่น ข้าวที่ปลูกในดินเค็มมีความหอมพิเศษ หรือกกในดินเค็มจะเกิดเชื้อราได้น้อยกว่ากกที่เกิดในดินธรรมดา (Pimchan & Saesim, 2016) ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาองค์ประกอบทางเคมีของธูปฤาษีและเซลลูโลสจากธูปฤาษีที่เก็บตัวอย่างในดินเค็ม บริเวณหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม แยกส่วนเป็นใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และ โคนแก่ เพื่อศึกษาแนวทางการใช้เซลลูโลสจากส่วนต่างๆ ของธูปฤาษีเป็นการเพิ่มมูลค่าให้แก่วัชพืช

## วิธีดำเนินการวิจัย

### การเตรียมตัวอย่าง

เตรียมตัวอย่างธูปฤาษีโดยแบ่งเป็น 2 ช่วงวัย คือธูปฤาษีอ่อน หมายถึง ธูปฤาษีที่ยังไม่โตเต็มวัย มีลำต้นที่ยังไม่มีดอก และ ธูปฤาษีแก่ หมายถึง ธูปฤาษีที่โตเต็มวัย ลำต้นมีดอกสีน้ำตาลเข้ม และเก็บตัวอย่างทั้งสองช่วงอายุแยกเป็นส่วน โคน คือ ส่วนลำต้นสูงจากพื้นดิน 0-60 เซนติเมตร และส่วนใบสูงจากพื้นดินมากกว่า 60 เซนติเมตรจนถึงปลาย จะได้ตัวอย่างธูปฤาษี 4 ตัวอย่างคือ ใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และ โคนแก่ หั่นเป็นชิ้นขนาด 1 x 1 เซนติเมตร ผึ่งที่อุณหภูมิห้องจากนั้นบดผ่านตะแกรงขนาด 45 mesh

### การวิเคราะห์องค์ประกอบทางเคมีของธูปฤาษี

ทำการวิเคราะห์ปริมาณความชื้น โดยให้ความร้อนตัวอย่างที่อุณหภูมิ 100±5 องศาเซลเซียส ด้วยเตาอบเป็นเวลา 4-6 ชั่วโมง และ เถ้า โดยให้ความร้อนตัวอย่างที่อุณหภูมิ 575±25 องศาเซลเซียส ในเตาเผา เป็นเวลา 2 ชั่วโมง ตามมาตรฐานการวิเคราะห์ของ Technical association of the pulp and paper industry (TAPPI, 1998, T 264 om-88 และ TAPPI, 2000, T 211 om-93)

วิเคราะห์ปริมาณสารแทรกที่ละลายในตัวทำละลายอินทรีย์ ซึ่งตัวอย่าง 1 กรัม สกัดโดยวิธี Soxhlet ด้วยสารละลายผสมเอทานอล ( $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ ) และเบนซีน ( $\text{C}_6\text{H}_6$ ) อัตราส่วน 64:137 เป็นเวลา 6 ชั่วโมงและสกัดด้วยเอทานอล 4 ชั่วโมง ล้างตัวอย่างด้วยน้ำกลั่น นำตัวอย่างใส่ในขวดรูปชมพู่ และเติมน้ำกลั่น 500 มิลลิลิตร ให้ความร้อนจนเดือดเป็นเวลา 1 ชั่วโมง จากนั้นกรองและล้างด้วยน้ำกลั่น 500 มิลลิลิตร อบจนแห้งที่อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียส บันทึกน้ำหนักและคำนวณ ดังสมการ (1) (ตามมาตรฐาน TAPPI, 1997, T 264 om-97)

วิเคราะห์ปริมาณเยื่อใยหยาบ ซึ่งตัวอย่าง 1 กรัม สกัดโดยวิธี Soxhlet ด้วยสารละลายปิโตรเลียมอีเทอร์ จากนั้นสกัดเยื่อใยด้วยกรดซัลฟิวริก ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 1.25 (v/v) 30 นาที และโซเดียมไฮดรอกไซด์ ( $\text{NaOH}$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 1.25 เป็นเวลา 30 นาที ล้างตัวอย่างด้วยน้ำร้อนจน pH เป็นกลาง จะใช้น้ำร้อนประมาณ 1,500 มิลลิลิตร นำ beaker ที่มีเยื่อใยไปอบจนแห้งที่อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียส นาน 16-18 ชั่วโมง จากนั้นนำ beaker ออกมาใส่โถดูดความชื้นปล่อยให้เย็นบนตึกน้ำหนักแล้วเข้าในเตาเผาที่อุณหภูมิ 550 องศาเซลเซียส นาน 2 ชั่วโมง บันทึกน้ำหนัก (โดยส่วนของเยื่อใยคือส่วนที่ถูกเผา หายไป) คำนวณดังสมการ (1) (ตามมาตรฐาน AOAC, 1990)

$$\% \text{Chemical composition} = \frac{(W_1 - W_2) \times 100}{W_1} \quad (1)$$

$W_1$  คือ น้ำหนักตัวอย่างก่อนสกัด

$W_2$  คือ น้ำหนักตัวอย่างหลังสกัดที่ผ่านการอบจนคงที่

วิเคราะห์ปริมาณลิกนิน โดยซึ่งตัวอย่าง 1 กรัม เติมสารละลายกรดซัลฟิวริก ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 72 (v/v) 15 มิลลิลิตร ที่อุณหภูมิ 25 องศาเซลเซียส คนด้วยแท่งแก้ว ปิดด้วยกระจกนาฬิกา จากนั้นแช่ที่อุณหภูมิ  $20 \pm 1$  องศาเซลเซียส คนทุกๆ 15 นาที เป็นเวลา 2 ชั่วโมง เติมน้ำกลั่น ( $\text{H}_2\text{O}$ ) 560 มิลลิลิตร เพื่อลดความเป็นกรดให้เหลือความเข้มข้นร้อยละ 3 (w/w) ต้มให้เดือดโดยรักษาระดับน้ำให้คงที่ 4 ชั่วโมง กรอง ล้างด้วยน้ำกลั่นร้อน 500 มิลลิลิตร อบที่อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียสเป็นเวลา 24 ชั่วโมงและชั่งน้ำหนัก คำนวณดังสมการ (2) (ตามมาตรฐาน TAPPI, 1998, T 264 om-88)

วิเคราะห์ปริมาณโซโลเซลลูโลส ทำโดยนำตัวอย่าง 0.7 กรัม ทำปฏิกิริยากับกรดแอซิดิก ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 0.6 (w/v) ปริมาตร 10 มิลลิลิตร และสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ ( $\text{NaOH}$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 0.02 (w/v) ปริมาตร 10 มิลลิลิตร ตามด้วยสารละลายโซเดียมคลอไรด์ ( $\text{NaCl}$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 20 (w/v) 1 มิลลิลิตร ที่อุณหภูมิ  $70 \pm 2$  องศาเซลเซียส แกว่งเป็นวงกลมทุกๆ 15 นาที และเติมสารละลายโซเดียมคลอไรด์ ( $\text{NaCl}$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 20 (w/v) 1 มิลลิลิตร ทุกๆ 1 ชั่วโมง เป็นเวลา 4 ชั่วโมง จากนั้นวางในอ่างน้ำแข็งจนสารละลายมีอุณหภูมิต่ำกว่า 10 องศาเซลเซียส นำสารตัวอย่างมากรองผ่าน sinter glass เบอร์ 3 ล้างด้วยกรดแอซิดิก ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 0.6 (w/v) 100 มิลลิลิตร ตามด้วยอะซิโตน ( $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ ) 5 มิลลิลิตร โดยใช้เครื่อง suction อบที่อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียส และชั่งน้ำหนัก ทำการคำนวณดังสมการ (2) (ตามมาตรฐาน T 204 om-88)

วิเคราะห์ปริมาณแอลฟา-เซลลูโลส โดยนำตัวอย่างโซโลเซลลูโลสใน sinter glass crucible มาวางลงใน dish ที่มีน้ำสูง 1 เซนติเมตร จากนั้นเติมสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์เข้มข้น 17.5% (w/w) หรือ 5.21 N ปริมาตร 3 มิลลิลิตรคนด้วยแท่งแก้ว 5 นาที เติมสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ ( $\text{NaOH}$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 17.5 (w/w) 3 มิลลิลิตร ทิ้งไว้ 35 นาที เติมน้ำกลั่น ( $\text{H}_2\text{O}$ ) 6 มิลลิลิตร จากนั้นล้างด้วยน้ำกลั่น ( $\text{H}_2\text{O}$ ) 60 มิลลิลิตร ตามด้วยอะซิโตน ( $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$ ) 10 มิลลิลิตร โดยใช้เครื่อง suction อบที่อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียส 24 ชั่วโมงและชั่งน้ำหนัก คำนวณดังสมการ (2) (Zobel & McElwee, 1966)

$$\%Lignin, Holo - cellulose \text{ or } \alpha - cellulose = \frac{W_2 \times 100}{W_1} \quad (2)$$

$W_1$  คือ น้ำหนักตัวอย่างก่อนสกัด

$W_2$  คือ น้ำหนักตัวอย่างหลังสกัดที่ผ่านการอบจนคงที่

### การสกัดเซลลูโลสจากรูปถาญี

สกัดเซลลูโลส ตามวิธีของ Singanusong & Sodchi (2011) โดยกำจัดไขมันและสารแทรกด้วยสารละลายเอทานอล ( $CH_3CH_2OH$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 90 (v/v) ที่อุณหภูมิ  $57.5 \pm 2$  องศาเซลเซียสเป็นเวลา 24 ชั่วโมง กำจัดลิกนินด้วยสารละลายโซเดียมไฮดรอกไซด์ (NaOH) ความเข้มข้นร้อยละ 15 (w/w) ที่อุณหภูมิ  $57.5 \pm 2$  องศาเซลเซียส เป็นเวลา 24 ชั่วโมง และกำจัดโปรตีนด้วยสารละลายไฮโดรเจนเปอร์ออกไซด์ ( $H_2O_2$ ) ความเข้มข้นร้อยละ 12 (w/w) ที่อุณหภูมิห้อง เป็นเวลา 5 ชั่วโมง จากนั้นฟอกสีของเซลลูโลสด้วยโซเดียมไฮโปคลอไรท์ (NaOCl) ความเข้มข้นร้อยละ 12 (v/v) และกรดแอซิติก ( $CH_3COOH$ ) เข้มข้นอัตราส่วน 1:1 เป็นเวลา 45 นาทีและล้างด้วยน้ำกลั่น ( $H_2O$ ) จนกว่าสารที่ได้จะมีค่า pH เป็นกลาง กรองและอบแห้งในเตาอบที่อุณหภูมิ 60 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 24 ชั่วโมง จากนั้นวิเคราะห์ปริมาณความชื้น ปริมาณเถ้า ปริมาณสารแทรกที่ละลายในตัวทำละลายอินทรีย์ ปริมาณลิกนิน ปริมาณเชื้อยหยาบ ปริมาณโซลเซลลูโลส และปริมาณแอลฟา-เซลลูโลส โดยวิธีเดียวกับตัวอย่างรูปถาญี

### การพิสูจน์เอกลักษณ์

วิเคราะห์โครงสร้างทางเคมีด้วยเทคนิคการเลี้ยวเบนด้วยรังสีเอ็กซ์ (X-ray diffraction) ด้วยเครื่อง XRD, Bruker D8 ADVANCE diffractometer ที่มีการแผ่ของรังสี  $Cu K\alpha$  ( $\alpha = 0.15418 \text{ nm}$ ) และศึกษาหมู่ฟังก์ชันและพันธะทางเคมีด้วยเทคนิค FT-IR ที่ช่วงเลขคลื่น  $400-4,000 \text{ cm}^{-1}$  ด้วยเครื่อง Perkin-Elmer Spectrum-One FTIR spectrophotometer

### การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ข้อมูลองค์ประกอบทางเคมีด้วยโปรแกรมทางสถิติ SPSS โดยวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวน (analysis of variance; ANOVA) ทำการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของผลการวิเคราะห์ด้วยวิธี Duncan's new multiple range test (DMRT) ที่ระดับความเชื่อมั่น .05

### ผลการวิจัยและวิจารณ์ผลการวิจัย

#### องค์ประกอบทางเคมีของรูปถาญี

วิเคราะห์องค์ประกอบทางเคมีของรูปถาญีในดินเค็มบริเวณหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม ได้ผลดังตารางที่ 1 ตัวอย่างรูปถาญีใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และโคนแก่ มีความชื้นร้อยละ 7.86-8.89 ความชื้นถือว่าเป็นตัวแปรในสภาพการเก็บรักษาที่มีความสำคัญเป็นอันดับแรก หากมีน้ำแทรกในโมเลกุลปริมาณมากจะส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของสมบัติทางเคมีและกายภาพหรือเกิดการสลายตัวของเส้นใย และพืชสมุนไพรควรมีความชื้นไม่เกินร้อยละ 8 (Phayakphrom, 2015) ซึ่งความชื้นในโมเลกุลของรูปถาญีอยู่ในระดับมาตรฐานของพืชสมุนไพรและจากการเปรียบเทียบทางสถิติพบว่าความชื้นของใบอ่อนและใบแก่ไม่แตกต่างกันทางสถิติ และมีปริมาณความชื้นต่ำกว่าในโคนแก่ และโคนอ่อน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงถึงอายุไม่มีผลต่อปริมาณน้ำในใบของรูปถาญี และส่วนโคนมีปริมาณน้ำมากกว่าส่วนใบ โดยโคนอ่อนมีปริมาณน้ำมากกว่าโคนแก่

ตารางที่ 1 องค์ประกอบทางเคมีของรูปถ่ายในดินเค็มบริเวณหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม

ตัวอย่างรูปถ่าย	ความชื้น (%)	เถ้า (%)	สารแทรก (%)	ลิกนิน (%)	เยื่อใยหยาบ (%)	โพลีแซคคาไรด์ (%)	แอลฟา-แซลลูโลส (%)
ใบอ่อน	8.02±0.86 <sup>a</sup>	7.43±0.21 <sup>a</sup>	17.81±0.42 <sup>d</sup>	8.92±0.65 <sup>a</sup>	33.84±0.65 <sup>b</sup>	66.16±0.65 <sup>d</sup>	37.83±1.00 <sup>a</sup>
โคนอ่อน	8.89±0.57 <sup>c</sup>	9.40±0.20 <sup>c</sup>	15.73±0.30 <sup>c</sup>	14.54±0.83 <sup>c</sup>	33.69±0.93 <sup>b</sup>	57.82±0.58 <sup>b</sup>	54.44±0.91 <sup>b</sup>
ใบแก่	7.86±1.53 <sup>a</sup>	7.57±0.20 <sup>a</sup>	13.86±0.37 <sup>b</sup>	16.75±0.85 <sup>d</sup>	29.13±1.00 <sup>a</sup>	64.89±0.48 <sup>c</sup>	38.01±0.50 <sup>a</sup>
โคนแก่	8.56±0.55 <sup>b</sup>	8.50±0.30 <sup>b</sup>	11.98±0.57 <sup>a</sup>	11.42±0.71 <sup>b</sup>	36.61±1.29 <sup>c</sup>	52.53±0.61 <sup>a</sup>	52.93±0.25 <sup>b</sup>

หมายเหตุ ข้อมูลแสดง ค่าเฉลี่ย± ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ทางสถิติ One-way ANOVA ที่ระดับ .05 ตัวอักษรในสมมติเดียวกันที่แตกต่างกัน แสดงความแตกต่างทางสถิติ

เถ้าในตัวอย่างรูปถ่ายใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และ โคนแก่ มีปริมาณร้อยละ 7.43-9.40 เถ้าเกี่ยวข้องกับแร่ธาตุ และ สารอนินทรีย์ในตัวอย่าง ถ้ามีปริมาณเถ้าสูงแสดงถึงการปนเปื้อนของสารอนินทรีย์และแร่ธาตุสูงด้วยซึ่งจะมีผลต่อการผลิตเชื้อ กระจาย (Atiwannapat et al., 2008) หรือการสกัดสารให้บริสุทธิ์ จากการวิเคราะห์ทางสถิติพบว่าเถ้าของใบอ่อนและใบแก่มี ปริมาณไม่แตกต่างกันทางสถิติ และมีค่าต่ำกว่าใน โคนแก่ และ โคนอ่อน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงถึงส่วน โคน มีการสะสมของสารอนินทรีย์สูงกว่าส่วนใบ โดย โคนอ่อนสะสมสารอนินทรีย์สูงกว่า โคนแก่ และอายุไม่มีผลต่อการสะสมของ สารอนินทรีย์ของรูปถ่ายส่วนของใบ ดังนั้นหากพิจารณาในแง่การปนเปื้อนของสารอนินทรีย์ส่วนใบจะต่ำกว่า และจาก การศึกษาพบว่าในฟางข้าวมีเถ้าร้อยละ 16.93 (Pansuwan, 1999) เปลือกข้าวมีเถ้าร้อยละ 14.64 (Tanarungrangsee et al., 2015) เมื่อพิจารณาการใช้ประโยชน์ พืชสมุนไพรต่าง ๆ ควรมีเถ้าไม่เกินร้อยละ 10 (Phayakphrom, 2015) แสดงให้เห็นว่ารูปถ่ายใน ดินเค็มทุกส่วนมีเถ้าในระดับต่ำ มีความเหมาะสมต่อการใช้ประโยชน์ในการผลิตเชื้อได้ และมีปริมาณเถ้าเหมาะสมเทียบเท่าพืช สมุนไพรซึ่งมีสารเจือปนในระดับที่ไม่อันตราย

ปริมาณสารแทรกที่ละลายในตัวทำละลายอินทรีย์ในตัวอย่างรูปถ่ายในส่วนของใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และ โคนแก่ มีร้อยละ 11.98-17.81 ซึ่งสารแทรกหลักที่พบอยู่ในพืชจะเป็นกรดไขมัน สารระเหย ไซ และสารประกอบที่มีโครงสร้างเป็นวง แหวน เป็นส่วนที่ทำให้พืชมีสี กลิ่น และรส แตกต่าง (Pansuwan, 1999) ซึ่งในการใช้ประโยชน์ของพืชเส้นใยควรจะมีสาร แทรกต่ำเพื่อช่วยต่อการกำจัด จากการศึกษาปริมาณสารแทรกในใบสับปะรดพบร้อยละ 11.23 และเปลือกกล้วยร้อยละ 10.34 (Pansuwan, 1999) พืชทั้งสองชนิดมีการใช้ประโยชน์ของเส้นใยและปริมาณสารแทรกใกล้เคียงกับรูปถ่ายในดินเค็ม แสดงให้ เห็นว่ารูปถ่ายมีปริมาณสารแทรกไม่สูงมากสามารถนำมาสกัดใช้ประโยชน์เส้นใยได้ เมื่อเปรียบเทียบปริมาณสารแทรกจาก ส่วนต่างๆ ของรูปถ่ายพบว่าทุกส่วนมีปริมาณต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 โดยสารแทรกในรูปถ่ายอ่อนมีปริมาณสูงกว่า รูปถ่ายแก่ และส่วนใบสูงกว่าส่วน โคนเนื่องจากอยู่ในรูปสารเคลือบใบ ไขมัน และกลีโคไซด์ ในการกำจัดสารอินทรีย์เพื่อใช้ ประโยชน์เส้นใย ส่วน โคนแก่และใบแก่เหมาะสมต่อการสกัดเซลลูโลสมากกว่าเนื่องจากมีปริมาณสารอินทรีย์ที่ต้องกำจัดออก ปริมาณน้อยกว่า แต่อย่างไรก็ตามปริมาณสารแทรกในส่วนต่างๆ ของรูปถ่ายอยู่ในระดับที่สามารถกำจัดออกได้โดยไม่เป็น อันตราย

ปริมาณลิกนินในตัวอย่างรูปถ่ายส่วนของใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และ โคนแก่ พบร้อยละ 8.92±0.65 14.54±0.83 16.75±0.85 และ 11.42±0.71 ตามลำดับ ลิกนินในพืชทำหน้าที่เชื่อมเส้นใยให้ยึดติดกัน เส้นใยที่มีปริมาณลิกนินสูงจะมีความ แข็งแรง เนื่องจากลิกนินมีโครงสร้างที่ซับซ้อน สามารถเปลี่ยนรูปทางเคมีได้ จึงมีการนำไปใช้ในงานด้านการแพทย์และ เป็นสารเติมเต็มในอุตสาหกรรมเคมีได้ ซึ่งเส้นใยพืชที่ดีจะต้องมีลิกนินไม่เกินร้อยละ 20-30 (Pansuwan, 1999) จึงจะสามารถ

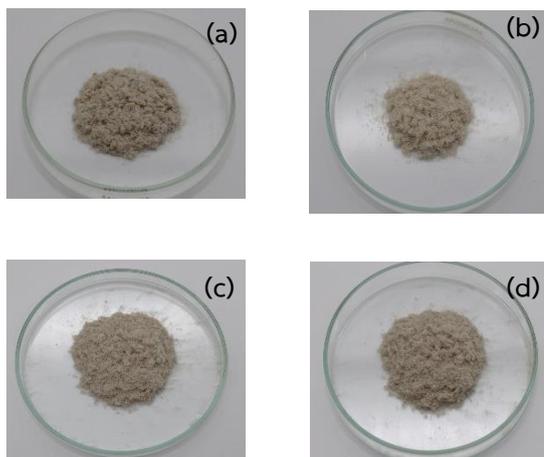
รับประทานได้ ไม่ส่งผลให้เกิดอาการท้องเสีย เนื่องจากถั่วงอกได้รับลิกนินสูง อาจมีผลชะลอการดูดซึมสารอาหารบางชนิด ในลำไส้เล็ก จากการศึกษาปริมาณลิกนินในฝ้ายพบร้อยละ 17 ปอแก้วพบร้อยละ 15.12 และทะลายปาล์มพบร้อยละ 9.33 (Liampeechea et al., 2014) เมื่อเปรียบเทียบจะเห็นว่าลิกนินของรูปถัวยังมีส่วนมีปริมาณต่ำ โดยเฉพาะในใบอ่อนและโคนแก่มี ปริมาณต่ำกว่าส่วนอื่น อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งปริมาณลิกนินที่ต่ำจะส่งผลดีต่อร่างกาย

ปริมาณเยื่อใยหยาบในตัวอย่างรูปถัวยังมีส่วนของใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และโคนแก่ มีค่าร้อยละ 29.13-36.61 ซึ่งสอดคล้องกับปริมาณเยื่อใยหยาบที่พบในเปลือกข้าวร้อยละ 47.24 (Tanarungrangsee et al., 2015) ถากมันสำปะหลังร้อยละ 19.46 (Punyanunt et al., 2018) เยื่อใยหยาบที่พบในรูปถัวยังมีในปริมาณที่สามารถใช้ประโยชน์ได้ และจากการเปรียบเทียบ พบว่าส่วนใบและส่วนโคนของรูปถัวยังอ่อนมีปริมาณเยื่อใยหยาบไม่แตกต่างกัน และเมื่อรูปถัวยังแก่เต็มวัยส่วนโคนจะมีปริมาณ เยื่อใยสูงกว่าส่วนใบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนโคนแก่จึงมีความเหมาะสมในการนำมาใช้ประโยชน์ด้านเส้นใย มากที่สุด

ปริมาณโซลเซลลูโลสในตัวอย่างรูปถัวยังมีส่วนของใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และโคนแก่ พบว่ารูปถัวยังมีโซลเซลลูโลส ร้อยละ 52.52-66.16 โซลเซลลูโลสเกี่ยวข้องกับส่วนของคาร์โบไฮเดรต เช่น แป้งและเพคตินในพืช ซึ่งโซลเซลลูโลส ประกอบด้วยเซลลูโลส และเฮมิเซลลูโลส ถ้าพืชมีโซลเซลลูโลสในปริมาณสูงก็จะเป็นแหล่งเซลลูโลสที่ดีจากการศึกษา ปริมาณโซลเซลลูโลสของฟางข้าว และชานอ้อยพบร้อยละ 64-71 ใบสับประรดพบร้อยละ 67.05 (Pansuwan, 1999) กกในดิน เค็มพบร้อยละ 78.08 (Pimchan & Saesim, 2016) เปลือกข้าวพบร้อยละ 78.78 (Tanarungrangsee et al., 2015) และพบว่าปริมาณ โซลเซลลูโลสในส่วนใบของรูปถัวยังมีปริมาณสูงกว่าส่วน โคนและรูปถัวยังอ่อนจะมีปริมาณโซลเซลลูโลสสูงกว่ารูปถัวยังแก่ และเมื่อวิเคราะห์ปริมาณแอลฟา-เซลลูโลสในตัวอย่างรูปถัวยังมีส่วนของใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และ โคนแก่ พบร้อยละ 37.83- 54.45 โดยส่วน โคนมีปริมาณสูงกว่าส่วนใบอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ซึ่งจากปริมาณโซลเซลลูโลสและแอลฟา-เซลลูโลส สามารถคำนวณปริมาณเฮมิเซลลูโลสได้ร้อยละ 28.33 สำหรับใบอ่อน ร้อยละ 3.38 สำหรับโคนอ่อน ร้อยละ 26.88 สำหรับใบ แก่ และไม่พบสำหรับโคนแก่ แสดงให้เห็นว่าส่วนใบมีปริมาณเฮมิเซลลูโลสสูงกว่าส่วน โคนแสดงว่าส่วนใบสะสมเฮมิ เซลลูโลสซึ่งเป็นเซลลูโลสสายสั้นมีโครงสร้างออสติฐาน และละลายน้ำได้ดี ขณะที่ส่วน โคนมีการสะสมของเซลลูโลสในรูป ผลึกสูงกว่าส่วนใบ (Reddy and Yang, 2009) จากการศึกษาแอลฟา-เซลลูโลสในกก พบร้อยละ 43.47 (Pimchan & Saesim, 2016) เปลือกข้าวพบร้อยละ 95.84 (Tanarungrangsee et al., 2015) ชานอ้อยพบร้อยละ 51.04 (Pansuwan, 1999) ฟางข้าวพบร้อยละ 78-86.61 (Narkchamnan & Krongtaew, 2012) ซึ่งพืชเส้นใยที่ดีจะต้องมีปริมาณแอลฟา-เซลลูโลสไม่ต่ำกว่าร้อยละ 30 (Pansuwan, 1999) เห็นได้ว่าตัวอย่างรูปถัวยังมีปริมาณแอลฟา-เซลลูโลสในระดับที่เหมาะสมในการแปรรูปใช้ประโยชน์จากเส้น ใยได้เมื่อพิจารณาองค์ประกอบทางเคมีแล้วส่วนที่เหมาะสมที่สุดน่าจะเป็น โคนแก่เนื่องจากปริมาณสารแทรก สารอินทรีย์และ สารอนินทรีย์ปริมาณต่ำ ง่ายต่อการกำจัดและมีปริมาณเส้นใยและแอลฟา-เซลลูโลสสูงกว่าส่วนอื่น

### องค์ประกอบทางเคมีของเซลลูโลสจากรูปถัวยัง

เมื่อทำการสกัดเซลลูโลสในตัวอย่างรูปถัวยัง ส่วนใบอ่อน โคนอ่อน ใบแก่ และ โคนแก่ พบว่าได้เซลลูโลสผงสีน้ำตาล ดังรูปที่ 1. ร้อยละเซลลูโลสที่สกัดได้เป็น 23.90 25.90 21.83 และ 26.55 ตามลำดับ เมื่อทำการวิเคราะห์องค์ประกอบทางเคมี แล้วได้ผลดังตารางที่ 2



รูปที่ 1 ตัวอย่างเซลลูโลสจากรูปถาญีที่สกัดจาก a) ใบบ่อน b) โคนอ่อน c) ใบก่ และ d) โคนก่

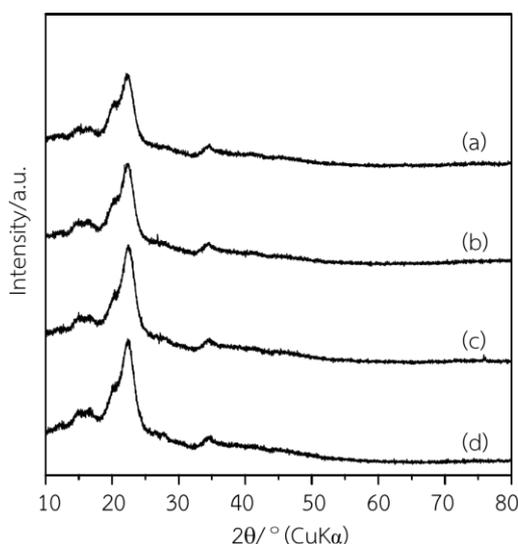
ตารางที่ 2 องค์ประกอบทางเคมีของเซลลูโลสสกัดจากรูปถาญีในดินเค็มบริเวณหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม

ตัวอย่าง เซลลูโลส	ความชื้น (%)	เถ้า (%)	สารแทรก (%)	ลิกนิน (%)	เยื่อใยหยาบ (%)	โพลี- เซลลูโลส (%)	แอลฟา- เซลลูโลส (%)
ใบบ่อน	3.31±0.25 <sup>c</sup>	1.57±0.04 <sup>b</sup>	1.96±0.20 <sup>c</sup>	0.40±0.10 <sup>b</sup>	61.71±0.85 <sup>a</sup>	67.40±0.80 <sup>b</sup>	60.18±0.93 <sup>b</sup>
โคนอ่อน	1.75±0.15 <sup>a</sup>	1.67±0.17 <sup>b</sup>	1.60±0.20 <sup>b</sup>	0.04±0.01 <sup>a</sup>	65.35±0.66 <sup>b</sup>	78.11±0.70 <sup>c</sup>	77.38±1.06 <sup>c</sup>
ใบก่	2.90±0.10 <sup>b</sup>	1.76±0.14 <sup>b</sup>	1.61±0.16 <sup>b</sup>	0.14±0.05 <sup>a</sup>	63.37±0.87 <sup>a</sup>	62.56±1.05 <sup>a</sup>	42.61±0.91 <sup>a</sup>
โคนก่	1.61±0.10 <sup>a</sup>	0.79±0.18 <sup>a</sup>	1.09±0.13 <sup>a</sup>	0.06±0.28 <sup>a</sup>	67.09±1.41 <sup>b</sup>	87.61±1.17 <sup>d</sup>	86.52±0.64 <sup>d</sup>

หมายเหตุ ข้อมูลแสดง ค่าเฉลี่ย±ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ทางสถิติ One-way ANOVA ที่ระดับ .05 ตัวอักษรในสคมภ์เดียวกันที่แตกต่างกัน แสดงความแตกต่างทางสถิติ

ตัวอย่างเซลลูโลสจากรูปถาญีใบบ่อน โคนอ่อน ใบก่ และ โคนก่ มีความชื้นร้อยละ 1.61-3.31 โดยทั่วไปเส้นใยจะมี น้ำแทรกอยู่ระหว่างโมเลกุลตรงหมู่ไฮดรอกซิล (OH) และมีการจัดตัวแบบไม่เป็นระเบียบ (Kaewruang & Limmanee, 2013) ระดับความชื้นในพืชสมุนไพรต้องมีปริมาณไม่เกินร้อยละ 8 (Phayakphrom, 2015) ปริมาณน้ำในเซลลูโลสจากส่วนต่างๆ ของ รูปถาญีอยู่ในระดับที่ไม่เกินมาตรฐาน จากการเปรียบเทียบทางสถิติพบว่าความชื้นของเซลลูโลสจากโคนก่ และ โคนอ่อน มีค่า ต่ำกว่าส่วนใบก่และใบบ่อนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อเปรียบเทียบความชื้นของเซลลูโลสกับความชื้นของ รูปถาญีพบว่าเซลลูโลสจากส่วน โคนมีความชื้นต่ำกว่าจากส่วน ใบบ่อนที่รูปถาญีส่วน โคนมีความชื้นสูงกว่าใบบ่อนแสดงว่าน้ำผลึก ส่วนที่แทรกในโมเลกุลเส้นใยของส่วน โคนมีปริมาณต่ำกว่าเมื่อสกัดเซลลูโลสน้ำที่ผิวภายนอกโมเลกุลถูกกำจัดออกจึงมีปริมาณ ความชื้นต่ำกว่า และจากปริมาณเถ้า สารแทรกและลิกนิน พบว่าเซลลูโลสจากส่วนต่างๆ ของรูปถาญีมีปริมาณต่ำมาก แสดงถึง การมีสารเจือปนต่ำสามารถใช้เป็นเส้นใยอาหารเพื่อรับประทานโดยไม่เป็นอันตราย และเซลลูโลสจากส่วน โคนก่มีปริมาณเถ้า สารแทรกและลิกนินร้อยละ 0.79 1.09 และ 0.06 ตามลำดับซึ่งมีปริมาณต่ำกว่าส่วนอื่นๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วน โคนก่จึงมีความเหมาะสมในการใช้ประโยชน์มากที่สุดสอดคล้องกับองค์ประกอบทางเคมีของรูปถาญี

การสกัดเซลลูโลสจากส่วนต่างๆ ของรูปถั่วฝักยาวได้ผ่านกระบวนการกำจัดโปรตีน ไขมัน และสารแทรก ส่งผลให้เซลลูโลสมีปริมาณเชื้อยีสหยาบ ไฮโดรเซลลูโลส และแอลฟา-เซลลูโลสสูงขึ้น โดยปริมาณไฮโดรเซลลูโลส และแอลฟา-เซลลูโลสที่สกัดจากส่วนโคนเพิ่มขึ้นในปริมาณที่สูงมาก สอดคล้องกับปริมาณสารแทรก และเถ้าที่ต่ำ ทำให้หลังสกัดเซลลูโลสมีความบริสุทธิ์สูง ซึ่งจากการศึกษาปริมาณเซลลูโลสที่สกัดได้จากเมล็ดมะรุมพบร้อยละ 96.54 (Foophow et al., 2014) ฟางข้าวพบร้อยละ 30.11 (Rivai et al., 2018) กกพบร้อยละ 37.27 และหญ้านวลจันทร์พบร้อยละ 26.476 (Songthanasak & Jiraphongpong, 2011) โดยปริมาณเซลลูโลสที่สกัดได้มีความสัมพันธ์กับวิธีการสกัด สภาพที่ใช้ในการสกัด วัตถุดิบที่นำมาเตรียม ซึ่งส่งผลให้เซลลูโลสที่สกัดได้มีสมบัติแตกต่างกันด้วย (Pongnoree, 2004) ปริมาณเซลลูโลสจากรูปถั่วฝักยาวที่สกัดได้โดยเฉพาะจากส่วนโคนอ่อน และ โคนแก่ มีปริมาณใกล้เคียงกับเซลลูโลสที่ผลิตทางการค้าซึ่งมีองค์ประกอบของแอลฟา-เซลลูโลสร้อยละ 80 ขึ้นไป (Leppänen et al., 2009) จึงถือเป็นพืชทางเลือกที่สามารถนำมาใช้ประโยชน์เป็นแหล่งเซลลูโลสได้ จากนั้นนำเซลลูโลสที่ได้ไปวิเคราะห์โครงสร้างผลึกด้วยเทคนิคการเลี้ยวเบนด้วยรังสีเอ็กซ์ (X-ray diffraction) และอินฟราเรดสเปกตรัม (FT-IR) ได้ผลการวิเคราะห์ดังรูปที่ 2 และ 3

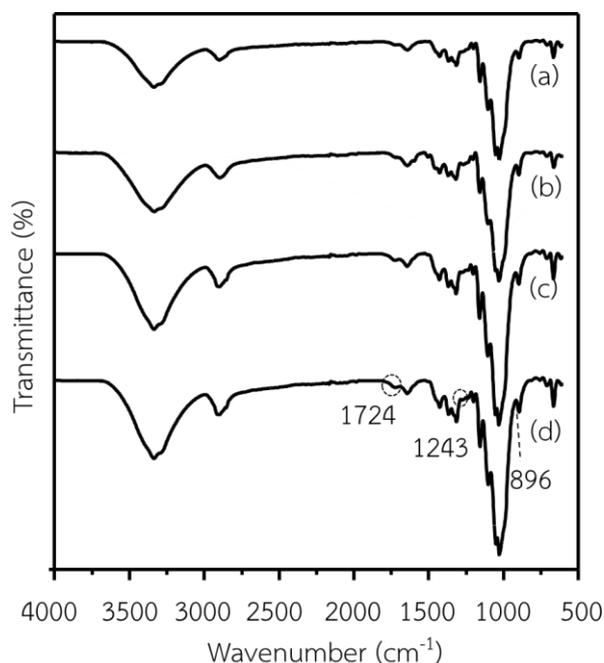


รูปที่ 2 X-ray diffraction ของเซลลูโลสจากรูปถั่วฝักยาวที่สกัดจาก a) ใบอ่อน b) โคนอ่อน c) ใบแก่ และ d) โคนแก่

จากการวิเคราะห์ด้วยเทคนิคการเลี้ยวเบนด้วยรังสีเอ็กซ์ (X-ray diffraction) เซลลูโลสจากส่วนต่างๆ ของรูปถั่วฝักยาว พบพีค  $2\theta$  ที่ตำแหน่ง  $22^\circ$  และ  $35^\circ$  ซึ่งสอดคล้องกับระนาบ 200 และ 400 (Oun & Rhim, 2015) นอกจากนี้ยังปรากฏพีคตำแหน่ง  $2\theta$  ที่  $14.9^\circ$  และ  $16.6^\circ$  สอดคล้องกับระนาบ 110 และ 110 ตามลำดับ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่แสดงโครงสร้างเซลลูโลส II คือโครงสร้างแบบบิดเกลียว มีความเป็นผลึกสูง (Yiyang et al., 2015; Phinichka & Kaenthong, 2018) คล้ายกับที่เตรียมได้ในฝ้าย (Reddy & Yang, 2009; Reddy et al., 2014)

จากอินฟราเรดสเปกตรัมของเซลลูโลสจากรูปถั่วฝักยาวในดินเค็มดังภาพที่ 3 พบพีคที่ตำแหน่ง  $3200-3300\text{ cm}^{-1}$  ซึ่งเป็นการสั่นของหมู่ไฮดรอกซิล (-OH group) (Ping & You-Lo, 2012) พีคที่ตำแหน่ง  $2893\text{ cm}^{-1}$  เป็นการสั่นของพันธะ C-H ในหมู่เมทิล ( $\text{CH}_2$ ) (Yiyang et al., 2015) ตำแหน่ง  $800-1200\text{ cm}^{-1}$  เป็นการสั่นของหมู่ C-O-C และ C-O ของวงแหวนอะโรมาติก (Maiti et al., 2013) ยืนยันโครงสร้างของเซลลูโลส นอกจากนี้พีคที่ตำแหน่ง  $3329$  และ  $3288\text{ cm}^{-1}$  ยังแสดงลักษณะการสั่นของหมู่ไฮดรอกซิล (-OH group) ระหว่างโมเลกุลของเซลลูโลส II ยืนยันได้ว่าสารที่สกัดจากรูปถั่วฝักยาวในดินเค็มมีเซลลูโลส II อยู่ใน

โครงสร้างด้วย (Ping & You-Lo, 2012) สอดคล้องกับการวิเคราะห์ด้วยเทคนิคการเลี้ยวเบนด้วยรังสีเอ็กซ์ (X-ray diffraction) และยังพบว่า FT-IR ของตัวอย่างรูปถ่ายปรากฏความเข้มต่ำมากที่ตำแหน่ง  $1724\text{ cm}^{-1}$  ซึ่งเป็นการสั่นของหมู่อะซิทิล (acetyl) และหมู่เอสเทอร์ของกรดยูโรนิก (uronic ester) ในโครงสร้างเพคติน เฮมิเซลลูโลส หรือพันธะเอสเทอร์ของหมู่คาร์บอกซิลของ กรดเฟอร์รูลิก (ferulic acid) และกรดพาราคูเมอริก (p-coumaric acid) ของลิกนิน (Chen et al., 2009) และที่ตำแหน่ง  $1245\text{ cm}^{-1}$  ซึ่งเป็นการสั่นแบบโค้งงอ (bending) ของ C-H O-H หรือ  $\text{CH}_2$  ของหมู่เอريل (aryl) ของลิกนิน (Mandal & Chakrabarty, 2011; Abraham et al., 2011; Morán et al., 2008) แต่ปรากฏที่ตำแหน่ง  $896\text{ cm}^{-1}$  ที่ชัดเจนซึ่งเป็นพีคของพันธะเบต้า-ไกลโคซิดิก ( $\beta$ -glycosidic) (Chen et al., 2009) แสดงถึงเซลลูโลสที่เตรียมได้มีความบริสุทธิ์สูง (Punyanunt et al., 2018) สอดคล้องกับ ปริมาณองค์ประกอบทางเคมี



รูปที่ 3 FT-IR ของเซลลูโลสจากรูปถ่ายที่สกัดจาก a) ใบบ่อน b) โคนอ่อน c) ใบก้าม และ d) โคนก้าม

### สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาองค์ประกอบทางเคมีของรูปถ่าย ในดินเค็มหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม พบว่าความชื้น เถ้า สารแทรกที่ละลายในตัวทำละลายอินทรีย์และลิกนินมีปริมาณในระดับที่สามารถแปรรูปปรับประทานได้ ไม่เป็นอันตรายต่อ ร่างกาย และเชื้อไฮยาบ โอลิเซลลูโลส และแอลฟา-เซลลูโลสมีปริมาณสูง เหมาะสมที่จะเป็นพืชทางเลือกในการใช้ประโยชน์ จากเส้นใยโดยเฉพาะส่วน โคนก้ามซึ่งมีความเหมาะสมที่สุด เมื่อสกัดเซลลูโลสจากใบบ่อน โคนอ่อน ใบก้าม และ โคนก้ามของ รูปถ่ายพบว่าเซลลูโลสที่ได้มีความบริสุทธิ์สูง และเซลลูโลสจากโคนก้ามมีปริมาณแอลฟา-เซลลูโลสร้อยละ 86.52 ซึ่งมีค่า เทียบเท่ากับเซลลูโลสในท้องตลาด รูปถ่ายในดินเค็มหนองบ่อ อำเภอบรบือ จังหวัดมหาสารคาม จึงสามารถใช้เป็นแหล่ง เซลลูโลสในการใช้ประโยชน์ในอาหารได้

### กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสาขาวิชาเคมี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ในการสนับสนุนการทำวิจัย

### เอกสารอ้างอิง

- Abraham, E., Deepa, B., Pothan, L. A., Jacob, M., Thomas, S., Cvelbar U., & Anandjiwala, R. (2011). Extraction of nanocellulose fibrils from lignocellulosic fibers: A novel approach. *Carbohydrate Polymer*, 86, 1468–1475.
- Atiwannapat, P., Anapanuruk, W., Oonjittichai, W., & Karuhaputtana, B. (2008). *Study on chemical constituents of Acacia crassicarpa*. pp. 125-129. In The 46th Kasetsart University annual conference, 29 January - 1 February 2008, Kasetsart University, Bangkok. (in Thai)
- AOAC. (1990). *Official Methods of Analysis*. The Association of Official Analytical Chemists. Washington D.C., 298.
- Central Laboratory and Greenhouse Complex. (2018). *Cattail*. Retrieved January 10, 2020, from <http://clgc.agri.kps.ku.ac.th/resources/weed/typha.html>
- Chen, Y., Liu, C., Chang, P.R., Cao, X., & Anderson, D.P. (2009). Bionanocomposites based on pea starch and cellulose nanowhiskers hydrolyzed from pea hull fibre: Effect of hydrolysis time. *Carbohydrate Polymers*, 76(4), 607–615.
- Foophow, T., Promsang, A., Onto, P., & Bhumgerd, W. (2014). Effect of the extraction methods on the properties of moringa seed cake cellulose. *SDU research journal humanities and social science*, 7(2), 43-55. (in Thai)
- Juan, I.M., Vera A.A., Viviana, P.C., & Analia, V. (2008). Extraction of cellulose and preparation of nanocellulose from sisal fibers. *Cellulose*, 15, 149-159.
- Kaewruang, W., & Limmanee, S. (2013). *Lotus fiber from the stream: textile innovation*. Retrieved January 10, 2020, from <http://library.dip.go.th/multim6/edoc/2557/23088.pdf>.
- Khemacheewakul, J., Halee, A., Janmud, W., & Boonkomol, S. (2018). Antioxidant dietary fiber from edible bean coats and the application in food products. *RMUTP Research Journal*, 12(1), 183-195. (in Thai)
- Leppänen, K., Andersson, S., Torkkeli, M., Knaapila, M., Kotelnikova, N., & Serimaa, R. (2009). Structure of cellulose and microcrystalline cellulose from various wood species, cotton and flax studied by X-ray scattering. *Cellulose*, 16, 999-1015.
- Liampeechea, L., Jutakradsada, P., & Kamwilaisak, K. (2014). *The properties of extracted linin from black liquor*. pp. 21-26. In The 1st National conference of farm engineering and automation technology, 5 - 30 September 2014, Khon Kaen University, Khon Kaen. (in Thai)
- Maiti, S., Jayaramudu, J., Das, K., Reddy, S. M., Sadiku, R., Ray, S. S., & Liu, D. (2013). Preparation and characterization of nano-cellulose with new shape from different precursor. *Journal of Carbohydrate Polymers*, 98, 562-567.
- Mandal, A., & Chakrabarty, D. (2011). Isolation of nanocellulose from waste sugarcane bagasse (SCB) and its characterization. *Carbohydrate Polymers*, 86, 1291– 1299.
- Morán, J.I., Alvarez, V.A., Cyras, V.P., & Vázquez, A. (2008). Extraction of cellulose and preparation of nanocellulose from sisal fibers. *Cellulose*, 15, 149-159.
- Narkchamnan, S., & Krongtaew, C. (2012). Separation of Nanoscale Natural Fibers from Rice Straw by Organosolv-High Shear Homogenization System. *KKU Research Journal*, 17(2), 267-277. (in Thai)
- Nunes, R.C.R. (2017). Rubber nanocomposites with nanocellulose. In Thomas, S. & Hanna J.M. (Eds.), *Progress in Rubber Nanocomposites*. pp. 463-494. Rio de Janeiro, Brazil: Woodhead Publisher.

- Oun, A.A., & Rhim, J.W. (2015). Effect of post-treatments and concentration of cotton linter cellulose nanocrystals on the properties of agar-based nanocomposite films. *Journal of Carbohydrate Polymers*, 134, 20-29.
- Pansuwan, W. (1999). Chemical component determination of non wood raw material for pulp and paper industry. In Kasetsart Agricultural and Agro-Industrial Product Improvement Institute, *HUFA Project Handbook: Research Project for Higher Utilization of Forestry and Agricultural Plant Materials in Thailand (HUFA)*. pp. 3-14. Thailand: KAPI-JICA. (in Thai)
- Phayakphrom, P. (2015). Quality control of Thai herbal products. *Journal of Organization Pharmacy*, 22(4), 1-7. (in Thai)
- Phinichka, N., & Kaenthong, S. (2018). Regenerated cellulose from high alpha cellulose pulp of steam-exploded sugarcane bagasse. *Journal of Materials Research and Technology*, 7(1), 55-65
- Pimchan, P., & Saesim, N. (2016). Effects of saline soils on culms and culm strands of *Cyperus Rottb.* *Naresuan University Journal: Science and Technology*, 14(3), 55-64.
- Ping, L., & You-Lo, H. (2012). Cellulose isolation and core-shell nanostructures of cellulose nanocrystals from chardonnay grape skins. *Journal of Carbohydrate Polymers*, 87, 2546–2553.
- Pongnoree, J. (2004). *Cellulose extraction from banana peel*. Retrieved January 10, 2020, from <http://webkc.dede.go.th/testmax/sites/default/files>.
- Punyanunt, S., Piyachomkwan, K. & Sriroth, K. (2018). Preparation and Characterization of Cellulose Gel from Cassava Pulp for Food Applications. *King Mongkut's Agricultural Journal*, 36(2), 106-116. (in Thai)
- Reddy, N., & Yang, Y. (2009). Natural cellulose fibers from soybean straw. *Bioresource Technology*, 100, 3593-3598.
- Reddy, K.O., Zhang, J., Zhang, J., & Rajulu, A.V. (2014). Preparation and properties of self-reinforced cellulose composite films from Agave microfibrils using an ionic liquid. *Carbohydrate Polymers*, 114, 537-545.
- Rivai, H., Hamdani, A.S., Ramdani, R., Lalfari, R.S., Andayani, R., Armin, F., & Djamaan, A. (2018). Production and characterization of alpha cellulose derived from rice straw (*Oryza sativa* L.). *International Journal of Pharmaceutical Sciences Review and Research*, 52(1), 45-48.
- Saengchu, N., Puttnual, C., Pongsakchat, V., Limroongreungrat, K., & Sangnark, A. (2008). Fortification of Carboxymethylcellulose Prepared from Rice Straw for Decreasing Oil Uptake in Chinese Dough Product. *KMUTT Research and Development Journal*, 31(3), 513-521. (in Thai)
- Singanusong, R., & Sodchit, C. (2011). Production of cellulose from banana peels. *Agricultural Science Journal*, 42(3) (Suppl.), 741-744.
- Songthanasak, K., & Jiraphongpong, W. (2011). *Study of cellulose hemicellulose and lignin from waste in plants for use in the production of bioplastic film*. pp. 1-4. In The 21st International Thai Institute of chemical engineering and applied science conference, 10-11 November 2011, Hat Yai, Songkhla. (in Thai)
- Tanarungrangsee, K., Laohakunjit, N., & Kerdechuechuen, O. (2015). Alkaline Extraction Optimization, Characteristics and Functional Properties of Dietary Fiber from Rice Hull. *Agricultural Science Journal*, 46(3), 69-472. (in Thai)
- TAPPI (US Technical Association of Pulp and Paper Industry): Preparation of wood for chemical analysis, T 264om-88. (1998). *Tappi test methods*. Atlanta, GA, USA: Technical Association of the Pulp and Paper Industry.

- TAPPI (US Technical Association of Pulp and Paper Industry): Technical association of pulp and paper industry, T 211 om-93. (2000). *Tappi test methods*. Atlanta, GA, USA: Technical Association of the Pulp and Paper Industry.
- TAPPI (US Technical Association of Pulp and Paper Industry): Preparation of wood for chemical analysis, T 264-om-97. (1997). *Tappi test methods*. Atlanta, GA, USA: Technical Association of the Pulp and Paper Industry.
- Thompson, O.M., Ballew, G., Resincow, K., Must, A., Bandini, H., Cyr H., & Dietz, W.H. (2004). Food purchased away from home as a predictor of change in BMI-score among girls. *International Journal of Obesity and Related Metabolic Disorders*, 28, 282-289.
- Winuprasith, T., Sahasakul, Y., & Rungraung, N. (2018). Nanocellulose: Food Application and Food Safety Aspects. *Thai Journal of Toxicology*, 32(1), 67-79. (. (in Thai)
- Yiying, Y., Jingquan, H., Guangping, H., Quanguo, Z., French, A. D., & Wu, W. Q. (2015). Characterization of cellulose I/II hybrid fibers isolation from energycane bagasse during the delignification process: Morphology, crystallinity and percentage estimation. *Journal of Carbohydrate Polymers*, 133, 438-447.
- Zobel, B. J., & McElwee, R. L. (1966). Variation of cellulose in loblolly pine. *Tappi Journal*, 49, 383-387.

Research Article

# ผลของกำลังคลื่นไมโครเวฟระดับอุตสาหกรรมต่อคุณสมบัติทางกายภาพและเคมีของข้าวเกรียบปลาถึงสำเร็จรูป

## The effect of industrial microwave power level on physical and chemical properties of semi-finished fish crackers

รอมลี เจดอเลาะ<sup>1\*</sup> และมาหะมะดารี แวโนะ<sup>2</sup>

Romlee Chedoloh<sup>1\*</sup> and Mahamadaree Waeno<sup>2</sup>

<sup>1</sup>สาขาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการอาหาร คณะวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและการเกษตร มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา ถนนเทศบาล 3 ตำบลสะเตง อำเภอเมือง จังหวัดยะลา 95000

<sup>2</sup>สาขาวิชารัฐประศาสนศาสตร์ คณะศิลปศาสตร์และสังคมศาสตร์ มหาวิทยาลัยฟาฏอนี ตำบลเขาตุม อำเภอยะรัง จังหวัดปัตตานี 94160

<sup>1</sup>Food Science and Technology, Faculty of Science Technology and Agriculture, Yala Rajabhat University, Thetsaban 3 Road, Tambol Sateng, Amphoe Mueang, Yala Province 95000

<sup>2</sup>Public Administration Department, Faculty of Liberal Arts and Social Sciences, Fatoni University, Tambol Khautoom, Amphoe Yarang, Pattani Province 94160

\*E-mail: romalee.c@yru.ac.th

Received: 18/05/2020; Revised: 11/10/2020; Accepted: 05/11/2020

### บทคัดย่อ

ปัจจุบันผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาที่ผ่านการทอดมีไขมันสูงและมีความเสี่ยงก่อให้เกิดโรคมะเร็ง รวมทั้งรูปแบบการบริโภคเปลี่ยนไปจากเดิมโดยใช้ไมโครเวฟในการผลิตอาหารและอุ่นอาหาร เนื่องจากสะดวกและประหยัดเวลา การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการอบพองข้าวเกรียบปลาด้วยไมโครเวฟต่อคุณสมบัติทางกายภาพและเคมีของข้าวเกรียบปลาถึงสำเร็จ โดยนำข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสในพื้นที่ 3 จังหวัดชายแดนใต้อบพองด้วยเครื่องไมโครเวฟที่กำลังคลื่นไมโครเวฟ 1,300 และ 1,700 วัตต์ และระยะเวลาอบที่ 10 20 และ 30 วินาที จากการศึกษา พบว่า กำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลามีผลต่อค่าความสว่าง ( $L^*$ ) ในข้าวเกรียบปลาแตกต่างกัน ( $p \leq 0.05$ ) โดยข้าวเกรียบปลาปัตตานีและนราธิวาสใช้กำลังคลื่นไมโครเวฟ 1,700 วัตต์ ระยะเวลา 30 วินาที ที่เหมาะสมที่สุดในการอบพองขยายตัวได้ดีและมีคุณภาพตามที่มาตรฐานกำหนดไว้ ซึ่งค่า  $L^*$  และ  $b^*$  ของข้าวเกรียบปลาทั้ง 2 ชนิดมีแนวโน้มจะมีค่าลดลงแปรตามกำลังคลื่นไมโครเวฟ และระยะเวลาการอบพองด้วย

ไมโครเวฟที่เพิ่มขึ้น ขณะที่ค่า  $a^*$  มีแนวโน้มค่าสีแดงเพิ่มขึ้นตามลำดับ ( $p \leq 0.05$ ) เมื่อพิจารณาค่าการพองตัวเพิ่มขึ้นแปรตามกำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาที่เพิ่มขึ้น ในขณะที่ปริมาณความชื้นและค่าวอเตอร์แอกทิวิตี ( $a_w$ ) จะลดลง ข้าวเกรียบปลาหลังการอบพองด้วยไมโครเวฟ พบว่า ปริมาณความชื้น ร้อยละ 2.51-3.47 และค่า  $a_w$  อยู่ในช่วง 0.41-0.46 ซึ่งสามารถยึดอายุการเก็บรักษาของผลิตภัณฑ์ได้ คุณภาพทางประสาทสัมผัสของผลิตภัณฑ์ พบว่าข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสมีคะแนนการทดสอบด้านความชอบโดยรวมไม่แตกต่างกัน ( $p > 0.05$ ) ซึ่งมีคะแนนเท่ากับ 7.23 (ชอบปานกลาง) และ 7.16 (ชอบปานกลาง) ตามลำดับ ดังนั้นข้าวเกรียบปลาอบพองด้วยกำลังคลื่นไมโครเวฟระดับอุตสาหกรรมมีรสชาติ เนื้อสัมผัส กลิ่นใกล้เคียงกับข้าวเกรียบปลาทอดและสามารถขยายทางการตลาดต่อไป

**คำสำคัญ:** ข้าวเกรียบปลาสำเร็จรูป, สมบัติทางกายภาพและเคมี, กำลังคลื่นไมโครเวฟ, ระยะเวลาอบพอง

#### Abstract

Currently, fried fish cracker products are high in fat and are at risk of cancers. The microwave application has gained popularity due to its convenience. The aim of this research was to study the effect of microwave power level with different puffing times on the physical and chemical properties. The fish cracker of Pattani and Narathiwat provinces were puffed by using of fish crackers microwave power (1,300 and 1,700 watts) and puffed (10, 20, and 30 seconds). The results showed that microwave power and time affect brightness value ( $L^*$ ) with significantly different ( $p \leq 0.05$ ). The microwave power at 1,700 for 30 second was suitable for puffing of fish cracker products from the Pattani and Narathiwat with according standard of fish cracker. The  $L^*$  and  $b^*$  values of both types of fish crackers tended to be decreased as the microwave power and duration time decreased. Whereas, the value  $a^*$  (redness) increased tendency with significantly different ( $p \leq 0.05$ ). Moreover, moisture content and water activity ( $a_w$ ) were decreased when microwaving at higher microwave power for a longer time. The moisture content and  $a_w$  of puffed fish crackers were 2.51-3.47 % and 0.41-0.46, The low value of moisture content and  $a_w$  indicated that this product could have an extended shelf life. 0.41-0.46, respectively. Pattani fish crackers and Narathiwat fish crackers showed overall liking score with not significantly different ( $p > 0.05$ ) with the value at 7.23 (like moderately) and 7.16 (moderately like), respectively. In conclusion, these data indicated that the microwave application could be used in puffing semi-finished fish crackers and has a promising potential for the development of new products.

**Keywords:** semi-finished fish cracker, physical-chemical properties, microwave power, puffing time

## บทนำ

ปัจจุบันผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาในพื้นที่ 3 จังหวัดชายแดนภาคใต้มีความเป็นอัตลักษณ์และมีความโดดเด่นแตกต่างจากภูมิภาคอื่น ๆ โดยการผลิตข้าวเกรียบปลาจำนวนมากในพื้นที่อำเภอยะหริ่ง จังหวัดปัตตานี (Saah et al., 2015) และ อำเภอเมือง จังหวัดนราธิวาส ข้าวเกรียบปลาจัดเป็นอาหารที่สำเร็จรูปที่ผ่านการทำให้สุกในและทำแห้งในกระบวนการผลิต ผู้บริโภคสามารถบริโภคข้าวเกรียบปลาทอดเป็นขนมขบเคี้ยว บางพื้นที่บริโภคข้าวเกรียบปลาพร้อมกับข้าวต้ม อย่างไรก็ตามการบริโภคลักษณะนั้นจะได้ปริมาณของไขมันจากน้ำมันที่ทอด โดยปกติข้าวเกรียบปลาที่ผ่านการทอดมีไขมันร้อยละ 24.83-25.71 (Chedoloh, 2017) โดยน้ำหนัก ทำให้ผู้ประกอบการมีการใช้กรรมวิธีในการลดปริมาณของไขมันจากการทอดเป็นกรรมวิธีอื่น เช่น การคั่วด้วยหินกรวดขนาดเล็ก และการอบด้วยเตาแก๊ส ซึ่งมีความยากง่ายแตกต่างกัน อาจจะมีการปั่นแป้งเนื้อเหิน หรือการไหม้ในข้าวเกรียบปลาก่อให้เกิดอันตรายต่อผู้บริโภคได้ (Chedoloh & Chehmalee, 2019) การนำข้าวเกรียบปลาอบพองด้วยไมโครเวฟ จัดเป็นกรรมวิธีที่ดีที่สุดตอนนี้ จากการอบพองใช้เวลาสั้น และช่วยลด ปริมาณไขมันในผลิตภัณฑ์ ซึ่งเหมาะสมกับผู้รักสุขภาพ (Rakesh & Datta, 2011) และมีคุณค่าทางโภชนาการของกรดไขมันโอเมก้า 3 อีกด้วย

การนำแผ่นข้าวเกรียบปลาดิบผ่านการอบพองด้วยไมโครเวฟลงในภาชนะที่ทนต่อความร้อนและการเกิดปฏิกิริยาอบพองด้วยเครื่องไมโครเวฟ (Chedoloh & Chehmalee, 2019) หรือการนำแผ่นข้าวเกรียบบรรจุซองกระดาษหรือพลาสติกแล้วทำการอบพองพร้อมบรรจุภัณฑ์ลักษณะการบริโภคคล้ายกับข้าวโพดคั่ว (popcorn) โดยปกติร้านสะดวกซื้อมีเครื่องไมโครเวฟทุกสาขา ได้แก่ เซเว่นอีเลฟเว่น โลตัส และมินิมาร์ท เป็นต้น ซึ่งเครื่องไมโครเวฟมีกำลังคลื่นสูงประมาณ 1,200-1,700 วัตต์ เพื่อใช้ในการอบอาหารประเภทข้าวแช่แข็ง อาหารแช่แข็ง ไข่กรอก และลูกชิ้น ซึ่งจะมีความแตกต่างจากเครื่องไมโครเวฟที่ใช้ในครัวเรือนมีกำลังคลื่นต่ำกว่า ซึ่งช่วงคลื่นไมโครเวฟ 200-800 วัตต์ และการใช้งานที่แตกต่างกัน

การนำผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาดิบแล้วทำการให้พองตัวด้วยเครื่องไมโครเวฟในร้านสะดวกซื้อ ช่วยขยายตลาดและการจำหน่ายผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาที่มีผลต่อการสร้างรายได้ต่อผู้ประกอบการในพื้นที่ 3 จังหวัดชายแดนภาคใต้จากการกระจายสินค้าของผู้ประกอบการและเป็นทางเลือกของผู้บริโภคมากขึ้น รวมทั้งป้องกันการแตกหักของแผ่นข้าวเกรียบปลาที่ส่งผลให้ไม่เป็นที่ยอมรับของผู้บริโภค (Chedoloh & Chehmalee, 2019) อย่างไรก็ตามการผลิตข้าวเกรียบปลาสำหรับอบพองด้วยไมโครเวฟ ต้องการส่วนผสมที่แตกต่างกับข้าวเกรียบทั่วไปเล็กน้อย เช่น อัตราส่วนของแป้งและเนื้อ การใส่สารให้ความฟู และผัก เป็นต้น แต่กรรมวิธีการผลิตหลักเหมือนกัน กล่าวคือการเตรียมเนื้อปลาที่ผ่านการบดละเอียด แล้วผสมกับแป้งมันสำปะหลัง ขึ้นรูปให้มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 2-4 เซนติเมตรผ่านการต้ม ประมาณ 40-60 นาที และหั่นเป็นชิ้นบาง ๆ นำแผ่นข้าวเกรียบปลาอบแห้งด้วยตู้อบลมร้อน เวลา 4-5 ชั่วโมง หรือตากแดด 1 แดด (Chedoloh, 2017) แล้วนำไปทอด หรืออบให้พองตัวด้วยไมโครเวฟ

การนำผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาให้พองตัว โดยใช้คลื่นไมโครเวฟเพื่อให้โมเลกุลของน้ำเกิดการสั่นภายในผลิตภัณฑ์ ซึ่งโมเลกุลของน้ำดูดกลืนพลังงานของคลื่นไมโครเวฟ จากความถี่ของการหมุนที่มีความเป็นเชิง

ขั้ว (dipole) สูงกับความถี่ของคลื่นไมโครเวฟที่ความถี่ 2.45 กิกะเฮิรตซ์ (GHz) ทำให้เกิดการกำทอน ความเร็วในการหมุนหรือการสั่นก่อให้เกิดความร้อนเกิดขึ้นที่จุดคลื่นไมโครเวฟสัมผัสกับอาหาร (Rungsardthong, 2014) และคุณสมบัติเชิงไดอิเล็กตริก (Reynolds, 1989) ดังนั้นงานวิจัยนี้ศึกษาผลของคลื่นไมโครเวฟระดับอุตสาหกรรมต่อคุณสมบัติทางกายภาพและเคมีของข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาส ซึ่งจะช่วยการขยายทางการตลาดและเพิ่มความสะดวกของผู้บริโภคได้

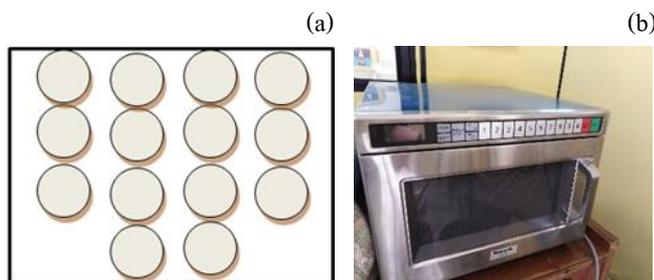
## วิธีการทดลอง

### 1. วัตถุดิบ สารเคมีและเครื่องมือวิเคราะห์

นำข้าวเกรียบปลาดิบจากวิสาหกิจชุมชนข้าวเกรียบปลาแหลมโพธิ์ บ้านปัตตานี ตำบลแหลมโพธิ์ อำเภอยะหริ่ง จังหวัดปัตตานี และกลุ่มวิสาหกิจชุมชนข้าวเกรียบปลาอัลฟาลัส ตำบลละลุวเหนือ อำเภอเมืองนราธิวาส จังหวัดนราธิวาส ข้าวเกรียบปลาที่มีการบรรจุในถุงพลาสติกชนิดพอลิโพรไพลีน (polypropylene; PP) ขนาดบรรจุ 500 กรัม อายุการผลิตไม่เกิน 3 เดือน เพื่อป้องกันการเกิดกลิ่นและคุณภาพของข้าวเกรียบที่มีคุณภาพ และมีการตรวจสอบคุณภาพโดยการนำแผ่นข้าวเกรียบปลาที่ไม่แตกหัก ไม่มีการปนของเศษกระดูกปลา และมีขนาดแผ่นที่ใกล้เคียงกัน จัดเป็นชุดการทดลองคัดแปลงจาก Chedoloh & Chehmalee (2019) ชุดละ 14 ชิ้น มีการควบคุมขนาดของข้าวเกรียบปลาปัตตานี และข้าวเกรียบปลานราธิวาส โดยมีค่าเฉลี่ยของเส้นผ่านศูนย์กลางจากแผ่นข้าวเกรียบปลาแต่ละชนิด จำนวน 10 แผ่น เท่ากับ  $3.15 \pm 0.14$  และ  $3.20 \pm 0.16$  เซนติเมตร ตามลำดับ และความหนาของข้าวเกรียบปลาทั้ง 2 ชนิด เท่ากับ  $2.17 \pm 0.15$  และ  $2.28 \pm 0.17$  มิลลิเมตร การวิเคราะห์ความชื้นของแผ่นข้าวเกรียบปลาด้วยวิธีการ AOAC (2000) มีปริมาณความชื้น เท่ากับ ร้อยละ  $8.31 \pm 0.16$  และ  $8.33 \pm 0.17$  ตามลำดับ ซึ่งมีขนาด ความหนาและความชื้นของข้าวเกรียบปลาทั้ง 2 ชนิดไม่มีความแตกต่างกัน ( $p > 0.05$ )

### 2. การเตรียมวัตถุดิบ

การเตรียมตัวอย่างสำหรับการทดลองโดยการนำข้าวเกรียบปัตตานีที่มีส่วนผสมของแป้งมันสำปะหลัง เนื้อปลาหู กากสาชู น้ำตาลทราย เกลือ และ ไข่เป็ด ขณะที่ข้าวเกรียบปลานราธิวาส มีส่วนผสม แตกต่างเล็กน้อย คือประกอบด้วยส่วนผสมของแป้งมันสำปะหลัง เนื้อปลาหู แป้งสาชู น้ำตาลทราย เกลือ (ไม่สามารถระบุรายละเอียดร้อยละของส่วนผสม เนื่องจากความลับทางการค้าของผู้ประกอบการ) แล้วนำข้าวเกรียบปลาอบพองด้วยไมโครเวฟยี่ห้อ Panasonic รุ่น NE-1753 ขนาด (กว้างxยาวxสูง) 422x508x337 มิลลิเมตร ขนาดพื้นที่ด้านใน 330x310x175 มิลลิเมตร (รูปที่ 1 b) โดยไม่มีจานหมุนภายใน ทำการวางตำแหน่งของแผ่นข้าวเกรียบกระจายในเครื่องไมโครเวฟ (รูปที่ 1 a) จากนั้นวิเคราะห์คุณสมบัติทางกายภาพและสมบัติทางเคมีของข้าวเกรียบปลา 2 ชนิด



รูปที่ 1 การจัดเรียงแผ่นข้าวเกรียบปลาในภาชนะเครื่องไมโครเวฟ (a) และเครื่องไมโครเวฟระดับร้านอาหารซื้อ (b)

### 3. ศึกษาผลของกำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาอบต่อสมบัติทางกายภาพและเคมีของข้าวเกรียบปลากึ่งสำเร็จรูปด้วยเทคนิคการพองตัวโดยไมโครเวฟระดับอุตสาหกรรม

นำข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลาตราฉลาม ทำให้พองตัวด้วยไมโครเวฟที่ระดับ 1,300 และ 1,700 วัตต์ และระยะเวลาที่ 10 20 และ 30 วินาที วิเคราะห์สมบัติทางกายภาพและเคมีดังนี้

#### 3.1 ค่าสี

นำข้าวเกรียบปลาที่ผ่านการอบพองด้วยไมโครเวฟมาบดให้ละเอียด โดยการบดด้วยเครื่องบดละเอียด ประมาณ 5 นาที โดยวัดค่าสีใช้เครื่องวัดค่าสี (color flex) รุ่น Hunter lab CX 1417, ประเทศสหรัฐอเมริกา นำตัวอย่างใส่ลงในจานแก้วใสและปิดฝา เลือกโปรแกรม STANDARDIZE ทำการทดสอบเทียบเครื่องมือวัด (calibration) เลือกค่าคุณสมบัติในการวัดค่าสีระบบเป็น  $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$  ทำการวัดค่าสีของตัวอย่าง อ่านผลการวัดค่าสีจากเครื่อง และบันทึกผลการวัดของแต่ละค่า การทดลอง 5 ซ้ำ เมื่อ  $L^*$  คือ ค่าสว่าง (0 เท่ากับสีดำ และ 100 เท่ากับสีขาว)  $a^*$  คือ สีแดงหรือสีเขียว (ค่าบวกเท่ากับสีแดง และค่าลบเท่ากับสีเขียว) และค่า  $b^*$  ความเป็นสีเหลืองหรือสีน้ำเงิน (ค่าบวกเท่ากับสีเหลือง และค่าลบเท่ากับสีน้ำเงิน (Chedoloh & Chehmalee, 2019)

#### 3.2 ค่าวอเตอร์แอกติวิตี ( $a_w$ )

นำข้าวเกรียบปลา วัดค่า  $a_w$  ด้วยเครื่องวัดค่า  $a_w$  Aqualab รุ่น S36090 ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยการบรรจุข้าวเกรียบปลาที่บดละเอียดไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งลงในดรัมพลาสติก นำดรัมใส่ใน Measuring chamber แล้วปิดฝา chamber โดยหมุนตามเข็มนาฬิกาและปิดฝาครอบ รอจนเครื่องทำงานเสร็จจะมีเสียงเตือน อ่านผลที่ได้จากเครื่อง การทดลอง 3 ซ้ำ พร้อมบันทึกผลการทดลอง (Chedoloh & Chehmalee, 2019)

#### 3.3 ความชื้น

นำกระป๋องอบความชื้นอบพร้อมฝาในตู้อบไอร้อนแบบไฟฟ้า รุ่น UF 260 ยี่ห้อ Memmert ประเทศเยอรมนี ที่อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียส นาน 2-3 ชั่วโมง ทำให้เย็นในโถดูดความชื้นนาน 30 นาทีชั่งน้ำหนัก ( $w_1$ ) ทำซ้ำจนน้ำหนักของทั้ง 2 ครั้งติดต่อกันไม่เกิน 2 มิลลิกรัม ซึ่งตัวอย่างข้าวเกรียบปลาที่ทราบน้ำหนักที่แน่นอน 2 กรัม ใส่ใน

กระป๋องอบความชื้นที่อบและชั่งน้ำหนักเรียบร้อยแล้ว ( $W_2$ ) นำกระป๋องอบความชื้นพร้อมฝาโดยเปิดฝาทิ้งไว้ไปอบที่ตู้อบไอร้อนแบบไฟฟ้าที่อุณหภูมิ 105 องศาเซลเซียส นาน 3 ชั่วโมง นำกระป๋องอบความชื้นออกจากตู้อบไอร้อนแบบไฟฟ้าโดยปิดฝาทันทีและทำให้เย็นในโถดูดความชื้นนาน 30 นาที ชั่งน้ำหนักที่แน่นอน นำไปอบต่ออีก 1 ชั่วโมงจนได้น้ำหนักที่คงที่ น้ำหนักที่คงที่หมายความว่าผลต่างของน้ำหนักที่ชั่งทั้ง (2 ครั้งติดกันไม่เกิน 2 มิลลิกรัม) ( $W_3$ ) (สมการที่ 1) (AOAC, 2000)

$$\begin{aligned} \text{ปริมาณความชื้นร้อยละของน้ำหนักรวม} &= [(W_2 - W_3) \times 100] / (W_2 - W_1) & (1) \\ W_1 &= \text{น้ำหนักรวมของกระป๋องอบความชื้น (กรัม)} \\ W_2 &= \text{น้ำหนักรวมของกระป๋องอบความชื้นและตัวอย่างก่อนอบ (กรัม)} \\ W_3 &= \text{น้ำหนักรวมของกระป๋องอบความชื้นและตัวอย่างหลังอบ (กรัม)} \end{aligned}$$

### 3.4 ความหนาแน่น

นำแผ่นข้าวปลาทั้ง 2 ชนิด จำนวน 4 แผ่น วิเคราะห์ความหนาแน่น โดยการหาปริมาตรของภาชนะ ใช้งานคำนวณปริมาตรของภาชนะเพิ่มเติม แล้วใส่แผ่นข้าวเกรียบปลาจะได้ปริมาตรของงาที่ที่ถูกแทนที่ (V) ชั่งน้ำหนักของข้าวเกรียบปลาที่ผ่านการอบด้วยไมโครเวฟ (M) ทำการทดลอง 5 ซ้ำ คำนวณ ตามสมการที่ 2

$$\begin{aligned} \text{ความหนาแน่น [g/cm}^3\text{]} &= M/V & (2) \\ \text{เมื่อ } M &= \text{น้ำหนักรวมของตัวอย่างข้าวเกรียบปลา (กรัม)} \\ V &= \text{ปริมาตรของงาที่ที่ถูกแทนที่ (ลูกบาศก์เซนติเมตร)} \end{aligned}$$

### 3.5 การฟองตัว

นำข้าวเกรียบปลาทั้ง 2 ชนิด วิเคราะห์การฟองตัว โดยคำนวณอัตราส่วนของการฟองตัว คือปริมาตรของตัวอย่างหลังอบหารด้วยปริมาตรตัวอย่างก่อนอบ ดังสมการที่ 3 ด้วยวิธี rapeseed displacement โดยใส่ข้าวเกรียบปลาก่อนอบจำนวน 4 แผ่นลงในกระบอกตวง เเทงลงไปสลับกับแผ่นข้าวเกรียบจนครบ แล้วเคาะกระบอกตวงให้แก้อัดแน่น เเทงและข้าวเกรียบออกจากกระบอกตวง แล้วแยกข้าวเกรียบออกจากงา นำงาเทใส่ฝักกระบอกตวง เคาะกระบอกตวง อ่านค่าปริมาตรงาที่ได้ปริมาตรงาที่ลดลงคือปริมาตรข้าวเกรียบปลาก่อนอบ ( $V_1$ ) นำแผ่นข้าวเกรียบปลาดังกล่าวไปอบด้วยไมโครเวฟ แล้วนำมาหาปริมาตรด้วยวิธีเดียวกัน จะได้ปริมาตรข้าวเกรียบปลาหลังอบ ( $V_2$ ) จำนวนการทดลอง 5 ซ้ำ (Suwan & Wongwat, 2011)

$$\begin{aligned} \text{อัตราส่วนการพองตัว [เท่า]} &= V_2/V_1 & (3) \\ \text{เมื่อ } V_1 &= \text{ปริมาตรของข้าวเกรียบปลาอ่อนอบ} \\ V_2 &= \text{ปริมาตรของข้าวเกรียบปลาหลังอบ} \end{aligned}$$

#### 4. การทดสอบทางด้านประสาทสัมผัส

นำแผ่นข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสที่ผ่านการทอดที่อุณหภูมิ 180 องศาเซลเซียสด้วยน้ำมันปาล์ม นาน 10 วินาที (ชุดควบคุม) และอบพองด้วยไมโครเวฟที่กำลังคลื่นไมโครเวฟที่เหมาะสมจากข้อ 3 รวม 4 ชุดการทดลอง ทดสอบการยอมรับทางประสาทสัมผัส จากนักศึกษาที่ไม่ผ่านการฝึกฝน (untrained panel) ของมหาวิทยาลัยฟาฏอนีและมหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา จำนวน 50 คน โดยใช้วิธี 9 – point hedonic scale ได้แก่ ลักษณะปรากฏ สี กลิ่น รสชาติ ความกรอบและความชอบโดยรวม (Meilgaard et al., 1999)

#### 5. การวิเคราะห์สถิติ

การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ วางแผนการทดลองโดยปัจจัยร่วมกันเป็นแผนแบบแฟคตอเรียลในแผนการทดลองแบบสุ่มโดยตลอด (factorial in CRD) สำหรับการวิเคราะห์สมบัติทางกายภาพและเคมี ส่วนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ (randomized complete block design; RCBD) สำหรับการตรวจสอบคุณภาพทางประสาทสัมผัส วิเคราะห์ความแปรปรวน (analysis of variance; ANOVA) และทดสอบความแตกต่างของชุดการทดลองโดยใช้ - 135 -uncan' new multiple range test (DMRT) ที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 95 ด้วยโปรแกรม PSPP version 0.7.5

#### ผลและวิจารณ์ผลการทดลอง

##### 1. ผลของกำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาการอบพองต่อสมบัติทางกายภาพและเคมีของข้าวเกรียบปลาที่สำเร็จรูป

###### 1.1 ค่าสี

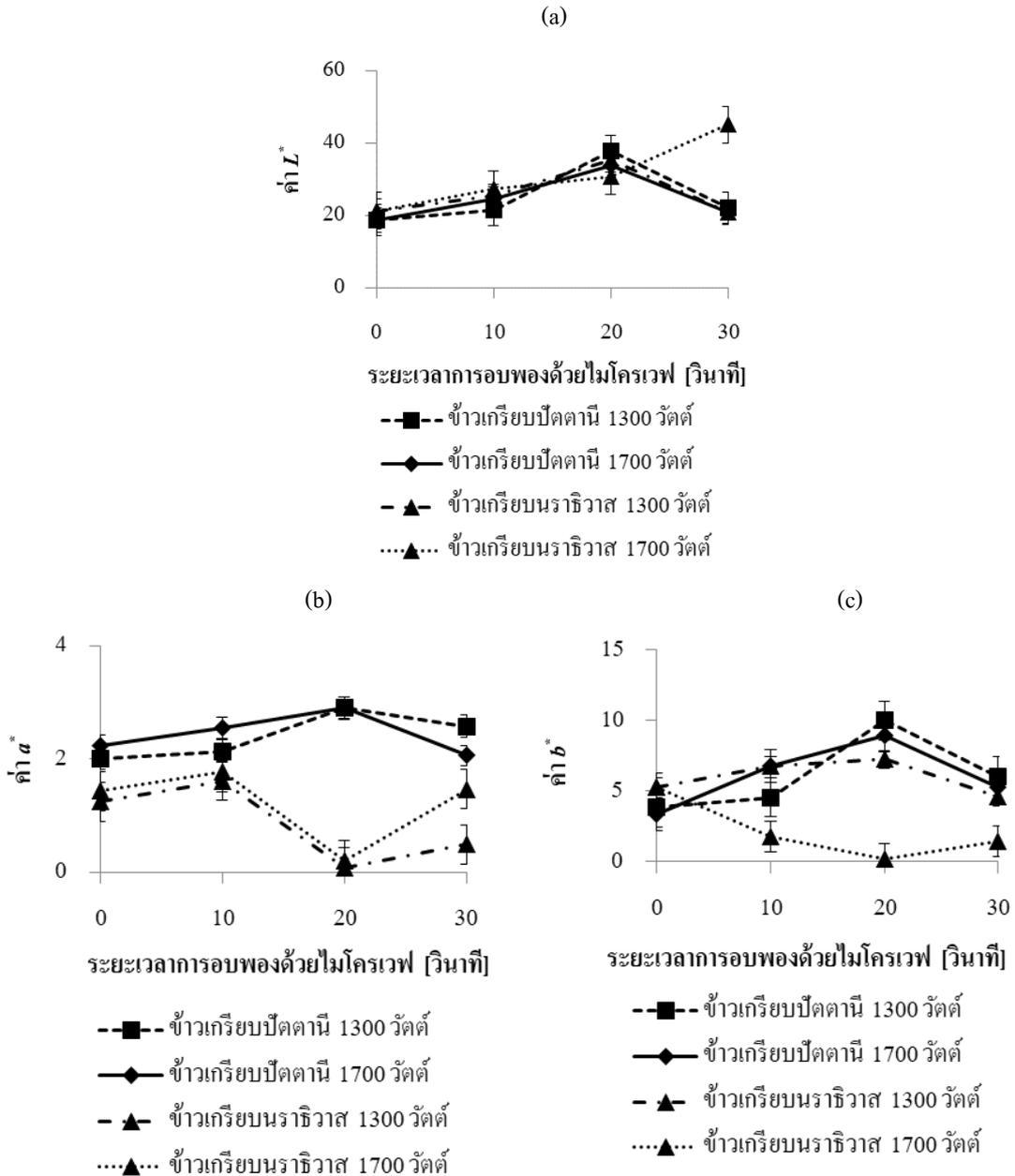
การวัดค่าสีของข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสด้วยไมโครเวฟที่กำลังคลื่น 1,300 และ 1,700 วัตต์ ระยะเวลา 10 20 และ 30 วินาที พบว่าข้าวเกรียบปลาทั้ง 2 ชนิด กำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลามีอิทธิพลรวมต่อค่าความสว่าง ( $L^*$ ) ค่าสีแดง ( $a^*$ ) และสีเหลือง ( $b^*$ ) แตกต่างกัน ( $p \leq 0.05$ ) แนวโน้มค่า  $L^*$  ข้าวเกรียบปลาทั้ง 2 ชนิดมีค่าลดลงตามกำลังคลื่นและระยะเวลาของการอบพองด้วยไมโครเวฟที่เพิ่มขึ้นอาจทำให้เกิดสีคล้ำและไหม้ (รูปที่ 2 a) ระยะเวลาในอบพองสั้น ๆ ไม่ก่อให้เกิดการพองตัวของข้าวเกรียบทั้ง 2 ชนิด ส่งผลให้ค่า  $L^*$  ต่ำ ข้าวเกรียบเริ่มการพองตัวที่ระยะเวลา 20 วินาที เริ่มเห็นการเปลี่ยนมากยิ่งขึ้น ทำให้ค่า  $L^*$  สูงขึ้น และจะลดลงที่เวลาการพองตัวที่ระยะเวลา 30 วินาที (ตารางที่ 1) เช่นเดียวกันกับค่า  $a^*$  มีแนวโน้มของความเป็นสีแดงเพิ่มขึ้น ขณะที่

ค่า  $b^*$  (สีเหลือง) ลดลง (รูปที่ 2 b และรูปที่ 2 c) เมื่อพิจารณากำลังคลื่นที่เหมาะสมต่อการอบพองด้วยไมโครเวฟ พบว่า กำลังคลื่นระดับ 1,700 วัตต์ จะเหมาะสมกว่ากำลังคลื่นที่ 1,300 วัตต์ เนื่องจากแผ่นข้าวเกรียบมีการพองตัว

ทั้งหมด หากแผ่นข้าวเกรียบไม่มีการพองทั้งหมดทำให้เนื้อสัมผัสแข็งไม่เป็นที่ยอมรับของผู้บริโภคได้ เมื่ออบพองข้าวเกรียบปลาปัตตานีที่ กำลังคลื่น 1,700 วัตต์ มีค่า  $L^*$  ที่ระยะเวลาการอบพองที่ระยะเวลา 10 20 และ 30 วินาที เท่ากับ  $24.75 \pm 0.02$   $33.82 \pm 0.01$  และ  $20.80 \pm 0.01$  ซึ่งจะสูงกว่าข้าวเกรียบปลาปัตตานีที่ไม่ผ่านการอบพองด้วยไมโครเวฟ มีค่าเท่ากับ  $18.81 \pm 0.32$  ตามลำดับ (รูปที่ 2 a) เช่นเดียวกันกับค่าสีของข้าวเกรียบปลานราชีวาสที่กำลังคลื่นเดียวกัน เนื่องจากรูปร่างของผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาที่นำเข้าไปในไมโครเวฟมีขนาดไม่สม่ำเสมอ จึงมีผลต่อการรับคลื่นไมโครเวฟที่ไม่สม่ำเสมอและเกิดการสะสมความร้อนในบางตำแหน่งของชิ้นอาหาร ส่งผลให้โปรตีนเกิดการเสียดสภาพจากความร้อนสูงเกินไปจึงเกิดการไหม้ส่งผลต่อกลิ่นรสของผลิตภัณฑ์ได้ ซึ่งเกิดจากปฏิกิริยาการเกิดเมลลาร์ด (Bouchon et al., 2001) ซึ่งรวมทั้งสภาวะของเครื่องไมโครเวฟแบบที่มีจานหมุนจานภายในช่วยในการกระจายความร้อนได้ดีกว่าแบบที่ไม่มีจานรองไมโครเวฟ หากการกระจายความร้อนจากคลื่นไม่ดีแล้วสัมผัสกับพื้นที่ผิวของข้าวเกรียบปลาเฉพาะจุด ทำให้ข้าวเกรียบเกิดการไหม้ได้ และส่วนผสมของข้าวเกรียบของแต่ละผู้ประกอบการด้วย เช่นการใส่ส่วนประกอบของไข่เป็ด การใช้ผงกาแฟ และสารให้ความฟู ปัจจัยดังกล่าวส่งผลต่อคุณภาพของข้าวเกรียบปลาและการยอมรับของผู้บริโภค

ตารางที่ 1 ลักษณะปรากฏของข้าวเกรียบปลาผ่านการอบพองด้วยไมโครเวฟ

ชนิดของข้าวเกรียบปลาแผ่นดิบ	กำลังคลื่น (วัตต์)	ระยะเวลาการอบพองด้วยไมโครเวฟ (วินาที)		
		10	20	30
ข้าวเกรียบปลาปัตตานี	1,300			
	1,700			
ข้าวเกรียบปลานราชีวาส	1,300			
	1,700			



รูปที่ 2 ค่าความสว่าง ( $L^*$ ) ค่าสีแดง ( $a^*$ ) และ ค่าสีเหลือง ( $b^*$ ) ของข้าวเกรียบปลาปัดตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาส ที่ผ่านการอบฟองด้วยไมโครเวฟที่กำลังคลื่นและระยะเวลาแตกต่างกัน

## 1.2 ความหนาแน่น

การวิเคราะห์ความหนาแน่นของแผ่นข้าวเกรียบปลาจากการใช้กำลังคลื่นและระยะเวลาการอบพองข้าวเกรียบปลาด้วยไมโครเวฟ โดยใช้กำลังคลื่น 1,300 และ 1,700 วัตต์ ระยะเวลาการอบพอง 10 20 และ 30 วินาที พบว่า ชนิดของข้าวเกรียบปลา กำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาอบ มีอิทธิพลรวมต่อความหนาแน่นของข้าวเกรียบปลาแตกต่างกัน ( $p \leq 0.05$ ) (รูปที่ 3 a) ซึ่งแนวโน้มจะมีค่าลดลงตามกำลังคลื่นและ ระยะเวลาที่เพิ่มขึ้น ค่าความหนาแน่นจะมีความสัมพันธ์กับคุณสมบัติของการพองตัว โดยที่มีค่าความหนาแน่นของข้าวเกรียบปลาอยู่ในช่วง  $0.13 \pm 0.01 - 0.47 \pm 0.01$  กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร ซึ่งข้าวเกรียบปลาปัตตานีมีความหนาแน่นน้อยกว่าข้าวเกรียบปลานราธิวาส ทำให้ข้าวเกรียบปลาปัตตานีมีเนื้อสัมผัสกรอบ และไม่แข็งเท่าข้าวเกรียบปลานราธิวาส หากเปรียบเทียบกับข้าวเกรียบปลาที่ผ่านการทอดจะมีความหนาแน่นมากกว่า โดยข้าวเกรียบปลาทอดมีความหนาแน่น  $0.56$  กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร (Chedoloh & Chehmalee, 2019) บางการศึกษาข้าวเกรียบปลาทอดมีค่าใกล้เคียงกันความหนาแน่นของข้าวเกรียบปลาทอด  $0.26 - 0.41$  กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร (Mustapha et al., 2015)

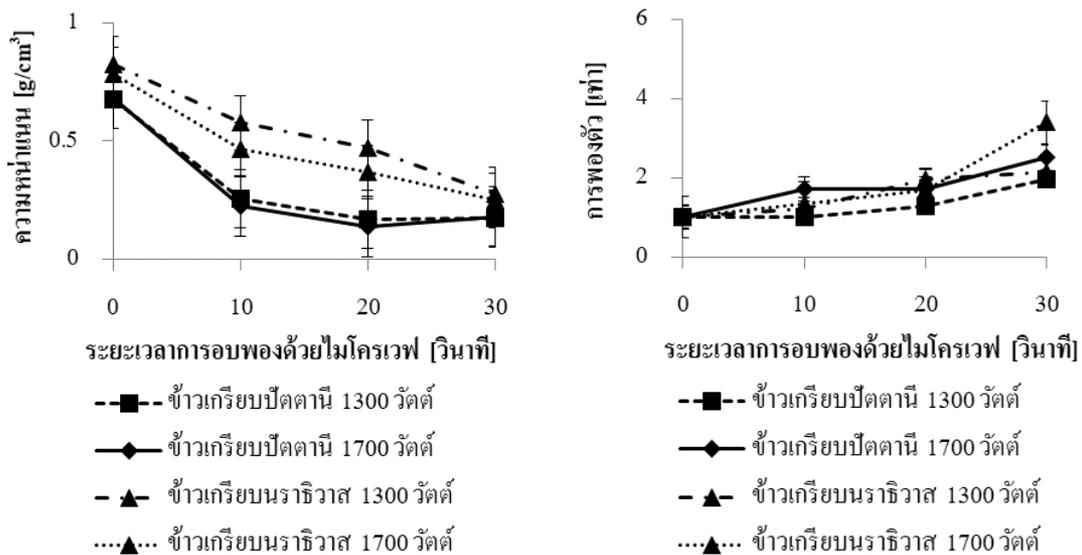
ความแตกต่างที่เกิดขึ้นจากการใช้ส่วนผสมและกระบวนการผลิตแตกต่างกันจึงส่งผลต่อคุณสมบัติทางกายภาพและเคมีต่างกันด้วย ซึ่งความหนาแน่นของข้าวเกรียบซึ่งถึงการขยายตัวในการอบพองด้วยไมโครเวฟ (Taewee, 2011) ดังนั้นผู้ผลิตต้องมีการเลือกส่วนผสมที่ช่วยให้เกิดการพองตัวในข้าวเกรียบปลา โดยเลือกแป้งและปริมาณของสารฟูที่เหมาะสมเพื่อให้ได้ข้าวเกรียบปลาที่อบพองด้วยไมโครเวฟมีความใกล้เคียงกับข้าวเกรียบปลาทอดมากที่สุด

## 1.3 การพองตัว

การพองตัวของผลิตภัณฑ์ประเภทข้าวเกรียบปลาที่มีความสำคัญที่บ่งชี้ถึงคุณภาพของผลิตภัณฑ์ โดยการนำข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสอบพองด้วยไมโครเวฟใช้กำลังคลื่นของไมโครเวฟที่ระดับ 1,300 และ 1,700 วัตต์ ระยะเวลาการอบพอง 10, 20 และ 30 วินาที พบว่า ชนิดของข้าวเกรียบปลา กำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาอบมีอิทธิพลรวมต่อ การพองตัวของข้าวเกรียบปลาแตกต่างกัน ( $p \leq 0.05$ ) โดยกำลังคลื่นที่เหมาะสมต่อการพองตัว คือ 1,700 วัตต์ ระยะเวลา 30 วินาที ข้าวเกรียบปลาทั้ง 2 ชนิด (ข้าวเกรียบปลา จำนวน 14 ชิ้น) ซึ่งการพองตัว  $2.51 \pm 0.02 - 3.39 \pm 0.07$  เท่า ของข้าวเกรียบปลาดิบ (รูปที่ 3 b) ข้าวเกรียบนราธิวาสมีการพองตัวดีกว่าข้าวเกรียบปัตตานี ที่ระดับกำลังคลื่น 1,700 วัตต์ ที่ระยะเวลา 30 วินาที การพองตัวของข้าวเกรียบนราธิวาสเท่ากับ  $3.39 \pm 0.07$  เท่า ขณะที่ข้าวเกรียบปลาปัตตานีเพียง  $2.51 \pm 0.02$  เท่า การอบพองข้าวเกรียบปลาด้วยคลื่นไมโครเวฟที่สูงส่งผลต่อความร้อนจากแหล่งกำเนิดเข้าสู่กระตุ้นโมเลกุลของน้ำจนเป็นไออย่างรวดเร็ว เกิดแรงดันจนข้าวเกรียบปลาเกิดการพองตัวได้ดีกว่า และต้องมีปริมาณของความชื้นที่เพียงพอ (Nguyen et al., 2013) หากใช้กำลังคลื่นไมโครเวฟที่น้อยและระยะเวลาสั้น จะไม่สามารถกระตุ้นการแกว่งของโมเลกุลของน้ำกลายเป็นไอน้ำได้

จากการศึกษาของ Chedoloh et al. (2015) ที่พบว่าข้าวเกรียบปลาเสริมสมุนไพรอบพองด้วยไมโครเวฟที่กำลังคลื่นไมโครเวฟ 800 วัตต์ เวลา 50 วินาที มีการพองตัว 2.29 เท่า ของข้าวเกรียบปลาดิบ และ Chedoloh & Chehmalee

(2019) ที่ใช้คลื่นไมโครเวฟระดับครัวเรือนที่ใช้กำลังคลื่นที่ต่ำกว่าคลื่นไมโครเวฟระดับอุตสาหกรรม ใช้ระยะเวลาในการอบพองข้าวเกรียบปลานานกว่าประมาณ 1.5 เท่า ประมาณ 50 วินาที แต่การพองตัวใกล้เคียงกัน 2.68-7.62 เท่า ซึ่งหากจะใช้กรรมวิธีการอบพองด้วยระยะเวลาในการอบพองข้าวเกรียบปลาในร้านสะดวกซื้อต้องใช้ใช้เวลาไม่นานและต้องรวดเร็ว โดยการใช้คลื่นไมโครเวฟที่สูงช่วยลดระยะเวลาการอบพองน้อยลง ส่งผลดีต่อแผนการตลาดและการขาย อย่างไรก็ตามความแตกต่างของการพองตัวนั้นเกิดได้หลายปัจจัย ได้แก่ ปริมาณความชื้น การอัดแผ่นของแผ่นข้าวเกรียบ กระบวนการผลิต ส่วนผสม และเทคนิคเฉพาะของผู้ประกอบการ เป็นต้น ส่งผลต่อสมบัติทางกายภาพและเคมีแตกต่างกัน

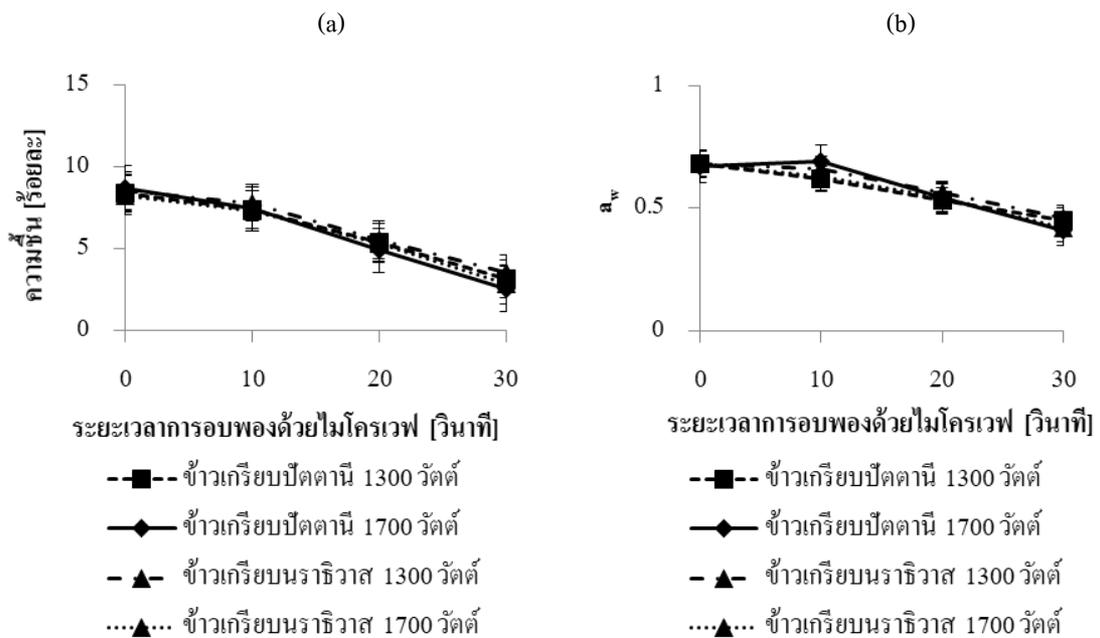


รูปที่ 3 ความหนาแน่น และการพองตัวของข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสที่ผ่านการอบด้วยไมโครเวฟด้วยกำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาอบต่างกัน

### 1.3 ปริมาณความชื้นและค่าออสโมเตอร์แอคทิวิตี ( $a_w$ )

จากการวิเคราะห์สมบัติทางเคมีของข้าวเกรียบปลาปัตตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสที่อบพองด้วยไมโครเวฟที่กำลังคลื่น 1,300 และ 1,700 วัตต์ ระยะเวลาการอบ 10 20 และ 30 วินาที พบว่า ชนิดของข้าวเกรียบปลา กำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาอบ มีอิทธิพลรวมต่อปริมาณความชื้นและค่า  $a_w$  แตกต่างกัน ( $p < 0.05$ ) ซึ่งมีปริมาณความชื้น และ ค่า  $a_w$  ลดลงตามกำลังคลื่นและระยะเวลาที่เพิ่มขึ้นตามลำดับ ปริมาณความชื้นของข้าวเกรียบปลาหลังการอบพองด้วยไมโครเวฟมีปริมาณ ร้อยละ  $2.51 \pm 0.36 - 7.78 \pm 0.33$  (รูปที่ 4 a) และค่า  $a_w$  อยู่ในช่วง

0.42±0.01-0.69±0.00 (รูปที่ 4 b) เนื่องจากในขั้นการการอบพองมีการทำให้ปริมาณน้ำในข้าวเกรียบปลาเป็นไอ แล้วระเหยออกจากโครงสร้างของแผ่นข้าวเกรียบปลา รวมทั้งแผ่นข้าวเกรียบปลาดิบมีปริมาณความชื้นต่ำตั้งแต่เดิมสอดคล้องกับ การศึกษา ของ Chedoloh & Chehmalee (2019) พบว่าปริมาณความชื้นและค่า  $a_w$  เท่ากับ 1.14±0.30 - 4.58±0.45 และ 0.29±0.01-0.44±0.05 ตามลำดับ ปริมาณของความชื้นและ  $a_w$  มีผลต่ออายุการเก็บรักษาของผลิตภัณฑ์ ดังนั้นต้องมีการควบคุมให้มีปริมาณความชื้นในผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาที่บรรจุในบรรจุภัณฑ์ที่สามารถป้องกันความชื้นและไอน้ำ เพื่อควบคุมให้มีปริมาณความชื้นในแผ่นข้าวเกรียบปลาอบพองด้วยไมโครเวฟไม่เกินร้อยละ 4 (Thai Industrial Standards Institute, 2011) ค่า  $a_w$  ในข้าวเกรียบปลามีความสัมพันธ์กับการเจริญเติบโตของเชื้อจุลินทรีย์ โดยทั่วไปเชื้อที่สามารถเจริญเติบโตในข้าวเกรียบปลา ได้แก่ เชื้อรา ค่า  $a_w$  อยู่ในช่วง 0.98-0.99 และ เชื้อราเจริญสามารถเจริญเติบโตได้ที่ค่า  $a_w$  ต่ำสุด คือ 0.62 (Rattanapanone, 2002)



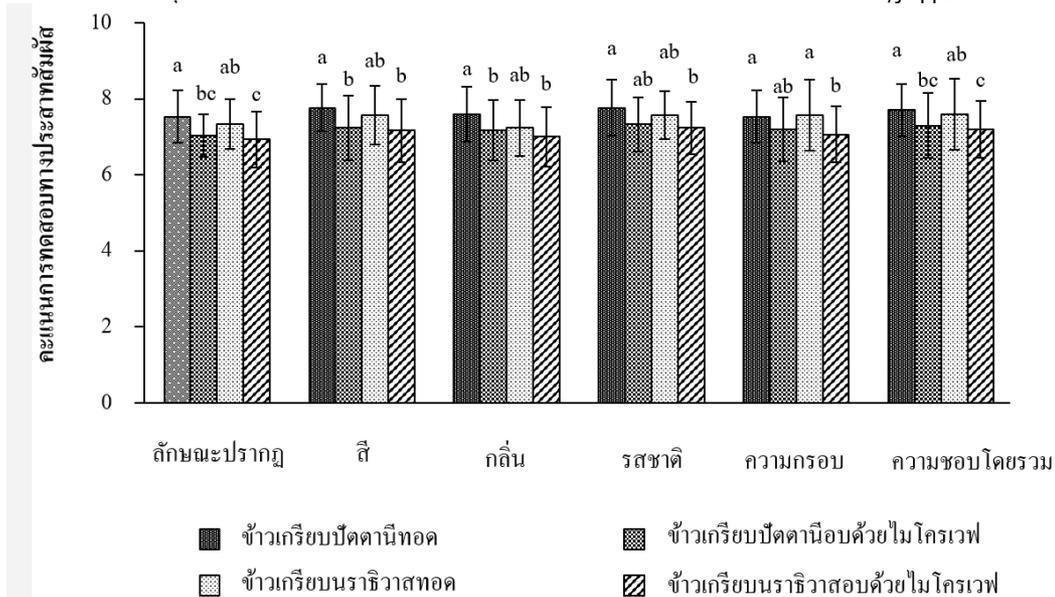
รูปที่ 4 ปริมาณความชื้น และค่า  $a_w$  ของข้าวเกรียบปลาปัดคานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสที่ผ่านการอบด้วยไมโครเวฟที่ กำลังคลื่นไมโครเวฟและระยะเวลาอบแตกต่างกัน

การศึกษาชนิดของข้าวเกรียบและกำลังคลื่นไมโครเวฟ แต่ละระดับ 1,300 และ 1700 วัตต์ โดยการใช้กำลังคลื่นไมโครเวฟ 1,700 วัตต์ ระยะเวลา 30 วินาที เหมาะสมที่สุดจากผลการวิเคราะห์ทางกายภาพและเคมี ที่มี

คุณภาพตามที่มาตราฐานผลิตภัณฑ์ชุมชนที่มีการระบุผลิตภัณฑ์ที่มีความกรอบ การพองตัวดีและสม่ำเสมอ (Thai Industrial Standards Institute, 2011)

## 2. การทดสอบทางประสาทสัมผัสของผลิตภัณฑ์

การทดสอบคุณภาพทางประสาทสัมผัสของข้าวเกรียบปลาทอดและอบพองด้วยไมโครเวฟของข้าวเกรียบปลาปัดตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาส พบว่า คะแนนการยอมรับด้านลักษณะปรากฏ สี กลิ่น รสชาติ ความกรอบ และความยอมรับโดยรวม มีความแตกต่างกัน ( $p \leq 0.05$ ) (รูปที่ 5) คะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสของข้าวเกรียบปลาอบพองด้วยไมโครเวฟทุกด้านมีคะแนนต่ำกว่าข้าวเกรียบปลาที่ผ่านการทอดด้วยน้ำมัน โดยคะแนนการทดสอบชิมของผู้ทดสอบทางประสาทสัมผัสด้านความชอบโดยรวมของข้าวเกรียบปลาปัดตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาสไม่แตกต่างกัน ( $p > 0.05$ ) มีคะแนนเท่ากับ 7.23 (ชอบปานกลาง) และ 7.16 (ชอบปานกลาง) ตามลำดับ เช่นเดียวกันกับการศึกษาของ Neiva et al. (2011) ที่รายงานคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสด้าน สี ความกรอบ กลิ่น และความชอบโดยรวมของข้าวเกรียบปลาอบพองด้วยไมโครเวฟน้อยกว่าข้าวเกรียบปลาทอด โดยข้าวเกรียบที่อบพองด้วยไมโครเวฟ มีความแตกต่างของสมบัติทางกายภาพและเคมี และคุณภาพทางประสาทสัมผัส โดยเฉพาะสมบัติการพองตัวของข้าวเกรียบที่เกิดจากความแตกต่างของปริมาณอะไมโลสและปริมาณของน้ำมันที่ใช้ในการทอด รวมทั้งอัตราส่วนของอะไมโลส และอะไมโลเพกทิน (Kaewmanee et al., 2015; Taewee, 2011) อัตราส่วนของอะไมโลสและอะไมโลเพกทินมีผลต่อการพองตัวแตกต่างกัน โดยที่อะไมโลสจะช่วยลดปัญหาการแตกตัวของผลิตภัณฑ์ หากมีปริมาณสูงข้าวเกรียบจะแข็ง พองตัวได้น้อย โดยปกติข้าวเกรียบที่อบพองด้วยไมโครเวฟจะมีเนื้อที่แข็งกว่าการทอด (Nguyen et al., 2013) ดังนั้นต้องการพัฒนาข้าวเกรียบปลาให้มีความใกล้เคียงกับข้าวเกรียบทอดมากที่สุด



รูปที่ 5 คะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสของข้าวเกรียบปลาที่ผ่านการทอดและอบพองด้วยไมโครเวฟ

**สรุปผลการทดลอง**

การพัฒนาผลิตภัณฑ์ข้าวเกรียบปลาอบพองด้วยไมโครเวฟมีความเป็นไปได้สูงในการนำเข้าสู่ร้านสะดวกซื้อ โดยการใช้ง่ำลิ่งคลื่นไมโครเวฟที่สูงและใช้ระยะเวลาสั้น โดยการอบพองข้าวเกรียบปลาปิดตานีและข้าวเกรียบปลานราธิวาส ใช้ง่ำลิ่งคลื่นไมโครเวฟ 1,700 วัตต์ ระยะเวลาอบ 30 วินาที มีความเหมาะสมที่ทำให้ผลิตภัณฑ์มีคุณภาพทางกายภาพและเคมีของผลิตภัณฑ์ โดยมีปริมาณความชื้นและค่า  $a_w$  ตามที่มาตรฐานผลิตภัณฑ์ชุมชนกำหนด เพิ่มทางเลือกให้กับผู้บริโภค และผู้ประกอบการในการผลิตอาหารท้องถิ่น อย่างไรก็ตามข้าวเกรียบปลาที่ได้มีเนื้อสัมผัสที่คล้ายกับข้าวเกรียบปลาทอด มีรสชาติใกล้เคียงกัน แต่เป็นที่ยอมรับของผู้ทดสอบทางประสาทสัมผัสสามารถเพิ่มช่องทางการเลือกซื้อของผู้บริโภคในอนาคตได้ และเป็นผลิตภัณฑ์อาหารท้องถิ่นเป็นที่รู้จักทั้งในและต่างประเทศต่อไป

**กิตติกรรมประกาศ**

ขอขอบคุณแหล่งทุนการวิจัยจาก สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ (วช.) และ สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลาและมหาวิทยาลัยฟาฏอนีที่สนับสนุนเครื่องมือและสถานที่ในการดำเนินการวิจัย

**เอกสารอ้างอิง**

AOAC (2000). *Official Methods of Analysis of the AOAC* (15th ed.). Arlington: AOAC International.

- Bouchon, P., Hollins, P., Pearson, M., Pyle, D. L., & Tobin, M. J. (2001). Oil distribution in fried potatoes monitored by infrared microspectroscopy. *Journal of Food Science*, 66(7), 918-923. doi: doi.org/10.1111/j.1365-2621.2001.tb08212.x
- Chedoloh, R. (2017). *Development of defatted rice bran fish crackers to improve nutrition and antioxidant*, Research report form Faculty of Science Technology and Agriculture, Yala Rajabhat University. (in Thai)
- Chedoloh, R. & Chehmalee, S. (2019). The effect of microwave power and puffing time on the quality of semi-finished fish cracker. *Burapha Science Journal*, 24(1), 255-271. (in Thai)
- Chedoloh, R., Waeno, M. & Latekeh, I. (2015). *The study of ratios and packaging on baked fish crackers by microwave shelf life*. pp.1-11. In 4th National Conference on Princess of Naradhiwas University, 5 August 2015, Princess of Naradhiwas University, Narathiwat. (in Thai)
- Kaewmanee, T., Karrila, T. T. & Benjakul, S. (2015). Effects of fish species on the characteristics of fish cracker. *International Food Research Journal*, 22(5), 2078-2087. doi: dx.doi.org/10.14303/ajfst.2016.025
- Meilgaard, M., Civille, G. V. & Carr, B. T. (1999). *Sensory Evaluation Techniques* (3rd ed.). New York: CRC Press.
- Mustapha, N. A., Farhanah Binti Rahmat, F., Wan Ibadullah, W. Z., & Meor Hussin, A. S. (2015). Development of jackfruit crackers: effects of starch type and jackfruit level. *International Journal on Advanced Science, Engineering and Information Technology*, 5(5), 330-333. doi: 10.18517/IJASEIT.5.5.583
- Neiva, C. R. P., Machado, T. M., Tomita, R. Y., Furlan, E. F., Neto, M. J. L. & Bastos, D. H. M. (2011). Fish crackers development from minced fish and starch: an innovative approach to a traditional product. *Ciência e Tecnologia de Alimentos*, 31(4), 973-979. doi: 10.1590/S0101-20612011000400024
- Nguyen, T. T., Le, T. Q. & Songsermpong, S. (2013). Shrimp cassava cracker puffed by microwave technique: effect of moisture and oil content on some physical characteristics. *Kasetsart Journal*, 47(3), 434-446.
- Rakesh, V. & Datta, A.K. (2011). Microwave puffing: determination of optimal conditions using a coupled multiphase porous media-large deformation model. *Journal of Food Engineering*, 107(2), 152-163. doi: 10.1016/j.jfoodeng.2011.06.031
- Rattanapanone, N. (2002). *Food Chemistry* (1st ed.). Bangkok, Thailand: Odean Store. (in Thai)

Reynolds, L. (1989). The History of the Microwave Oven, *Microwave World*, 10(5), 11-15.

Rungsardthong, V. (2014). *Food Processing Technology*. (6th ed.). Bangkok, Thailand: King Mongkut's University of Technology North Bangkok. (in Thai)

Saah, N., Chedoloh, R. & Adair, A. (2015). Production and properties of fish crackers substituted with soybean meal. *Journal of Community Development and Life Quality*, 3(3), 351-359.

Suwan, T. & Wongwat, S. (2011). *Development of Jackfruit Seed Cracker*, Research report from Faculty of AgroIndustry, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok. (in Thai)

Thai Industrial Standards Institute. (2011). *Thai Community Products Standards 107/2554: Crispy Snack, Khaogriab*. Bangkok, Thailand: TISI, Ministry of Industry. (in Thai)

Taewee, T. K. (2011). Cracker “Keropok”: A review on factors influencing expansion. *International Food Research Journal*, 18(3), 855-866.

Research Article

## การพัฒนาสารปรุงแต่งรสไข่แดงเค็มผงรสเผ็ด

### Development of spicy salted egg yolk seasoning powder

ชโลธร วิมลไย<sup>1</sup>, นงนุช คงศักดิ์ไพบูลย์<sup>2</sup>, เบญจวรรณ ชรรณนารักษ์<sup>3\*</sup> และ สาวิตรี วทัญญูไพศาล<sup>4</sup>

Chalothorn Wimolai<sup>1</sup>, Nongnuch Kongsakpaiboon<sup>2</sup>, Benjawan Thumthanaruk<sup>3\*</sup> and Savitri Vatanyoopaisarn<sup>4</sup>

<sup>1</sup>ภาควิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรมเกษตร อาหารและสิ่งแวดล้อม คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

<sup>1</sup>Department of Agro-Industrial, Food and Environmental Technology, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok 10800

<sup>2</sup>บริษัท แอบบรา จำกัด 333 อำเภอลาดหลุมแก้ว จังหวัดปทุมธานี 12140

<sup>2</sup>Abbra Corporation Limited Intelligent Ingredient, 333 Ladlhumkaew, Pathumthani 12140

\*E-mail: benjawan.t@sci.kmutnb.ac.th

Received: 19/05/2020; Revised: 25/07/2020; Accepted: 28/07/2020

#### บทคัดย่อ

ผงไข่แดงเค็มเป็นผงปรุงรสที่ให้กลิ่นคาวของไข่ มีรสชาติของไขมันและรสเค็ม เพื่อปรับปรุงรสชาติของผงไข่แดงเค็มให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับผลิตภัณฑ์ขนมขบเคี้ยวได้ งานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาสูตรต้นแบบของผงไข่แดงเค็ม โดยแปรปริมาณสารสกัดพริกแดงในสูตรต้นแบบที่คัดเลือกเพื่อให้มีรสเผ็ดต่างกัน 3 ระดับได้แก่ 0.5, 2.0 และ 4.0% ศึกษาประสิทธิภาพของขนาดผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดต่อการเกาะติดบนชิ้นมันฝรั่งทอดกรอบ และศึกษาอายุการเก็บรักษาของผงไข่แดงเค็มรสเผ็ด ที่อุณหภูมิ 4, 25 และ 40°C ผลการทดสอบพบว่าผงไข่แดงเค็มต้นแบบชนิด A ที่ประกอบด้วยผงไข่แดงเค็ม น้ำตาลกลูโคสผสมผงปาปริก้าโอลิโอเรซิน ไดโซเดียม-5' อิโนซิเนต ผสม ไดโซเดียม-5' กัวนิเลต เกลือ มอลโตเด็คชตรินและเครื่องเทศ ปริมาณ 57.54, 15.82, 1.97, 5.27, 18.67 และ 0.53% ได้รับความชอบสูงกว่าผงไข่แดงเค็มต้นแบบชนิด B ที่ประกอบด้วยผงไข่แดงเค็ม น้ำตาลกลูโคสผสมผงปาปริก้าโอลิโอเรซิน ไดโซเดียม-5' อิโนซิเนต ผสม ไดโซเดียม-5' กัวนิเลต เกลือ มอลโตเด็คชตรินและเครื่องเทศ อัตราส่วน 56.01, 11.25, 1.97, 2.81, 27.43 และ 0.53% โดยสูตรของผลการเติมสารสกัดพริกแดงในผงไข่แดงเค็มสูตร A พบว่าปริมาณสารสกัดพริกแดง 2% ได้รับความยอมรับสูงที่สุดคิดเป็น 60% ของผู้ทดสอบ ผงไข่แดงเค็มรสเผ็ดขนาด 20 เมช ให้ประสิทธิภาพในการเกาะติดบนชิ้นมันฝรั่งทอดกรอบคิดเป็น 68.88% คุณภาพการเก็บรักษาพบว่าผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4, 25 และ 40°C เป็นเวลา 5 สัปดาห์

พบว่าปริมาณเชื้อจุลินทรีย์อยู่ในระดับที่ปลอดภัยและไม่พบการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนทางด้านคุณภาพทางเคมี ภายภาพ ผลงานวิจัยนี้ทำให้เกิดผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสจากไข่เค็มที่มีรสเผ็ดเหมาะกับการประยุกต์ใช้ในขนมขบเคี้ยว

**คำสำคัญ :** ผงไข่แดงเค็ม, ผงปรุงรส, โอลีโอเรซิน

### Abstract

A salted egg yolk powder is a seasoning ingredient that offers fishy smell of egg as well as oily and salty taste. With the increasing trend of salted egg flavor in varieties of food products, the development of flavor and taste of the salted egg yolk seasoning needed for developing for the snack products. The objectives of this research were to develop a prototype formula of salted egg yolk powder by comparing three levels of capsicum oleoresin (0.5, 2.0, and 4.0%) for spicy taste acceptance. The size of the spicy salted egg yolk seasoning on adhesion of the surface of fried potato chips was compared. The shelf life of the spicy salted egg yolk seasoning stored at 4, 25, and 40 °C was also investigated. Results showed that the prototype salted egg yolk powder type A having salted egg yolk powder, mixed glucose and paprika oleoresin, mixture of disodium- 5'-inosinate and disodium- 5' - guanylate, salt, maltodextrin, and spice of 57.54, 15.82, 1.97, 5.27, 18.67 and 0.53% received a higher overall liking score than that prototype type B containing salted egg yolk powder, mixed glucose and paprika oleoresin, mixture of disodium- 5'-inosinate and disodium- 5' - guanylate, salt, maltodextrin, and spice of 56.01, 11.25, 1.97, 2.81, 27.43, and 0.53%. The addition of 2% capsicum oleoresin to the prototype type A accepted by 60% of the panelists. Results revealed that the size of spicy salted egg yolk powder at 20 mesh showed the adhesion efficiency (68.88%) on the surface of fried potato chips. The shelf life of the spicy salted egg yolk powder stored at 4, 25, and 40 °C for 5 weeks was safe from a microbiological standpoint and became unnoticeable changes in physiochemical properties. This research provides the spicy salted egg yolk seasoning powder for possible use in snack products.

**Keywords:** salted egg yolk powder, seasoning, capsicum oleoresin

### บทนำ

ไข่เค็มเป็นผลิตภัณฑ์อาหารที่ใช้เกลือเป็นหลักในการดองเค็ม โดยในประเทศไทยและประเทศแถบเอเชีย นิยมใช้ไข่เป็ดเป็นวัตถุดิบ โดยไข่เป็ดนั้นส่วนของไข่แดงมีลักษณะเป็นอิมัลชันชนิดน้ำมัน คัดจากน้ำหนักแห้ง ที่มีอยู่ 52% จะมีส่วนที่เป็นไขมันมากถึง 65% โปรตีน 31% คาร์โบไฮเดรต 4% (Guilmineau et al., 2005) ส่วนของ ไข่แดงนั้น จึงทำให้เมื่อนำมาดองเค็มจะได้ส่วนของไข่แดงที่มีขนาดใหญ่ นำรับประทาน วิธีในการดองเค็มเพื่อทำ

ให้สามารถเก็บไข่ได้นานขึ้นนั้นมียู้อยู่ด้วยกัน 2 วิธีการคือ การแช่ไข่ในน้ำเกลือ ความเข้มข้น 20% (Ai et al., 2018) และ การพอกไข่ด้วยส่วนประกอบที่มีดิน 60% และเกลือ 40% โดยในส่วนของดินเหลวที่พอกควรมีน้ำประมาณ 32.4% และใช้เวลาในการดองเค็ม 25 วันพบว่า จะมีปริมาณเกลือในส่วนของไข่แดงและไข่ขาวเท่ากับ 1.71% และ 3.98% ประมาณ 2-4 สัปดาห์ ซึ่งจะทำให้มีรสเค็มที่แตกต่างกันไป (Benjakul & Kaewmanee, 2017) รูปแบบการบริโภคผลิตภัณฑ์ไข่เค็มมีหลากหลาย เช่น การต้มไข่เค็มแล้วนำมาบริโภคเป็นอาหารควบคู่กับข้าวต้ม หรือ ข้าวสวย หรือ การแยกส่วนประกอบของไข่แดง และ ไข่ขาวออกจากกัน ส่วนของไข่แดงเค็มสามารถนำมาเป็นส่วนประกอบของอาหารหวาน เช่น ใส่นมเปี้ยว ใส่นม ไข่พระจันทร์ เป็นต้น สำหรับส่วนของไข่ขาวเค็มที่มีปริมาณโปรตีนสูงถึง 10% และเกลือ 4-7% ไม่นิยมนำมาประกอบอาหารเนื่องจากมีความเค็มมาก

สำหรับคุณภาพทางเคมีของไข่เค็มที่ผ่านการดองเค็มแบบพอกเกลือ โดย Kaewmanee et al., (2009) พบว่า ไข่ขาวสด และ ไข่แดงสดมีปริมาณความชื้น 87.72 และ 43.51% โปรตีน 8.60-10.50 และ 14.10-16.0 % ไขมัน 0.00-0.03 และ 35.80-37.25 % คาร์โบไฮเดรต 1.01-3.5 และ 1.65-3.40 % หลังจากการดองเกลือเป็นเวลา 14 วัน พบความแตกต่างอย่างเห็นได้ชัดว่าในส่วนของไข่แดงจะมีการสูญเสียความชื้นออกจากส่วนของไข่แดง โดยการออสโมซิสทำให้ไข่แดงเค็มมีปริมาณความชื้น 20.05-26.57% โปรตีน 17.60-21.30% ไขมัน 38.59-47.57% คาร์โบไฮเดรต 0.30-1.51% และมีปริมาณเกลือเพิ่มขึ้น 0.84-0.87% (Benjakul & Kaewmanee, 2017; Kaewmanee et al., (2009); Kaewmanee et al., (2011) โดยลักษณะของไข่แดงเค็มควรมีลักษณะส่วนของไข่แดงแข็ง ลักษณะเยิ้มของไขมันและ มีกลิ่นหอม (Ai et al., 2018) ดังนั้นด้วยลักษณะของไข่แดงเค็มที่สามารถนำมาใช้เป็นส่วนประกอบได้ทั้งอาหารคาว และอาหารหวาน ประกอบกับแนวโน้มในปัจจุบันมีผลิตภัณฑ์อาหาร ในรูปของบะหมี่กึ่งสำเร็จรูป ขนมขบเคี้ยว โดนัท ไอศกรีม และเครื่องดื่มที่นิยมใช้ส่วนผสมของไข่แดงเค็มในลักษณะของผงปรุงรสเพื่อเพิ่มรสชาติและความแปลกใหม่ของผลิตภัณฑ์

วัตถุดิบปรุงแต่งรสอาหารชนิดปรุงรส (food seasoning) ตามนิยามมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมวัตถุดิบปรุงแต่งรสอาหาร (มอก.932-2533) หมายถึง ผลิตภัณฑ์ซึ่งประกอบด้วย โม โนโซเดียม แอล-กลูตาเมต หรือกัวนิเลต หรืออินซันต ผสมกับเนื้อสัตว์หรือสารอื่นที่ให้โปรตีน เกลือ และอาจมีส่วนประกอบอื่นๆ เช่น ไขมัน น้ำตาล หรือพริกไทย (Thai Industrial Standards Institute, 1994) โดยไข่แดงเค็มสามารถนำไปทำแห้งเป็นผงโดยใช้เครื่องทำแห้งแบบลูกกลิ้ง (single drum dryer) ที่อาศัยหลักการฉีดพ่นอาหารเป็นแผ่นบางๆบนผิวลูกกลิ้งที่มีการให้ความร้อนอุณหภูมิ 120-170°C และถูกดูดออกด้วยใบมีดลักษณะผลิตภัณฑ์ที่ได้เป็นผงสีเหลืองนวล กลิ่นหอมไข่เค็ม ใส รสสัมผัสที่เค็มและมัน งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผงปรุงรสในประเทศไทยพบว่ายังมีรายงานวิจัยจำนวนน้อย โดย Charoenphun & Phaephiromrat (2018) พัฒนาผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสจากลำไยที่ตกเกรดโดยสูตร ที่เหมาะสม ประกอบด้วยเนื้อลำไย 32% น้ำตาล 28% โซเดียมคลอไรด์ 15% โพแทสเซียมคลอไรด์ 5% เนื้อปลาผง 16% พริกไทยผง 2% และกระเทียมผง 2% Kaewsrittho et al., (2018) ศึกษาการพัฒนาผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสโรยข้าวเพื่อ

สุขภาพรสดี ผักผงที่ใช้ประกอบด้วยมะเขือเทศ บร็อคโคลี่ แครอท และเห็ดนางฟ้า โดยใช้ปริมาณผักผงร้อยละ 20 ได้รับคะแนนการยอมรับมากกว่าสูตรที่ใช้ผักผง 16 หรือ 18% Chanasit, (2011) พัฒนาสูตรและกระบวนการผลิต ผงโรยข้าวรสขมจากปลานิลจิตรลดา ร้อน ได้ผลิตภัณฑ์ต้นแบบที่มีสัดส่วนระหว่างปริมาณผงขม ข้าว และปลานิลจิตรลดา 3:1 ที่ได้รับการยอมรับจากผู้บริโภคมากกว่าสูตรที่มีอัตราส่วน 1:1 หรือ 2:1 Cheerapatiyut (2009) พัฒนาผลิตภัณฑ์ผงผักปรุงรสโรยข้าวเคลือบสูงจากไข่น้ำสูตรที่เป็นที่ยอมรับของผู้บริโภค ประกอบด้วย ไข่น้ำอบแห้ง 50% ปลาป่น 25% งาขาวคั่ว 15% งาคั่ว 5% ซีอิ้ว 3% น้ำตาลทราย 1.3% พริกป่น 0.7% และเมื่อ วิเคราะห์องค์ประกอบทางเคมีของผลิตภัณฑ์ (น้ำหนักสุทธิ 100 กรัม) พบว่ามีคาร์โบไฮเดรต 31.57% โปรตีน 29.35% ไขมัน 25.40% โยอาหาร 8.56% เถ้า 9.98% ความชื้น 3.70% แคลเซียม 589.36 มิลลิกรัม ฟอสฟอรัส 583.44 มิลลิกรัม Porntewabancha (2011) พัฒนาผลิตภัณฑ์ผงโรยข้าวจากผักสดพบว่าสูตรผักอบแห้งที่เหมาะสมมีน้ำตาล 6% และเกลือ 2% โดยจากการสืบค้นยังไม่พบรายงานวิจัยที่ศึกษาผงปรุงรสที่ผลิตจากไข่แดงเต็ม

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาและคัดเลือกสูตรต้นแบบของผงไข่แดงเต็มชนิด A และ ชนิด B โดย ปรับปรุงปริมาณสารสกัดพริกแดงลงในสูตรต้นแบบที่คัดเลือกเพื่อให้มีรสเผ็ด 3 ระดับ ได้แก่ 0.5, 2.0 และ 4.0 % ศึกษาขนาดของผงปรุงรสไข่แดงเต็มรสเผ็ดจำนวน 2 ขนาดต่อประสิทธิภาพการเกาะติดบนชิ้นมันฝรั่งทอดกรอบ คือ ขนาด 10 และ ขนาด 20 เมช และศึกษาอายุการเก็บรักษาผงไข่แดงเต็มรสเผ็ด ที่อุณหภูมิ 4, 25 และ 40 °C เป็น เวลานาน 5 สัปดาห์ ผลของงานวิจัยนี้ทำให้ได้ผลิตภัณฑ์ผงไข่แดงเต็มรสเผ็ดที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ใน ผลิตภัณฑ์ขนมขบเคี้ยวได้

## วัสดุอุปกรณ์และวิธีการทดลอง

### 1. วัตถุดิบ

ไข่แดงเต็มผลิตจากไข่เป็ด มันฝรั่งซื้อมาจากตลาดปทุมธานี ประเทศไทย น้ำมันปาล์ม ไคโซเดียม-5'-อิโน ซิเนต ไคโซเดียม -5'-อิโนซิเนต เครื่องเทศออริกาโน่ เกลือปรุงรสผสมไอโอดีน เด็กซ์โตรสโมโนไฮเดรต มอลโต เด็กซ์ตริน DE 10 ผงปาปริก้าระดับสี 50,000 CU ความเข้มข้น 1% (1% Paprika oleoresin 50,000 CU) และผงพริก แดงระดับความเผ็ด 500,000 สโกวิลล์ ความเข้มข้น 2% (2% Capsicum oleoresin 500,000 SHU)

### 2. ขั้นตอนการเตรียมไข่แดงเต็มผง

นำไข่แดงเต็มมาบดผสมกับมอลโตเด็กซ์ตริน DE 10 ตามสูตรของทางบริษัทนำมาทำแห้งด้วยเครื่องทำ แห้งแบบลูกกลิ้งที่อุณหภูมิ 160 °C ลักษณะของไข่แดงเต็มจะออกมาเป็นแผ่นจากลูกกลิ้ง บดให้มีลักษณะหยาบ เล็กน้อยแล้วบรรจุในถุงออลูมิเนียมฟอยล์ เก็บรักษาไว้ที่อุณหภูมิห้อง

### 3. การเตรียมตัวอย่างมันฝรั่งทอดกรอบ

นำมันฝรั่งมาปอกเปลือก ล้างน้ำ หั่นเป็นแว่นขนาดความหนา 1-2 มิลลิเมตร แล้วแช่ในสารละลายน้ำส้มสายชู 0.5% ต้มเป็นเวลานาน 3 นาที ซับให้แห้ง แล้วนำไปทอดในน้ำมันที่อุณหภูมิ 170-180 °C จนมีลักษณะพองกรอบ นำมาซับน้ำมันแล้วเก็บในถุงอลูมิเนียมฟอยล์

### 4. การพัฒนาสูตรผงปรุงรสไร่แดงเค็มสูตรต้นแบบ

นำผงไร่แดงเค็มที่มีลักษณะหยาบ มาพัฒนาเป็นสูตรต้นแบบจำนวน 2 สูตร ได้แก่ สูตร A และสูตร B (ตารางที่ 1) ซึ่งเป็นสูตรที่ทางบริษัทได้พัฒนาไว้เบื้องต้นแล้ว โดยนำส่วนประกอบทั้งหมดเทลงในเครื่องผสมคลุกผสมเป็นเวลา 2-3 นาที บรรจุผงปรุงรสต้นแบบในถุงอลูมิเนียมฟอยล์ เก็บรักษาไว้ที่อุณหภูมิห้องเพื่อรอการทดสอบ

ตารางที่ 1 สูตรที่ใช้ในการผลิตผงปรุงรสไร่แดงเค็ม

ส่วนประกอบ	สูตร A	สูตร B
	อัตราส่วน (%)	อัตราส่วน (%)
ผงไร่แดงเค็ม	57.74	56.01
น้ำตาลกลูโคส ผสม	15.82	11.25
ผงปารีไคโอลีโอเรซิน		
ไคโซเดียม-5'- อินอซินेट +	1.97	1.97
ไคโซเดียม-5' กัวนิเลต		
เกลือ	5.27	2.81
มอลโตเด็คซ์ทริน	18.67	27.43
เครื่องเทศ	0.53	0.53

### 5. ศึกษาผลการแปรปริมาณสารสกัดพริกแดง (*Capsicum oleoresin*) ลงในสูตรต้นแบบที่คัดเลือก

นำตัวอย่างผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสไร่แดงเค็มต้นแบบที่ผ่านการคัดเลือก มาปรับปรุงรสเผ็ด โดยแปรปริมาณของสารสกัดพริกแดง ปริมาณ 0.5, 2 และ 4 % ตามลำดับ ตรวจสอบคุณภาพด้านสีและทดสอบรสชาติเผ็ดทางประสาทสัมผัส

## 6. ศึกษาผลของขนาดผงไข่แดงเค็มที่มีต่อการเกาะติดกับผลิตภัณฑ์มันฝรั่งทอดกรอบ

นำผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดที่ผ่านการคัดเลือกจากการทดสอบทางประสาทสัมผัส นำมาทดสอบขนาดของผงไข่แดงเค็มรสเผ็ดที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบการเกาะติดกับผลิตภัณฑ์มันฝรั่งทอดกรอบ โดยทดสอบขนาดที่แตกต่างกัน 2 ขนาด ได้แก่ 10 และ 20 เมช (Mesh) โดยนำผงไข่แดงเค็มรสเผ็ด 26% (w/w) มาคลุกผสมกับมันฝรั่งทอดกรอบเข้าในถุงเป็นเวลา 1 นาที แล้วตรวจสอบน้ำหนักผงไข่แดงเค็มรสเผ็ดที่ไม่ได้เกาะติดกับชิ้นมันฝรั่งทอดกรอบ คำนวณหาเปอร์เซ็นต์การเกาะติด ดังสมการที่ 1

$$\% \text{ การเกาะติด} = 100 - (\text{น้ำหนักผงไข่แดงเค็มที่หลุดออกมาทั้งหมด} / \text{น้ำหนักผงไข่แดงเค็มที่ใช้}) \quad (1)$$

## 7. การวิเคราะห์คุณภาพของผลิตภัณฑ์ผงไข่เค็มแดงสูตรต้นแบบและผงไข่เค็มแดงรสเผ็ด

การวัดสี โดยเตรียมตัวอย่างผงปรุงรส ปริมาณ 5 กรัมนำไปวัดค่าสีโดยใช้เครื่องวัดค่าสี (Hunter Lab) ยี่ห้อ ColorFlex ประเทศสหรัฐอเมริกา ทำการวัดสีในระบบ CIE ได้ค่าความสว่าง ( $L^*$ ; Lightness) ความเป็นสีแดง ( $a^*$ ; redness) และ ความเป็นสีเหลือง ( $b^*$ ; yellowness) ปริมาณความชื้น ตรวจสอบด้วยเครื่องวัดความชื้น (Moisture analyzer meter) ยี่ห้อ Sartorius รุ่น MA100 ประเทศเยอรมัน ที่อุณหภูมิ  $105^\circ\text{C}$  ปริมาณน้ำอิสระ ตรวจสอบด้วยเครื่องวัดปริมาณน้ำอิสระ (Water activity meter) ยี่ห้อ Novasina รุ่น Labtouch ประเทศสวิตเซอร์แลนด์ ที่อุณหภูมิ  $26^\circ\text{C}$  โดยทำการวิเคราะห์ 3 ซ้ำ

## 8. การทดสอบความชอบทางประสาทสัมผัส

นำผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสสูตรต้นแบบ มาทดสอบความชอบทางประสาทสัมผัสความชอบด้านสี กลิ่น รสชาติและความชอบ โดยรวมด้วยวิธี 5-point hedonic scale (คะแนน 1= ไม่ชอบมากที่สุด, คะแนน 5= ชอบมากที่สุด) ใช้ผู้ทดสอบกึ่งฝึกฝนจำนวน 20 คน การทดสอบรสเผ็ดจากการเติมสก็ดพริกแดงด้วยวิธี Ranking test ใช้ผู้ทดสอบกึ่งฝึกฝนจำนวน 10 คน สำหรับตัวอย่างผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดที่อุณหภูมิ 4, 25 และ  $40^\circ\text{C}$  เป็นเวลา 5 สัปดาห์ เมื่อครบกำหนดนำมาทดสอบด้วยวิธีการทดสอบแยกความแตกต่าง (Discriminative test) เปรียบเทียบกับตัวอย่างผงปรุงรสไข่แดงเค็มที่เติมสารสก็ดพริกแดงที่เก็บรักษาในอุณหภูมิ  $4^\circ\text{C}$  ใช้ผู้ทดสอบจำนวน 10 คน

## 9. การตรวจสอบด้านจุลินทรีย์

ผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4, 25 และ  $40^\circ\text{C}$  เป็นเวลา 5 สัปดาห์ นำตัวอย่างตรวจสอบคุณภาพทางจุลินทรีย์ ได้แก่ เชื้อโคลิฟอร์ม (Coliform) จำนวนจุลินทรีย์ทั้งหมด (Total plate count) เชื้อ *E. coli* *S. aureus* และจำนวน Yeast & Mold โดยใช้แผ่นตรวจเชื้อ Petrifilm ยี่ห้อ 3M ประเทศสหรัฐอเมริกา รายงานผลเป็น โคโลนี/กรัม

## 10. การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

ข้อมูลทั้งหมดแสดง เป็นค่าเฉลี่ย  $\pm$  ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการตรวจวิเคราะห์ 3 ครั้ง สำหรับการเปรียบเทียบเพื่อคัดเลือกสูตรต้นแบบใช้ T-test การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางสถิติ (Analysis of variance, ANOVA) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยวิธีทางสถิติแบบ Duncan's New Multiple Range Test (DMRT) พิจารณาค่าความแตกต่างกันอย่างน้อยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่น 95% โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS for windows

### ผลและวิจารณ์ผลการทดลอง

#### 1. การพัฒนาสูตรผงปรุงรสไข่แดงเค็มสูตรต้นแบบ

ผลการพัฒนาสูตรต้นแบบผงปรุงรสไข่แดงเค็มชนิด A และชนิด B ใช้เกณฑ์การทดสอบทางประสาทสัมผัสในการคัดเลือกสูตรจากผู้ทดสอบทั้งฝึกฝนในบริษัท พบว่า ทั้งสูตร A และสูตร B ได้คะแนนทางประสาทสัมผัสไม่แตกต่างกัน (ตารางที่ 1) ผู้ทดสอบส่วนใหญ่ให้ความคิดเห็นว่าผงปรุงรสไข่แดงเค็มทั้งสองสูตรผงไข่แดงเค็มจะมีรสชาติเลียน มีกลิ่นคาวจากไข่ โดยส่วนประกอบทางเคมีของไข่แดงเค็มนั้น Kaewmanee et al., (2011) รายงานปริมาณไขมันในไข่แดงเค็มเท่ากับ 38.39 และ 53.71% หลังจากการคองน้ำเกลือเป็นเวลานาน 7 และ 14 วัน และส่วนประกอบของไขมันในไข่แดงเค็มที่ผ่านการคอง 14 วันประกอบด้วย triacylglycerol diacylglycerol และ phospholipid เท่ากับ 581 9.5 และ 430 mg/g สำหรับกรดไขมันประกอบด้วยกรดไขมัน palmitic acid palmitoleic acid stearic acid oleic acid linoleic acid arachidonic acid และ docosahexaenoic acid เท่ากับ 27.5 2.66 5.63 48.40 8.73 2.79 และ 1.95 โดยที่สูตรต้นแบบชนิด A มีรสชาติที่เข้มข้น กลมกล่อมมากกว่าสูตรชนิด B เมื่อพิจารณาจากส่วนประกอบในสูตรต้นแบบสูตร A พบว่ามีปริมาณของผงไข่แดงเค็ม น้ำตาลผสมผงปาปริก้า โอลีโอเรซิน และเกลือที่มากกว่า ส่วนผสมของน้ำตาลและเกลือที่ให้อรสหวานและเค็ม รวมทั้งปริมาณของผงปาปริก้าที่ให้อรสเข้มข้นกว่าทำให้กระตุ้นการรับรสได้มากกว่า ปาปริก้า โอลีโอเรซินเป็นสารที่ให้อรส และกลิ่นรส กลุ่มสารที่ให้อรสได้แก่สารประกอบในกลุ่มของแคโรทีนอยด์ เช่น  $\beta$ -carotene zeaxanthin  $\beta$ -cryptoxanthin (Baenas et al., 2019; Mortensen, 2006). โดยประกาศกระทรวงสาธารณสุขฉบับที่ 281 ปี พ.ศ. 2547 กำหนดให้ ปาปริก้า โอลีโอเรซิน (INS 160c) เป็นวัตถุเจือปนอาหารวัตถุประสงค์เพื่อใช้เป็น สี หรือ วัตถุแต่งกลิ่นรส ปริมาณการใช้ในอาหารเครื่องปรุงรสไม่เกิน 10,000 มิลลิกรัมของสารต่อกิโลกรัมของเครื่องปรุงรส (Notification of the Ministry of Public Health (No. 281) B.E. 2547, 2004). ดังนั้นจึงเลือกสูตรต้นแบบผงปรุงรสไข่แดงเค็มชนิด A ที่ได้รับความชอบโดยรวมสูงกว่าไปพัฒนาต่อ

**ตารางที่ 1** ผลการทดสอบทางประสาทสัมผัสสูตรผงปรุงรส รสไข่แดงเค็มต้นแบบ

หมายเหตุ : ข้อมูลแสดงค่าเฉลี่ย  $\pm$  ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

: ns หมายถึง ไม่มีความแตกต่างกันของค่าเฉลี่ยทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

ลักษณะทางประสาทสัมผัส	สูตรผงปรุงรส รสไข่แดงเค็ม	
	สูตร A	สูตร B
สี <sup>ns</sup>	3.75 $\pm$ 0.91	3.60 $\pm$ 0.99
กลิ่น <sup>ns</sup>	3.65 $\pm$ 0.99	3.45 $\pm$ 1.05
รสชาติ <sup>ns</sup>	3.55 $\pm$ 1.10	3.35 $\pm$ 0.93
ความชอบโดยรวม <sup>ns</sup>	3.65 $\pm$ 0.99	3.45 $\pm$ 1.10

**2. ผลการแปรปริมาณสารสกัดพริกแดง (*Capsicum Oleoresin*) ลงในสูตรต้นแบบสูตร A**

เนื่องจากรสชาติโดยทั่วไปของผงไข่แดงเค็มจะมีรสชาติเค็ม มีกลิ่นคาวจากไข่ และมีรสเค็มเล็กน้อยจากการดองเค็ม ดังนั้นการเพิ่มปริมาณรสเค็มจะช่วยลดข้อจำกัดของรสชาติและกลิ่นคาวได้ จึงได้นำสารสกัดพริกแดงที่ระดับความเผ็ด 500,000 SHU มาผสมเพื่อปรับรสชาติของผงปรุงรสไข่แดงให้มีรสเผ็ด ผลจากการแปรปริมาณการเติมสารสกัดพริกแดง 0.5, 2 และ 4% ลงในผงไข่แดงเค็มพบว่าผงปรุงรสไข่แดงเค็มที่มีการเติมสารสกัดพริกแดงในปริมาณที่แตกต่างกันได้ค่าสีที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) โดยการเติมสารสกัดพริกแดงในปริมาณ 0.5 2.0 และ 4.0% ค่าความสว่าง ( $L^*$ ) จะมีค่าเพิ่มจาก 68.97 $\pm$ 0.02 69.90 $\pm$ 0.02 และ 71.69 $\pm$ 0.02 ค่าความเป็นสีแดง ( $a^*$ ) ลดลงจาก 28.22 $\pm$ 0.02 27.50 $\pm$ 0.02 และ 26.83 $\pm$ 0.01 และค่าความเป็นสีเหลือง ( $b^*$ ) ลดลงจาก 54.01 $\pm$ 0.04 52.63 $\pm$ 0.03 และ 50.74 $\pm$ 0.01 ในงานวิจัยนี้ได้มีการผสมของสารสกัดพริกแดงกับไขมันจากไข่แดงทำให้สีโดยรวมเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากไขมันจะไปเคลือบสารสกัดพริกแดงที่ต้องผสมกับมอลโตเดกซ์ทริน (maltodextrin DE10) ในอัตราส่วน 2:100 จึงทำให้ค่าความสว่างมากขึ้น แต่สีของสารสกัดพริกแดงที่มีเจดสีเหลืองส้มจะลดลง เนื่องจากคุณสมบัติสารสกัดพริกแดงจะเป็นของเหลวหนืดละลายได้ดีในน้ำมัน ทำให้ส่วนผสมมีความมันวาวขึ้น แต่อาจมีผลจากคลุกผสมกับส่วนผสมอื่นๆที่เป็นของแข็งทำให้ความเป็นสีแดงและสีเหลืองลดลง ผลการทดสอบโดยใช้วิธี ranking test พบว่าผู้ทดสอบจำนวน 60% เลือกตัวอย่างผงไข่แดงผสมสารสกัดพริกแดงในปริมาณ 2% โดยให้ความคิดเห็นว่าการเติมสารสกัดพริกแดงลงในผงไข่แดงเค็มสูตรต้นแบบ A ช่วยเพิ่มรสเผ็ด ในขณะที่เดียวกันก็ช่วยลดความเค็มของผงไข่แดงเค็มได้ แต่การเติมในปริมาณสารสกัดพริกแดงมากทำให้มีรสเผ็ดมากเกินไป Sweat et al., (2016) ได้

ตรวจสอบสารสกัดพริกแดงจากตัวอย่างพริก Jalapeño Habanero และ Bhut Jolokia พบว่ามีค่า SHU อยู่ในช่วง  $21,750 \pm 15,500$   $253,000 \pm 101,000$  และ  $537,000 \pm 301,500$  ในตัวอย่าง Bhut Jolokia มีค่าใกล้เคียง SHU กับตัวอย่างสารสกัดพริกแดงที่ใช้ในการทดลองนี้ โดยรายงานการตรวจสอบ Bhut Jolokia พบว่ามีปริมาณสาร 11 ชนิดที่ให้รสเผ็ด เรียงตามลำดับในหน่วยมิลลิกรัมของสารต่อกรัมของพริกตัวอย่างดังนี้ Capsaicin ( $23.4 \pm 14.0$ ) Dihydrocapsaicin ( $9.97 \pm 5.84$ ) N-vanillyldecanamide ( $1.26 \pm 2.38$ ) Nordihydrocapsaicin I ( $0.799 \pm 0.846$ ) N-vanillynonanamide ( $0.468 \pm 0.397$ ) NorNorDihydrocapsaicin II ( $0.147 \pm 0.319$ ) Homodihydrocapsaicin I ( $0.142 \pm 0.1556$ ) Homodihydrocapsaicin II ( $0.0621 \pm 0.0646$ ) NorNorDihydrocapsaicin I ( $0.0222 \pm 0.00344$ ) Homocapsaicin I ( $0.0602 \pm 0.0549$ ) และ Homocapsaicin II ( $0.0398 \pm 0.0414$ ) ดังนั้นผงปรุงรสไข่แดงเค็มที่มีผสมสารสกัดพริกแดงในปริมาณ 2% ให้รสเผ็ดที่เหมาะสม

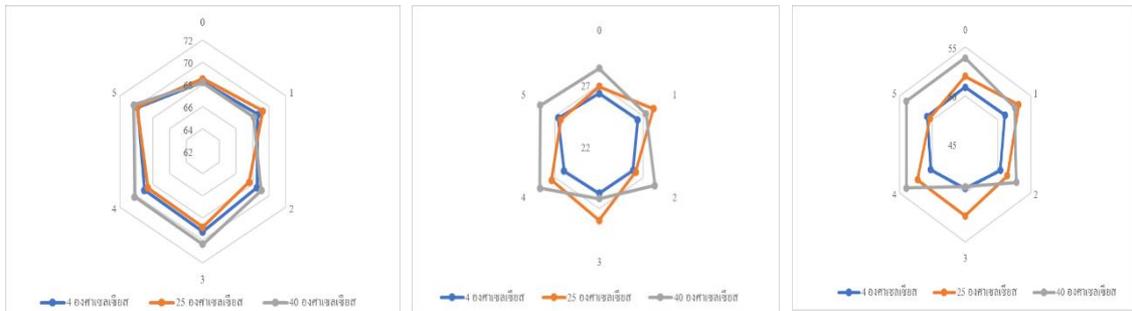
### 3. ผลขนาดของผงไข่แดงเค็มรสเผ็ดต่อการเกาะติดกับผลิตภัณฑ์มันฝรั่งทอด

ในการทดลองนี้เลือกผลิตภัณฑ์มันฝรั่งทอดสำหรับการทดสอบประสิทธิภาพการเกาะติดของขนาดผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดที่แตกต่างกัน พบว่า ผลการเปรียบเทียบผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดขนาด 10 และ 20 เมช มีค่าเปอร์เซ็นต์การเกาะติด เท่ากับ  $61.58 \pm 1.03$  และ  $68.88 \pm 0.49$  ตามลำดับ ผลการทดลองแสดงว่าขนาดของผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดที่มีขนาดเล็กสามารถเกาะติดได้ดีกว่าผงปรุงรสที่มีขนาดใหญ่ โดยในการเคลือบผงปรุงรสนั้นคุณสมบัติของผงปรุงรส เช่น ขนาด รูปร่าง ประจุ ความหนาแน่น และละแฉนของผงปรุงรสนี้มีผลต่อการเกาะติด (Ratanatriwong & Barringer, 2007) โดยในงานวิจัยนี้เลือกใช้การคลุกผสม จึงทำให้เกิดการกระจายตัวของผงปรุงรสขนาดผงปรุงรสที่เล็กจะมีน้ำหนักเบา กว่า จึงส่งผลทำให้มีปริมาณการเกาะติดสูงกว่า และลดการหลุดร่วงอันเนื่องจากแรงโน้มถ่วง ช่วยเพิ่มสีส้มให้กับมันฝรั่งทอดกรอบ ทำให้ดูน่ารับประทาน ปริมาณผงปรุงรสที่เยอะกว่าจึงช่วยให้รสชาติของมันฝรั่งดีขึ้น ดังนั้นผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ด ขนาด 20 เมช จึงเหมาะสมสำหรับการใช้กับผลิตภัณฑ์มันฝรั่งทอดกรอบ

### 4. ความชื้นและปริมาณน้ำอิสระในผงปรุงรสไข่แดงเค็มสูตรต้นแบบ และผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ด

ผลการศึกษาวิเคราะห์ความชื้นและปริมาณน้ำอิสระของผงปรุงรสไข่แดงเค็มสูตรต้นแบบและผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ด พบว่า ผงปรุงรสไข่แดงเค็มสูตรต้นแบบสูตร A มีปริมาณความชื้นและปริมาณน้ำอิสระเท่ากับ  $5.44 \pm 0.12\%$  และ  $0.409 \pm 0.00$  ตามลำดับ ผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ด มีปริมาณความชื้นและปริมาณน้ำอิสระเท่ากับ  $5.40 \pm 0.08\%$  และ  $0.407 \pm 0.00$  ตามลำดับ

### 5. คุณภาพทางกายภาพ เคมีและจุลินทรีย์ของผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดในระหว่างการเก็บรักษา



คุณภาพผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดเก็บรักษาในอุณหภูมิ 4 25 และ 40°C เป็นเวลา 5 สัปดาห์ พบว่าปริมาณความชื้นมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องแต่ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) โดยปริมาณความชื้นของผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดเก็บรักษาสัปดาห์ที่ 0 ในอุณหภูมิ 4 25 และ 40 °C มีค่าเท่ากับ  $5.33 \pm 0.18$ ,  $5.05 \pm 0.11$  และ  $5.17 \pm 0.30\%$  ตามลำดับ เมื่อเก็บรักษาเป็นเวลานาน 5 สัปดาห์พบว่าความชื้นไม่ได้เปลี่ยนแปลงเนื่องจากผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดได้เก็บในถุงออลูมิเนียมฟอยล์ จะพบว่าลักษณะของผงจะมีการเกาะตัวกันเล็กน้อย แต่สามารถกระจายตัวเป็นผงได้ง่ายเมื่อใช้แรงเพียงเล็กน้อย ปริมาณน้ำอิสระ ( $a_w$ ) ของผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดที่เก็บรักษาในอุณหภูมิ 4 25 และ 40 °C เป็นเวลา 5 สัปดาห์ มีค่าเท่า  $0.400 \pm 0.00$ ,  $0.392 \pm 0.00$  และ  $0.397 \pm 0.00$  เนื่องจากผงไข่เค็มรสเผ็ดมีความชื้นและค่าปริมาณน้ำอิสระน้อยกว่า 0.5 สภาวะดังกล่าวไม่พบการเจริญของเชื้อจุลินทรีย์ (Beuchat, 1981) ซึ่งผลการทดลองพบว่าจำนวนจุลินทรีย์ทั้งหมด (Total plate count) โคลิฟอร์ม (Coliform) *E.coli* *S. aureus* และจำนวนยีสต์ รา (Yeast & Mold) ไม่เกินมาตรฐานผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมวัตถุปรุงแต่งรสอาหาร (มอก. 932-2533) คุณภาพด้านสีของผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดเก็บรักษาพบว่าผงปรุงรสที่เก็บรักษาในอุณหภูมิ ทั้ง 3 อุณหภูมิ (4 25 และ 40 °C) มีการเปลี่ยนแปลงความสว่าง ( $L^*$ ) เล็กน้อย แต่อุณหภูมิการเก็บรักษาสูงขึ้น (25 และ 40 °C) การเปลี่ยนแปลงของค่าสีแดง ( $a^*$ ) และสีเหลือง ( $b^*$ ) เพิ่มขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผงปรุงรสที่เก็บรักษาในสภาวะ 4 °C (ภาพที่ 1A-1C) โดยสารแคโรทีนอยด์ที่อยู่ในสารสีปาริก็ออาจจะสามารถเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชันได้จากปัจจัยที่มีสภาวะอุณหภูมิสูง มีออกซิเจน (singlet oxygen;  $^1O_2$ ) หรือ สภาวะการทำแห้ง (dehydration) (Nagarajan et al., 2017) แต่ผลจากการทดลองนี้พบการเปลี่ยนแปลงของสีน้อยมาก แต่อย่างไรก็ตามในสภาวะการเก็บรักษาที่ 25 °C มีความเหมาะสมกับการเก็บรักษาผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ด

**ภาพที่ 1** การเปลี่ยนแปลงค่าสีของผงปรุงรสไข่แดงเค็มรสเผ็ดเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4,25 และ 40 °C เป็นเวลา 5 สัปดาห์

ก: ค่าความสว่าง ( $L^*$ ); ข: ค่าสีแดง ( $a^*$ ); ค: ค่าสีเหลือง ( $b^*$ )

### สรุปผลการทดลอง

การพัฒนาผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสไข่แดงเค็มพบว่าสูตรต้นแบบ A ที่มีส่วนประกอบผงไข่แดงเค็ม น้ำตาล กลูโคสผสมผงปาปริกาโอลีโอเรซิน ไดโซเดียม-5'-อิโนซิเนต ผสมไดโซเดียม-5'-กัวนิเลต เกลือ มอลโตเด็คซ์ทริน และเครื่องเทศออริกานอ ในอัตราส่วน 57.74 15.82 1.97 5.27 18.67 และ 0.53% ได้คะแนนการยอมรับสูงกว่าสูตร B ผลการศึกษาการเติมสารสกัดจากพริกแดงลงในสูตร A พบว่าผู้ทดสอบจำนวน 60% เลือกตัวอย่างผงไข่เค็มแดงผสม สารสกัดพริกแดงในปริมาณ 2% ขนาดของผงไข่เค็มแดงรสเผ็ดขนาด 20 เมช มีเปอร์เซ็นต์การเกาะติดชั้นมันฝรั่ง ทอดเท่ากับ  $68.88 \pm 0.49\%$  ผลการตรวจสอบคุณภาพทางกายภาพ เคมีและจุลินทรีย์ของผลิตภัณฑ์ผงปรุงรสไข่แดง เค็มรสเผ็ดที่เก็บรักษาในอุณหภูมิ 4 25 และ 40°C เป็นเวลา 5 สัปดาห์ พบว่าผงปรุงรสที่เก็บรักษาในอุณหภูมิ 25°C มีคุณภาพดีที่สุดสามารถเก็บรักษาได้อย่างน้อย 1 เดือน

### กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณบริษัท แอบบรา จำกัด พนักงานและเจ้าหน้าที่ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือในงานวิจัยนี้

### เอกสารอ้างอิง

- Ai, M-M., Guo, S-G., Zhou, Q., Wu, W-L., & Jianga, A-M. (2018). The investigation of the changes in physicochemical, texture and rheological characteristics of salted duck egg yolk during salting. *LWT-Food Science and Technology*, 88, 119-125. <https://doi.org/10.1016/j.lwt.2017.10.013>
- Baenas, M. BeloviĆ, Ilic, N., Moreno, D.A. & Garcia-Viguera, C. (2019). Industrial use of pepper (*Capsicum annum* L.) derived products: Technological benefits and biological advantages. *Food Chemistry*, 274, 872-885. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2018.09.047>
- Beuchat, L.R. (1981). Microbial stability as affected by water activity. *Cereal Foods World*, 26, 345-349.
- Benjakul, S. & Kaewmanee, T. (2017). Sodium Chloride Preservation in Duck Eggs. In Hester, P. (Ed.), *Egg Innovations and Strategies for Improvements*. pp 415-426. San Diego, USA: Academic Press.
- Chanasit, A. (2011). Development of Budu-favour rice seasoning from hot-smoked Tilapia (*Oreochromis nilotica*) (M.Sc. Thesis).  
Department of Food Technology, Faculty of Science, Chulalongkorn University (in Thai)
- Charoenphun, N. & Phaephiromrat, C. (2018). Development of Seasoning Powder Product from Longan. *Journal of Science and Technology*, 26, 631-640. (in Thai)

- Cheerapatiyut, K. (2009). Product innovation of high calcium rice vegetative seasoning from water meal (*Wolffia globosa*) (M.Sc. Thesis). Program in Technopreneurship and Innovation Management, Graduate School, Chulalongkorn University (in Thai)
- Guilmineau, F., Krause, I. & Kulozik, U. (2005). Efficient analysis of egg yolk proteins and their thermal sensitivity using sodium dodecyl sulfate polyacrylamide gel electrophoresis under reducing and nonreducing conditions. *Journal of Agriculture and Food Chemistry*, 53 (24), 9329 – 9336 .  
<https://doi.org/10.1021/jf050475f>
- Kaewmanee, T., Benjakul, S. & Visessanguan, W. (2009). Changes in chemical composition, physical properties and microstructure of duck egg as influenced by salting. *Food Chemistry*, 112, 560–569.  
<https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2008.06.011>
- Kaewmanee, T., Benjakul, S. & Visessanguan W. (2011). Effects of salting processes and time on the chemical composition, textural properties, and microstructure of cooked duck egg. *Journal of Food Science*, 76(2), S139-47.  
<https://doi.org/10.1111/j.1750-3841.2010.01975.x>
- Kaewsriho, P., On-Nom, N., Suttisansanee, U., Winuprasith, T., Chamchan, R., Sriden, N., Aursalung, A. et al. (2018). Development of Healthy Tom Yum Flavored Rice Seasoning (Furikake) from Vegetable Powder. *Agricultural Science Journal*, 49(2)(Suppl.), 165-168. (in Thai)
- Mortensen, A. (2006). Carotenoids and other pigments as natural colorants. *Pure and Applied Chemistry*, 78 (8), 1477-1491.  
<https://doi.org/10.1351/pac200678081477>
- Nagarajan, J., Ramanan, R.N., Raghunandan, M.E., Galanakis, C.M. & Krishnamurthy, N.P. (2017). Carotenoids. In E.M. Galanakis (Ed.), *Nutraceutical and Functional Food Components*. pp 259-296. Cambridge, MA. USA: Academic Press.
- Notification of the Ministry of Public Health (No. 281) B.E. 2547 (2004). *Food Additives*. Retrieved from [http://food.fda.moph.go.th/law/announ\\_moph251-300.php](http://food.fda.moph.go.th/law/announ_moph251-300.php)
- Pornthewabancha, D. (2011). Development of rice seasoning (FURIKAKE) from lettuce (*Lactuca Sativa L.*) (M.Sc. Thesis). Department of Food Technology, Graduate school, Silpakorn University, Nakorn Prathom (in Thai)

- Ratanatriwong, P. & Barringer, S. (2007). Particle size, cohesiveness and charging effects on electrostatic and nonelectrostatic powder coating. *Journal of Electrostatics*, 65(10), 704-708. <https://doi.org/10.1016/j.elstat.2007.05.005>
- Sweat, K.G., Broatch, J., Borrer, C., Hagan, K. & Cahill, T.M. (2016). Variability in capsaicinoid content and Scoville heat ratings of commercially grown Jalapeño, Habanero and Bhut Jolokia peppers. *Food Chemistry*, 210, 606-612. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2016.04.135>
- Thai Industrial Standards Institute. (1994). Standard for food flavour enhancer and seasoning TIS 932 2533, pp 1-10. Bangkok.

Thailand: Thai Industrial Standards Institute Press.

Research Article

# ผลของสารเคลือบบริโภคได้และระยะเวลาการเก็บรักษาต่อสมบัติทางกายภาพ ประสาทสัมผัส และจุลชีววิทยาของมะละกอสดตัดแต่ง

## Effect of edible coating formulations and storage time on physical, sensory and microbiology properties of fresh-cut papaya

สุธิดา อัครชนียากร<sup>1\*</sup>, วาสิตฐิ นิยมสุวรรณ<sup>1</sup> และสุธีรา ชันทพันธ์<sup>1</sup>

Suthida Akkarachaneeyakorn<sup>1\*</sup>, Wasitthi Niamsuwan<sup>1</sup> and Sutheera Khantaphant<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ภาควิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรมเกษตร อาหาร และสิ่งแวดล้อม คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800

<sup>1</sup>Department of Agro-Industrial, Food, and Environmental Technology, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok 10800, Thailand

\*E-mail: suthida.a@sci.kmutnb.ac.th

Received: 01/05/2020; Revised: 29/09/2020; Accepted: 01/10/2020

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาสูตรของสารเคลือบบริโภคได้ (ไม่เคลือบ เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินต และโซเดียมอัลจินตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล) และระยะเวลาการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ต่อสมบัติทางด้านกายภาพ ประสาทสัมผัส และจุลชีววิทยาของมะละกอสดตัดแต่ง โดยหั่นมะละกอสุกเป็นรูปลูกบาศก์ มีความยาวด้านละ 2 เซนติเมตร จุ่มลงในสารเคลือบที่ประกอบด้วยโซเดียมอัลจินต กลีเซอรอล และน้ำมันดอกทานตะวัน ความเข้มข้นร้อยละ 2.00, 1.50 และ 0.025 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ตามลำดับ สำหรับสูตรโซเดียมอัลจินตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล จะมีการเติมน้ำมันสกัดยูจีนอลความเข้มข้นร้อยละ 0.10 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร พบว่าการเคลือบมะละกอสดตัดแต่งด้วยโซเดียมอัลจินต และโซเดียมอัลจินตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล ช่วยลดการสูญเสียน้ำหนัก และรักษาความแน่นเนื้อได้มากกว่าตัวอย่างที่ไม่เคลือบ ผู้บริโภคให้คะแนนความชอบด้านกลิ่น

และรสชาติของตัวอย่างทุกทรีทเมนต์ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ตัวอย่างที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนต และโซเดียมอัลจิเนตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอลมีคะแนนความชอบด้านลักษณะปรากฏ สี ความแน่น เนื้อ และความชอบโดยรวมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และมีค่ามากกว่าตัวอย่างที่ไม่เคลือบอย่างมีนัยสำคัญ โดยตัวอย่างที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนตและโซเดียมอัลจิเนตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอลมีคะแนนความชอบรวมระหว่าง 6-7 คะแนน แสดงว่าผู้บริโภคชอบเล็กน้อยถึงปานกลาง ตัวอย่างที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอลสามารถยับยั้งเชื้อแบคทีเรียกลุ่มแอโรบิกและยีสต์ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ได้ดีที่สุดในเมื่อเทียบกับทรีทเมนต์อื่น มะละกอสดัดแต่งที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล และเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นระยะเวลา 12 วัน มีค่าเฉลี่ยการสูญเสียน้ำหนักและความแน่นเนื้อของเท่ากับ ร้อยละ 0.87 และ 55.51 กรัม ตามลำดับ และมีปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิก และยีสต์ราเฉลี่ย เท่ากับ 3.73 log CFU/กรัม และ 0.9 log CFU/กรัม ตามลำดับ

**คำสำคัญ:** มะละกอ โซเดียมอัลจิเนต น้ำมันสกัดยูจีนอล สารเคลือบบริโภคน้ำได้

#### Abstract

The objectives of this research were to study the formulas of edible coatings (uncoated, coated with sodium alginate, and coated with sodium alginate containing eugenol oil extract) and the effect of storage time at 4 °C on the physical, sensory, and microbiological properties of cut fresh papaya by cutting ripe papaya into cubes with 2 cm in length and dipping in coating solutions consisting of sodium alginate, glycerol, and sunflower oil at the concentration of 2.00, 1.50, and 0.025 %w/v, respectively. For formula containing sodium alginate and eugenol oil extract: adding eugenol oil extract at 0.10 %w/v concentration, it was found that coating of fresh-cut papaya with sodium alginate and sodium alginate with eugenol oil extract helped to reduce weight loss and maintain the firmness better than uncoated samples. Consumers' rating on the liking for the smell and taste of the samples for all treatments was not statistically significantly different. The samples coated with sodium alginate and sodium alginate with eugenol oil extract did not significantly have different liking scores for appearance, color, and firmness as well as the overall liking, and the liking scores were significantly higher than uncoated samples. Samples coated with sodium alginate and sodium alginate with eugenol oil extract had the overall liking scores between 6 and 7, indicating slight to moderate liking of consumers. Compared to other treatments, samples coated with sodium alginate containing eugenol oil extract could better inhibit aerobic bacteria and yeast during storage at 4 °C. Average values of weight loss and firmness of fresh-cut papaya coated with sodium alginate

containing eugenol oil extract and stored at 4 °C for 12 days were 0.87% and 55.51 g, respectively, and average amount of aerobic microbes and the mold yeast were 3.73 log CFU/g and 0.9 log CFU/g, respectively.

**Keywords:** papaya, sodium alginate, eugenol oil, edible film

## บทนำ

ในปัจจุบันมีความก้าวหน้าด้านเศรษฐกิจและเทคโนโลยี ทำให้พฤติกรรมของผู้บริโภคเปลี่ยนแปลงไป คือ เน้นความรวดเร็ว และสะดวกสบาย ผลไม้สดตัดแต่งพร้อมบริโภค เป็นผลไม้สดที่นำมาล้าง คัดเลือกขนาด ปอกเปลือก ผ่าซีกเอาแกนหรือเมล็ดออก ตัดแต่ง หั่นชิ้น และบรรจุในบรรจุภัณฑ์ จากนั้นวางจำหน่ายที่อุณหภูมิต่ำ (Wiley, 1994) สามารถตอบสนองต่อความต้องการของผู้บริโภค และลดขั้นตอนของการจัดเตรียมได้

มะละกอ (*Carica papaya* L.) เป็นไม้ผลเมืองร้อนที่มีการบริโภคสูง ทั้งในประเทศไทยและต่างประเทศ นิยมบริโภคทั้งแบบผลดิบและสุก มะละกอฟันธุ์แขกดำเป็นพันธุ์ที่นิยมปลูกกันมากในพื้นที่เขตร้อนรวมทั้งประเทศไทย เนื่องจากบริโภคได้ทั้งผลสด และแปรรูป มะละกอสดตัดแต่งมีอายุการเก็บรักษาสั้น เพราะความเสียหายจากการหั่น และเกิดเป็นบาดแผลที่เนื้อของมะละกอ ทำให้มะละกอมีอัตราการหายใจสูงขึ้น เกิดการสลายตัวของผนังเซลล์ ทำให้เนื้อสัมผัสของมะละกออ่อนนุ่มมากขึ้น ส่งผลให้คุณภาพลดลง การพัฒนาสูตรสารเคลือบที่บริโภคได้ จึงเป็นวิธีการเพิ่มประสิทธิภาพในการยืดอายุการเก็บรักษามะละกอสดตัดแต่ง อัลจินเตเป็นไฮโดรคอลลอยด์ประเภทพอลิแซ็กคาไรด์ สกัดได้จากผนังเซลล์ของสาหร่ายสีน้ำตาล ละลายได้ในน้ำ เป็นสารที่ทำให้เกิดเจล ซึ่งเป็นเจลที่ทนความร้อน เพื่อยืดอายุการเก็บรักษาผลไม้สดตัดแต่ง มีงานวิจัยที่ศึกษาการใช้อัลจินตร่วมกับสารสกัดธรรมชาติที่ช่วยยับยั้งการเจริญของจุลินทรีย์และยีสต์ราในผลไม้สดตัดแต่ง โดยมีการใช้อัลจินตร่วมกับสารสกัดจากธรรมชาติ ได้แก่ น้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้ ทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ เคลือบสับปะรด และแดงโมสดตัดแต่ง พบว่าการใช้อัลจินตร่วมกับสารสกัดธรรมชาติสามารถยับยั้งการเจริญของจุลินทรีย์และยีสต์รา ช่วยยืดอายุการเก็บรักษาผลไม้สดตัดแต่งได้ (Azarakhsh et al., 2014; Mantilla et al., 2013; Sipahi et al., 2013) น้ำมันสก็ดยูจีนอล (hydroxyphenyl propene) เป็นสารสกัดจากธรรมชาติที่มีประสิทธิภาพในการยับยั้งการเจริญของจุลินทรีย์และยีสต์รา (Bevilacqua et al., 2010; Marchese et al., 2017) และเป็นสารประกอบฟีนอลิก มีลักษณะเป็นของเหลวคล้ายน้ำมัน มีสีเหลืองอ่อน สกัดได้จากกานพลู (clove) และอบเชย (cinnamon) ละลายในน้ำได้เล็กน้อย ละลายได้ดีในตัวทำละลายอินทรีย์ และยังไม่มียานวิจัยที่ศึกษาผลการใช้อัลจินตร่วมกับน้ำมันสก็ดยูจีนอลในสารเคลือบมะละกอสดตัดแต่ง ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของสูตรสารเคลือบ (ไม่เคลือบ เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเตที่ไม่มีและน้ำมันสก็ดยูจีนอล) และระยะเวลาการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ต่อสมบัติทางด้านกายภาพ ประสาทสัมผัส และจุลชีววิทยาของมะละกอสดตัดแต่ง

## วัสดุอุปกรณ์และวิธีการทดลอง

### 1. วัตถุดิบ

มะละกอสดพันธุ์แขกดำ เปลือกเป็นสีเหลืองร้อยละ 75 ของผล ซึ่งจาก บิ๊กชีซูปเปอร์เซ็นเตอร์ จำกัด (มหาชน) สาขาวงศ์สว่าง เก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4-8 องศาเซลเซียส; โซเดียมอัลจินเตต (บริษัท รวมเคมี จำกัด ประเทศไทย); แคลเซียมคลอไรด์, น้ำมันสกัดยูจีนอล, กลีเซอรอล และน้ำมันดอกทานตะวัน (บริษัท เคมีภัณฑ์ คอร์ปอเรชั่น จำกัด ประเทศไทย)

### 2. การเตรียมสารเคลือบและสารละลายแคลเซียมคลอไรด์

2.1 การเตรียมสารเคลือบสูตรที่ 1: โซเดียมอัลจินเตต วิธีการเตรียมสารเคลือบตัดแปลงจาก Azarakhsh et al. (2014) นำโซเดียมอัลจินเตต 2 กรัม ละลายในน้ำกลั่นจนมีปริมาตร 100 มิลลิลิตร ในบีกเกอร์ขนาด 1,000 มิลลิลิตร ให้ความร้อนด้วยเครื่องกวนสารที่ให้ความร้อน (Hot plate stirrer) (รุ่น HTS-1003 ยี่ห้อ LMS บริษัท เอสจี เอส จำกัด, ประเทศญี่ปุ่น) ที่อุณหภูมิ 70 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 1 ชั่วโมง เติมกลีเซอรอลความเข้มข้นร้อยละ 1.5 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ปริมาตร 100 มิลลิลิตร เติมน้ำมันดอกทานตะวันความเข้มข้นร้อยละ 0.025 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ปริมาตร 100 มิลลิลิตร เติมน้ำกลั่นจนได้ปริมาตรของสารละลายสุดท้ายเท่ากับ 500 มิลลิลิตร บั่นผสมที่ความเร็วระดับ 2 เป็นเวลา 1 นาที ด้วยเครื่องบั่นผสม (รุ่น Super Vario-N3680-1027 ยี่ห้อ Funke Gerber บริษัท โรสแกน จำกัด ประเทศเยอรมัน)

2.2 การเตรียมสารเคลือบสูตรที่ 2: โซเดียมอัลจินเตตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล เตรียมสารเคลือบเหมือนในข้อ 2.1 โดยหลังจากเติมน้ำมันดอกทานตะวัน เติมยูจีนอลความเข้มข้นร้อยละ 1 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ปริมาตร 100 มิลลิลิตร และน้ำกลั่นจนได้ปริมาตรของสารละลายสุดท้ายเท่ากับ 500 มิลลิลิตร บั่นผสมที่ความเร็วระดับ 2 เป็นเวลา 1 นาที ด้วยเครื่องบั่นผสม (รุ่น Super Vario-N3680-1027 ยี่ห้อ Funke Gerber บริษัท โรสแกน จำกัด ประเทศเยอรมัน)

2.3 การเตรียมสารละลายแคลเซียมคลอไรด์ความเข้มข้นร้อยละ 2 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร โดยนำแคลเซียมคลอไรด์ 2 กรัม ละลายในน้ำกลั่นจนมีปริมาตร 100 มิลลิลิตร

### 3. การเคลือบตัวอย่างมะละกอ

จุ่มชิ้นมะละกอสดที่ตัดแต่งเป็นรูปลูกบาศก์ลงในสารเคลือบโซเดียมอัลจินเตตสูตรที่ 1 และ 2 เป็นเวลา 2 นาที ทิ้งให้สารเคลือบส่วนเกินหยดออกเป็นเวลา 2 นาที หลังจากนั้นจุ่มสารละลายแคลเซียมคลอไรด์ความเข้มข้นร้อยละ 2 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร เป็นเวลา 2 นาที ทิ้งให้แห้งที่อุณหภูมิห้อง ( $26 \pm 1$  องศาเซลเซียส) ใส่งูชปีลลีด กูดละ 3 ชั้น โดยตัวอย่างควบคุม คือ มะละกอสดตัดแต่งที่ไม่เคลือบและไม่จุ่มสารละลายแคลเซียมคลอไรด์ เก็บ

รักษาตัวอย่างที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียสเป็นระยะเวลา 12 วัน โดยตรวจสอบสมบัติทางด้านกายภาพ ประสาทสัมผัส และจุลชีววิทยา ดังรายละเอียดในข้อ 4

#### 4. การตรวจสอบสมบัติของตัวอย่างมะละกอสดัดแต่งที่ไม่ผ่านการเคลือบ และผ่านการเคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ไม่มีและมีน้ำมันสกัดยูจีนอลระหว่างการเก็บรักษา

สมบัติที่ตรวจสอบตัวอย่างมะละกอสดัดแต่งที่ไม่ผ่านการเคลือบ และผ่านการเคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2 ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ได้แก่

4.1 ค่าการสูญเสียน้ำหนักหลังจากเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นระยะเวลา 1, 4, 8 และ 12 วัน โดยชั่งน้ำหนักตัวอย่างมะละกอสดัดแต่ง ทำการทดลองที่รีพลิเคตละ 3 ซ้ำ คำนวณค่าร้อยละการสูญเสีย น้ำหนักเฉลี่ย±SD ของชิ้นมะละกอสดัดแต่งดังสมการที่ 1

$$\text{การสูญเสียน้ำหนัก (\%)} = \frac{\text{น้ำหนักตัวอย่างก่อนการเก็บรักษา} - \text{น้ำหนักตัวอย่างหลังการเก็บรักษา}}{\text{น้ำหนักตัวอย่างก่อนการเก็บรักษา}} \times 100 \quad (1)$$

4.2 ค่าความแน่นเนื้อ วัดค่าความแน่นเนื้อของตัวอย่างโดยใช้เครื่อง Texture Analyzer (TA.XT Plus Texture Analyser, ยี่ห้อ Stable Micro System ประเทศอังกฤษ) โดยใช้แรงเจาะ หัววัดเสตนเลสเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 มิลลิเมตร คัดแปลงจาก Bellary et al. (2016) โดยจะทดสอบตัวอย่างวันที่ 1, 4, 8 และ 12 ของการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ทำการวัด 3 ซ้ำ หาค่าเฉลี่ย±SD

4.3 ค่าสี ( $L^*$ ,  $a^*$ ,  $b^*$  และ  $h^*$ ) วัดค่าสีของตัวอย่างทุกที่ที่เก็บรักษาเป็นระยะเวลา 1, 4, 8 และ 12 ที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ทำการวัด 3 ซ้ำ หาค่าเฉลี่ย±SD ด้วยเครื่องวัดสี (รุ่น color QUEST45/0 ยี่ห้อ Hunter LAB บริษัท Hunter Associate Laboratory, ประเทศสหรัฐอเมริกา)

4.4 ปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิกและยีสต์รา วัดปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิกและยีสต์รา โดยใช้ 3M Petrifilm™ Aerobic Count Plate และ 3M Petrifilm™ Yeast and Mold Count Plate ตามลำดับ โดยจะทดสอบตัวอย่างทุกที่ที่ในวันที่ 12 ของการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส

4.5 คุณลักษณะทางด้านประสาทสัมผัส โดยจะทดสอบคุณลักษณะทางด้านประสาทสัมผัสของตัวอย่างทุกที่ที่ในวันที่ 4 ของการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ทดสอบการยอมรับ (Acceptance test) โดยใช้ 9-point hedonic scale ในด้านลักษณะปรากฏ สี กลิ่น รสชาติ ความแน่นเนื้อ และความชอบโดยรวม โดยผู้ทดสอบชิม จำนวน 25 คน ที่ไม่ผ่านการฝึกฝน เสิร์ฟตัวอย่างแบบสุ่ม ด้วยรหัส 3 หลัก ที่อุณหภูมิห้อง (ประมาณ 26 องศาเซลเซียส) มีการล้างปากระหว่างการทดสอบแต่ละตัวอย่างด้วยน้ำเปล่า โดย 1 คะแนน หมายถึงไม่ชอบมากที่สุด และ 9 คะแนน หมายถึงชอบมากที่สุด

## 5. การวิเคราะห์ผลทางสถิติ

5.1 การศึกษาผลของสูตรสารเคลือบ และระยะเวลาการเก็บรักษามะละกอสดัดแต่ง ต่อคุณภาพด้านสี ความแน่นเนื้อ และการสูญเสียน้ำหนักของมะละกอสดัดแต่ง วางแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design) ทำการทดลอง 3 ซ้ำ วิเคราะห์ความแปรปรวน 2 ทาง โดยใช้โปรแกรม Minitab 16 เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างทรีทเมนต์ ด้วยวิธี Tukey's HSD test ที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 95

5.2 ศึกษาผลของสูตรสารเคลือบ (ไม่เคลือบ เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2) ต่อสมบัติทางด้าน ประสาทสัมผัสของมะละกอสดัดแต่ง ที่เก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นระยะเวลา 4 วัน วางแผนการทดลองแบบสุ่มบล็อกสมบูรณ์ (Randomized Complete Block Design; RCBD) โดยใช้โปรแกรม Minitab 16 เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างทรีทเมนต์ด้วยวิธี Tukey's HSD test ที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 95

5.3 ศึกษาผลของสูตรสารเคลือบ (ไม่เคลือบ เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2) ต่อคุณภาพด้าน จุลชีววิทยาของมะละกอสดัดแต่ง ที่เก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นระยะเวลา 12 วัน วางแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ ทำการทดลอง 3 ซ้ำ วิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว เปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างทรีทเมนต์โดยวิธี Tukey's HSD test ที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 95

## ผลและวิจารณ์ผลการทดลอง

### 1. การสูญเสียน้ำหนักของมะละกอสดัดแต่ง

ตารางที่ 1 แสดงค่าร้อยละการสูญเสียน้ำหนักของมะละกอสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรต่าง ๆ ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส จากผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง พบว่าอิทธิพลร่วมระหว่าง 2 ปัจจัย คือ สูตรของสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษา มีผลต่อร้อยละการสูญเสียน้ำหนักของมะละกอสดัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) (ไม่ได้แสดงผล)

จากตารางที่ 1 พบว่าเมื่อระยะเวลาการเก็บรักษามากขึ้นจาก 4 วัน เป็น 12 วัน ตัวอย่างที่ไม่เคลือบมีร้อยละการสูญเสียน้ำหนักเพิ่มขึ้นจากร้อยละ 0.73 เป็นร้อยละ 2.45 และเมื่อเปรียบเทียบที่การเก็บรักษาในวันเดียวกัน พบว่าตั้งแต่วันที่ 8 ของการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส ตัวอย่างควบคุมมีการสูญเสียน้ำหนักมากกว่าตัวอย่างที่เคลือบด้วยสารเคลือบทั้งสองสูตรอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) ซึ่งการสูญเสียน้ำหนักของมะละกอสดัดแต่งในระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เกิดจากการคายน้ำเพื่อระบายความร้อนเนื่องจากการหายใจ การเคลือบมะละกอสดัดแต่งด้วยสารเคลือบบริโกลได้ ช่วยลดปริมาณออกซิเจน จึงทำให้มะละกอมีอัตราการหายใจลดลง นอกจากนี้การสูญเสียน้ำหนักของมะละกอสดัดแต่งเกิดจากความแตกต่างของความชื้นของมะละกอกับอากาศในตู้แช่เย็น โดยความชื้นสัมพัทธ์ของเนื้อมะละกอสดัดแต่งมีค่ามากกว่าความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศในตู้แช่เย็น จึงทำให้มะละกอสูดซับน้ำ และส่งผลให้สูญเสียน้ำหนักในระหว่างการเก็บรักษา และพบว่าการเคลือบมะละกอสดัดแต่งด้วยสารเคลือบบริโกลได้ ช่วยลดการสูญเสียน้ำหนักของมะละกอ จึงทำให้สูญเสีย

ตารางที่ 1 ร้อยละการสูญเสียน้ำหนักของมะละกอสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรต่าง ๆ ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส

สูตรของสารเคลือบ	ระยะเวลาการเก็บรักษา (วัน)		
	4	8	12
ไม่เคลือบ	0.73±0.21 <sup>cd</sup>	1.57±0.32 <sup>b</sup>	2.45±0.31 <sup>a</sup>
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินต	0.28±0.25 <sup>d</sup>	0.48±0.09 <sup>cd</sup>	0.72±0.14 <sup>cd</sup>
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินตและน้ำมันสกัดยูจีนอล	0.32±0.17 <sup>cd</sup>	0.55±0.02 <sup>cd</sup>	0.87±0.12 <sup>c</sup>

หมายเหตุ: <sup>a,b,c,...</sup> หมายถึง ค่าเฉลี่ยของข้อมูลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ )

น้ำหนักน้อยกว่ามะละกอสดัดแต่งที่ไม่ได้เคลือบ (ตัวอย่างควบคุม) ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Azarakhsh et al. (2014) ที่พบว่าสับปะรดสดดัดแต่งที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินตที่มีน้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้ ความเข้มข้นร้อยละ 0.5 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร และเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 10 องศาเซลเซียส นาน 16 วัน มีค่าสูญเสียน้ำหนักต่ำกว่าตัวอย่างที่ไม่ได้เคลือบอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ )

## 2. ค่าความแน่นเนื้อของมะละกอสดัดแต่ง

ค่าความแน่นเนื้อของมะละกอสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรต่าง ๆ ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียสแสดงดังตารางที่ 2 จากตารางผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน พบว่าอิทธิพลร่วมระหว่าง 2 ปัจจัย คือ สูตรของสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษามีผลต่อความแน่นเนื้อของมะละกอสดัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) (ไม่ได้แสดงผล) จากตารางที่ 2 พบว่าตลอดระยะเวลาของการเก็บรักษา ตัวอย่างที่เคลือบมีค่าความแน่นเนื้อระหว่าง 52.45-208.18 กรัม ซึ่งมีค่ามากกว่าตัวอย่างไม่เคลือบซึ่งมีค่าความแน่นเนื้อระหว่าง 31.39-18.87 กรัม อย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) เนื่องจากในขั้นตอนการเคลือบตัวอย่างมะละกอสดัดแต่งมีการจุ่มมะละกอสดัดแต่งในสารเคลือบอัลจินต หลังจากนั้นจุ่มในสารละลายแคลเซียมคลอไรด์ ทำให้อัลจินตจับกับอออนของแคลเซียม เกิดเป็นเจลแคลเซียมอัลจินตบนผิวมะละกอสดัดแต่ง โดยโครงสร้างของเจลมีลักษณะคล้ายกล่องไข่ (egg box) จึงสามารถลดการสูญเสียน้ำออกจากเนื้อมะละกอสดัดแต่งได้ โดยการสูญเสียน้ำเกิดขึ้นเนื่องจากภายในเนื้อมะละกามีความชื้นสูงกว่าบรรยากาศ ส่งผลให้ผิวมะละกอเหี่ยวแห้ง และทำให้ความเข้มข้นของสารภายในเซลล์เพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้ค่าความแน่นเนื้อลดลง (Pérez-Gago et al., 2010) การเคลือบสามารถรักษาความแน่นเนื้อของมะละกอสดัดแต่งไว้ได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลของการสูญเสียน้ำหนักในตารางที่ 1 พบว่าที่ระยะเวลาการเก็บรักษาเดียวกัน ตัวอย่างที่เคลือบ (เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2) มีค่าการสูญเสียน้ำหนักน้อยกว่าตัวอย่างที่ไม่

ตารางที่ 2 ค่าความแน่นเนื้อ (กรัม) ของมะละกอสดตัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรต่าง ๆ ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส

สูตรของสารเคลือบ	ระยะเวลาการเก็บรักษา (วัน)			
	1	4	8	12
ไม่เคลือบ	31.39±6.36 <sup>de</sup>	25.03±3.77 <sup>e</sup>	23.13±5.04 <sup>e</sup>	18.87±5.01 <sup>e</sup>
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินต	186.86±17.05 <sup>ab</sup>	104.94±21.63 <sup>cd</sup>	70.05±23.23 <sup>de</sup>	52.45±8.82 <sup>de</sup>
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินตและน้ำมันสกัดยูจีนอล	208.18±13.77 <sup>a</sup>	145.39±48.04 <sup>bc</sup>	73.15±10.98 <sup>de</sup>	55.51±13.90 <sup>de</sup>

หมายเหตุ <sup>a,b,c,...</sup> หมายถึง ค่าเฉลี่ยของข้อมูลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ (p<0.05)

เคลือบ ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Azarakhsh et al. (2014) ที่วัดค่าความแน่นเนื้อของสับปะรดสดตัดแต่งที่ไม่เคลือบและเคลือบด้วยโซเดียมอัลจินตที่มีน้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้ความเข้มข้นร้อยละ 0.5 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 10 องศาเซลเซียส นาน 16 วัน พบว่าตั้งแต่วันที่ 8 ของการเก็บรักษา สับปะรดสดตัดแต่งที่เคลือบทั้งหมดมีค่าความแน่นเนื้อมากกว่าตัวอย่างที่ไม่เคลือบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ (p<0.05) และงานวิจัยของ Sipahi et al. (2013) ที่ศึกษาผลของการไม่เคลือบ และเคลือบแดงโมสตัดแต่งด้วยสารเคลือบโซเดียมอัลจินตที่รวมอยู่กับทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ ความเข้มข้นร้อยละ 2 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นระยะเวลา 15 วัน พบว่าในวันที่ 15 ของการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส แดงโมสตัดแต่งที่เคลือบมีค่าความแน่นเนื้อมากกว่าตัวอย่างที่ไม่เคลือบอย่างมีนัยสำคัญ (p<0.05) จากตารางที่ 2 เมื่อระยะเวลาการเก็บรักษามากขึ้น ค่าความแน่นเนื้อของตัวอย่างทุกทรีทเมนต์ มีแนวโน้มลดลงตลอดระยะเวลาการเก็บรักษา มีสาเหตุมาจากเพกตินซึ่งเป็นสารที่สร้างความแข็งแรงให้กับโครงสร้างเนื้อเยื่อของมะละกอ จะอยู่ในรูปของโพรโตเพกตินซึ่งไม่ละลายน้ำ ระหว่างการสุกของมะละกอ โพรโตเพกตินจะเปลี่ยนเป็นเพกติน ซึ่งละลายในน้ำได้ ทำให้มะละกอมีเนื้อสัมผัสนุ่มลง ความแน่นเนื้อลดลง นอกจากนี้ในมะละกอมีเอนไซม์ที่ย่อยเพกติน เช่น เอนไซม์เพกตินเนส เพกตินเมทิลเอสเทอเรส (Aimsamang, 1998) ซึ่งทำให้เนื้อมะละกอมีความแน่นเนื้อลดลงระหว่างการเก็บรักษา

### 3. คำศัพท์ของมะละกอสดตัดแต่ง

#### L\* b\* C\* และ h\*

ค่า L\* b\* C\* และ h\* ของมะละกอสดตัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรต่าง ๆ ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียสแสดงดังตารางที่ 3 และผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน 2 ทาง (ไม่ได้แสดงผล) พบว่า

ตารางที่ 3 ค่า L\* b\* C\* และ h\* ของมะละกอสดตัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรต่าง ๆ ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส

สูตรของสารเคลือบ <sup>ns</sup>	ระยะเวลาการเก็บรักษา <sup>ns</sup> (วัน)				
	1	4	8	12	
ไม่เคลือบ	L*	39.56±2.95	38.52±3.08	37.01±3.41	36.15±3.43
	b*	30.69±3.68	28.96±4.40	27.75±4.75	25.99±4.86
	C*	46.83±2.78	45.23±3.47	43.50±4.05	41.24±4.31
	h*(°)	40.87±3.17	39.67±3.53	39.34±3.75	38.70±3.89
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนต	L*	38.45±1.87	37.86±1.44	38.20±1.58	37.73±1.57
	b*	28.27±3.01	26.73±2.28	26.79±2.80	27.57±3.03
	C*	44.51±3.18	43.04±2.59	42.70±2.93	43.13±3.09
	h*(°)	39.17±2.14	36.96±4.10	38.80±1.89	39.65±2.01
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนต และน้ำมันสกัดยูจีนอล	L*	38.25±1.51	37.99±1.63	38.48±1.84	38.38±1.81
	b*	30.46±4.22	28.3±3.81	28.96±4.55	28.76±4.46
	C*	46.89±3.75	44.62±3.48	44.75±4.49	44.17±4.31
	h*(°)	40.37±3.08	39.30±2.85	40.03±3.29	40.45±3.20

หมายเหตุ<sup>ns</sup> หมายถึง ค่าเฉลี่ยของข้อมูล ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $p \geq 0.05$ )

อิทธิพลร่วมระหว่าง 2 ปัจจัย คือ สูตรของสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษา และอิทธิพลปัจจัยของสูตรของสารเคลือบเพียงอย่างเดียว และอิทธิพลของระยะเวลาการเก็บรักษาเพียงอย่างเดียว ไม่มีผลต่อค่า L\* b\* C\* และ h\* ของมะละกอสดตัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p \geq 0.05$ ) ผลการทดลองที่ได้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Sipahi et al. (2013) พบว่าค่า L\* ของตัวอย่างแดงโมสตัดแต่งที่ไม่เคลือบและเคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนตที่รวมอยู่กับการานส์-ซินนามัลดีไฮด์ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p \geq 0.05$ ) ในทางทฤษฎีสารเคลือบสามารถลดการสัมผัสกับออกซิเจน จึงสามารถลดการเกิดสีน้ำตาลเนื่องจากเอนไซม์ได้ ซึ่งการตัดแต่งส่งผลให้เอนไซม์พอลิฟีนอลออกซิเดส (Polyphenol oxidase หรือ PPO) ที่มีในผลไม้สัมผัสกับออกซิเจนทำให้สารโมโนฟีนอล (monophenol) ถูกออกซิไดซ์จนได้ผลิตภัณฑ์สุดท้ายเป็นออร์โทควิโนน (o-quinone) ซึ่งจะทำปฏิกิริยาต่อ

กับกรดแอมิโนหรือโปรตีนได้เป็นสารที่มีโมเลกุลใหญ่ และมีสีน้ำตาล (browning) โดยเอนไซม์ PPO จะทำงานได้ดีในสภาพที่มีออกซิเจน (Zhou et al., 2007) และเมื่อระยะเวลาการเก็บรักษามากขึ้น ส่งผลให้ค่า  $L^*$  ลดลง เนื่องจากระยะเวลาในการเกิดปฏิกิริยาสีน้ำตาลเนื่องจากเอนไซม์ที่มากขึ้นตามไปด้วย จึงมีผลทำให้ค่า  $L^*$  ในมะละกอสดัดแต่งลดลง งานวิจัยของ Azarakhsh et al. (2014) พบว่าค่า  $L^*$  ของตัวอย่างสับประสดัดแต่งที่ไม่เคลือบ และเคลือบด้วยสูตรสารเคลือบโซเดียมอัลจินเตที่ไม่มีและมือน้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 10 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 16 วัน มีค่าลดลงตลอดระยะเวลาการเก็บรักษา ส่วนค่า  $b^*$  จะเป็นค่าที่บ่งบอกถึงความเขียว (ค่าเป็นบวก) - สีน้ำเงิน (ค่าเป็นลบ) ผลจากการที่ 3 พบว่าระยะเวลาการเก็บรักษาไม่มีผลต่อค่า  $b^*$  อย่างมีนัยสำคัญ ( $p \geq 0.05$ ) ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Mantilla et al. (2013) ที่พบว่าค่า  $b^*$  ของสับประสดัดแต่งที่ไม่เคลือบและเคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเตที่รวมอยู่กับทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส มีค่าไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ จากตารางที่ 3 พบว่าสูตรของสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษาไม่มีผลต่อค่า  $C^*$  ของมะละกอสดัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญ ( $p \geq 0.05$ ) ซึ่งงานวิจัยของ Azarakhsh et al. (2014) พบว่าตั้งแต่วันที่ 4 ของการเก็บรักษา ที่อุณหภูมิ 10 องศาเซลเซียส สับประสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบโซเดียมอัลจินเตที่มีและไม่มีน้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้ มีค่า  $C^*$  (ความเข้มน้ำ) มากกว่าตัวอย่างควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) จากตารางที่ 3 ทุกพารามิเตอร์มีค่า  $h^*$  อยู่ในช่วง 36.96-40.87° แสดงถึงเฉดสีส้ม จากผลการทดลองพบว่าสูตรของสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษาไม่มีผลต่อค่า  $h^*$  ของมะละกอสดัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญ ( $p \geq 0.05$ ) ซึ่งแตกต่างกับงานวิจัยของ Azarakhsh et al. (2014) พบว่าตั้งแต่วันที่ 4 ของการเก็บรักษา ที่อุณหภูมิ 10 องศาเซลเซียส ค่า  $h^*$  ของสับประสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบโซเดียมอัลจินเตที่มีและไม่มีน้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้มากกว่าตัวอย่างควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) โดยมีสีน้ำตาลน้อยกว่าสับประสดัดแต่งที่ไม่เคลือบ เนื่องมาจากการเคลือบสับประสดัดแต่ง ช่วยลดการสัมผัสกับออกซิเจน ทำให้เกิดปฏิกิริยาสีน้ำตาลเนื่องจากเอนไซม์ลดลง

ผลของสูตรสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษาที่ 4 องศาเซลเซียสต่อค่า  $a^*$  ของมะละกอสดัดแต่งแสดงดังตารางที่ 4 และผลการวิเคราะห์ความแปรปรวน 2 ทาง พบว่าอิทธิพลร่วมระหว่าง 2 ปัจจัย คือ สูตรของสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษา ไม่มีผลต่อค่า  $a^*$  ของมะละกอสดัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญ ( $p \geq 0.05$ ) แต่อิทธิพลของระยะเวลาการเก็บรักษาเพียงอย่างเดียวมีผลต่อค่า  $a^*$  ของมะละกอสดัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ ) (ไม่ได้แสดงผล) จากตารางที่ 4 พบว่าทุกพารามิเตอร์ ค่า  $a^*$  ลดลงเมื่อระยะเวลาการเก็บรักษามากขึ้น เมื่อเก็บรักษาเป็นระยะเวลา 1 วัน มีค่า  $a^*$  มากกว่าวันที่ 12 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) โดยค่า  $a^*$  เป็นค่าที่บ่งบอกถึงความเขียว (ค่าเป็นบวก) - สีเขียว (ค่าเป็นลบ)

จากตารางที่ 4 มะละกอสดัดแต่งทุกพารามิเตอร์ที่เก็บรักษาเป็นระยะเวลา 1 วัน มีค่าความเป็นสีแดงมากที่สุด และมะละกอสดัดแต่งที่เก็บรักษาเป็นระยะเวลา 12 วัน ของทุกพารามิเตอร์มีค่าความเป็นสีแดงน้อยที่สุด เนื่องจากเมื่อเวลาการเก็บรักษามากขึ้น ทำให้มะละกอมีเวลาที่สัมผัสกับความร้อน แสง และออกซิเจนมากขึ้น ทำ

ตารางที่ 4 ผลของสูตรสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษาที่ 4 องศาเซลเซียสต่อค่า a\* ของมะละกอสดัดแต่ง

สูตรของสารเคลือบ	ระยะเวลาการเก็บรักษา (วัน)				ค่าเฉลี่ย±SD <sup>ns</sup>
	1	4	8	12	
ไม่เคลือบ	35.29±1.00	34.65±0.84	33.52±1.20	32.00±1.46	33.87±1.66
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนต	34.28±1.95	33.72±1.68	33.22±1.65	33.15±1.63	33.61±1.67
เคลือบด้วยโซเดียมอัลจิเนต และน้ำมันสกัดยูจีนอล	35.59±1.50	34.41±1.53	34.18±1.92	33.46±2.07	34.41±1.81
ค่าเฉลี่ย ± SD	35.08±1.52 <sup>A</sup>	34.26±1.36 <sup>AB</sup>	33.64 ±1.55 <sup>AB</sup>	32.87±1.74 <sup>B</sup>	

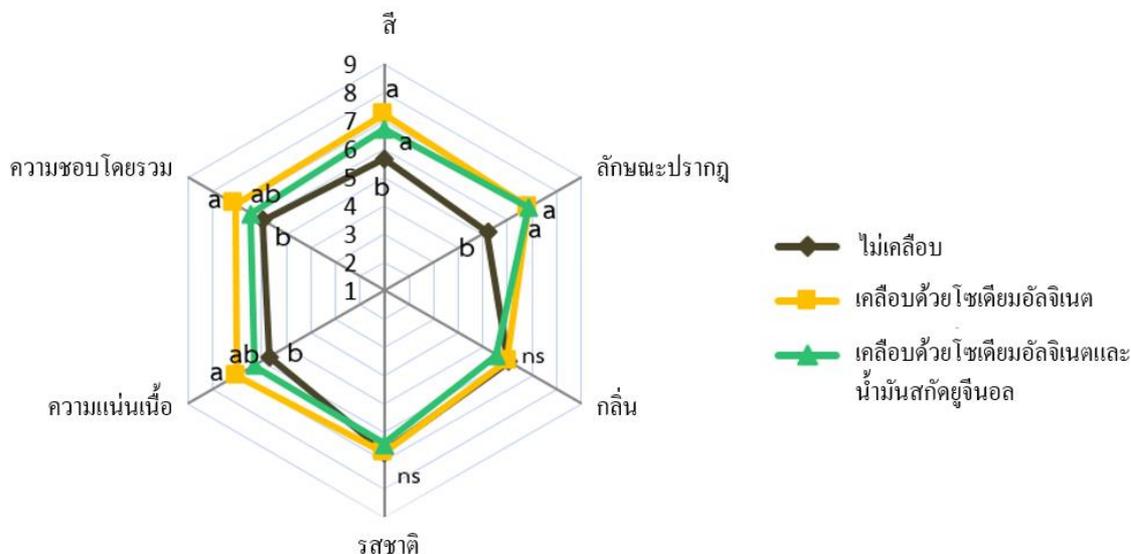
หมายเหตุ: <sup>ns</sup> หมายถึง ค่าเฉลี่ยของข้อมูลในแนวตั้งไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $p \geq 0.05$ )

<sup>A,B</sup> หมายถึง ค่าเฉลี่ยของข้อมูลในแนวนอนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ )

ให้เร่งการเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชันของไลโคปีนที่เป็นสารให้สีส้มแดงในเนื้อมะละกอ ทำให้มีค่าความเป็นสีแดงของมะละกอสดัดแต่งลดลง ซึ่งแตกต่างกับงานวิจัยของ Mantilla et al. (2013) พบว่าค่า a\* ของตัวอย่างสับประรด สดัดแต่งที่ไม่เคลือบและเคลือบด้วยสารเคลือบโซเดียมอัลจิเนตที่รวมอยู่กับทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียสไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $p \geq 0.05$ ) ตลอดระยะเวลาการเก็บรักษา

#### 4. คะแนนคุณลักษณะทางประสาทสัมผัส

รูปที่ 1 แสดงผลของสูตรสารเคลือบต่อการยอมรับทางประสาทสัมผัสของมะละกอสดัดแต่งที่เก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 4 วัน พบว่าตัวอย่างที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2 มีคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสในด้านลักษณะปรากฏ และสีมากกว่าตัวอย่างไม่เคลือบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) อาจเนื่องมาจากสารเคลือบมีผลทำให้ผิวของมะละกอสดัดแต่งมีลักษณะมันวาว และจากตารางที่ 3 พบว่ามะละกอสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2 มีค่าเฉลี่ย ( $h^*$ ) เท่ากับ 36.96 และ 39.30 ตามลำดับ ซึ่งมีเฉลี่ยสีที่ใกล้เคียงกันสีแดงมากกว่ามะละกอสดัดแต่งที่ไม่เคลือบ ( $h^*$  เท่ากับ 39.67) แสดงว่าผู้ทดสอบมีความชอบมะละกอสดัดแต่งที่มีเฉลี่ยสีที่ใกล้เคียงกันสีแดงมากกว่า จึงทำให้คะแนนความชอบในด้านลักษณะปรากฏของมะละกอสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูงกว่าตัวอย่างที่ไม่เคลือบ และสารเคลือบสามารถชะลอการเกิดสีน้ำตาลเนื่องจากเอนไซม์ในตัวอย่างที่เคลือบได้ เมื่อพิจารณาความชอบในด้านกลิ่น พบว่ามะละกอสดัดแต่งที่ไม่เคลือบ และเคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2 มีคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสในด้านกลิ่นไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p \geq 0.05$ ) โดยมีค่าประมาณ 6 คะแนน หมายความว่าผู้ทำการทดสอบ



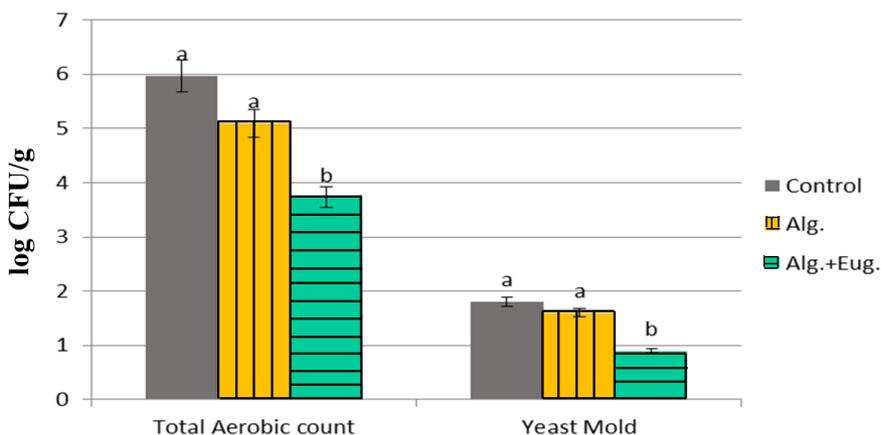
รูปที่ 1 ผลของสูตรสารเคลือบต่อการยอมรับทางประสาทสัมผัสของมะละกอสดัดแต่งที่เก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 4 วัน

มีความชอบเล็กน้อย โดยคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสในด้านกลิ่นไม่แตกต่างกันอาจเนื่องมาจากความเข้มข้นของน้ำมันสกัดยูจีนอลที่ใส่ลงในสารเคลือบ มีค่าเท่ากับ 0.10 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ซึ่งมีปริมาณเล็กน้อยส่งผลให้ซึ่งผู้บริโภคไม่สามารถรับรู้กลิ่นได้ ผลที่ได้แตกต่างจากงานวิจัยของ Mantilla et al. (2013) ที่ศึกษาการเคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเตที่รวมอยู่กับทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ เก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส นาน 15 วัน พบว่าตัวอย่างที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเตที่รวมอยู่กับทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ มีคะแนนความชอบด้านกลิ่นต่ำกว่าตัวอย่างควบคุมที่ไม่เคลือบอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) เนื่องจากผู้ทดสอบสามารถรับรู้ถึงกลิ่นของทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ ส่วนคะแนนความชอบด้านรสชาติ พบว่าตัวอย่างควบคุมและตัวอย่างที่เคลือบทั้งหมด (เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2) ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p \geq 0.05$ ) เมื่อพิจารณาคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสในด้านเนื้อสัมผัสและความชอบโดยรวม พบว่าตัวอย่างที่เคลือบด้วยสูตรสารเคลือบโซเดียมอัลจินเต (สารเคลือบสูตรที่ 1) มีคะแนนในด้านเนื้อสัมผัสและความชอบโดยรวม เท่ากับ 6-7 คะแนน แสดงว่าผู้ทดสอบมีความชอบปานกลาง โดยมีความมากกว่าตัวอย่างควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) เนื่องจากสารเคลือบสามารถรักษาความแน่นเนื้อ และชะลอการสูญเสียความชื้นออกจากชิ้นมะละกอสดัดแต่งไว้ได้ และตัวอย่างที่เคลือบด้วยสูตรสารเคลือบโซเดียมอัลจินเตมีคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสในด้านลักษณะปรากฏ ดี เนื้อสัมผัส จึงทำให้มีคะแนนในด้านความชอบโดยรวมมากที่สุด และไม่มีความแตกต่างกันอย่างมี

นัยสำคัญทางสถิติ ( $p \geq 0.05$ ) ระหว่างตัวอย่างที่เคลือบ (เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2) ในด้านสี ลักษณะปรากฏ กลิ่น รสชาติ เนื้อสัมผัส และความชอบโดยรวม

### 5. ปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิกและยีสต์รา

การตัดแต่งผลไม้ทำให้เกิดบาดแผลที่ผิวของผลไม้ ทำให้ผิวของผลไม้มีพื้นที่ให้เชื้อจุลินทรีย์สามารถเข้าทำลายได้ง่ายขึ้น โดยเมื่อตัดแต่งและหั่นทำให้เซลล์พืชเสียหาย สารอาหารภายในเซลล์จึงออกมาภายนอก ทำให้จุลินทรีย์ที่ผิวของผลไม้สามารถนำไปใช้เพื่อการเจริญและเพิ่มจำนวน (Azarakhsh et al., 2014) รูปที่ 2 แสดงผลของสูตรสารเคลือบต่อปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิกและยีสต์ราของมะละกอสดตัดแต่งที่เก็บรักษาเป็นเวลา 12 วัน ที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส



<sup>a,b</sup> หมายถึง ค่าเฉลี่ยของข้อมูลมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $p < 0.05$ )

รูปที่ 2 ผลของสูตรสารเคลือบต่อปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิกและยีสต์ราของมะละกอสดตัดแต่งที่เก็บรักษาเป็นเวลา 12 วัน ที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส

จากรูปที่ 2 พบว่าเมื่อเก็บรักษามะละกอสดตัดแต่งที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นระยะเวลา 12 วัน พบว่าปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิก และยีสต์ราของตัวอย่างที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเตที่รวมอยู่กับน้ำมันสกัดยูจีนอล (สารเคลือบสูตรที่ 2) มีปริมาณเท่ากับ 3.73 log CFU/กรัม และ 0.9 log CFU/กรัม ตามลำดับ ซึ่งมีค่าต่ำกว่าตัวอย่างที่ไม่เคลือบ และตัวอย่างที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเต (สารเคลือบสูตรที่ 1) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) แสดงว่าน้ำมันสกัดยูจีนอลที่เติมลงในสูตรของสารเคลือบสูตรที่ 2 สามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อจุลินทรีย์และยีสต์ราได้ เนื่องจากน้ำมันสกัดยูจีนอลทำปฏิกิริยากับฟอสโฟลิพิด (phospholipid) ซึ่งเป็น

ส่วนประกอบในเยื่อหุ้มเซลล์ (cell membrane) ของเชื้อจุลินทรีย์และยีสต์รา ส่งผลให้เยื่อหุ้มเซลล์ไม่สามารถแลกเปลี่ยนไอออนและ ATP ทำให้สารต่าง ๆ ภายในเซลล์ของเชื้อจุลินทรีย์ และยีสต์ราไหลออกสู่ภายนอกเซลล์ จึงทำให้เซลล์ตาย (Bevilacqua, 2010; Marchese et al., 2017; Oyedemi, et al., 2009; Walsh, et al., 2003) ซึ่งผลการทดลองที่ได้สอดคล้องกับงานวิจัย Pavesi, et al. (2003) ที่ทดสอบฤทธิ์ของน้ำมันยูจีนอลที่สกัดจากกานพลูด้วย ไคคลอโรมีเทนต่อการยับยั้ง *Staphylococcus aureus* (แบคทีเรียแกรมบวก) *Escherichia coli* (แบคทีเรียแกรมลบ) และ *Candida albicans* (ยีสต์) พบว่าน้ำมันสกัดยูจีนอลมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของบริเวณต้านจุลินทรีย์ (inhibition zone) ระหว่าง 3.8-12.1 มิลลิเมตร ส่วนตัวอย่างควบคุมที่ไม่ได้ใส่สารสกัดยูจีนอลไม่พบบริเวณต้านจุลินทรีย์ แสดงว่าน้ำมันสกัดยูจีนอลสามารถยับยั้ง *Staphylococcus aureus* *Escherichia coli* และ *Candida albicans* ได้ และพบว่ามะละกอสดัดแต่งที่ไม่เคลือบ (ตัวอย่างควบคุม) และตัวอย่างที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 มีปริมาณจุลินทรีย์แอโรบิก ยีสต์และราไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p \geq 0.05$ ) จากประกาศกรมวิทยาศาสตร์การแพทย์ ได้กำหนดปริมาณจุลินทรีย์ และยีสต์ราของผักและผลไม้สดแช่ที่บรรจุในถาดโฟมหรือถุงพลาสติก จำนวนจุลินทรีย์ น้อยกว่า  $1 \times 10^6$  CFU/กรัม จำนวนยีสต์ น้อยกว่า 1,000 CFU/กรัม และจำนวนรา น้อยกว่า 500 CFU/กรัม ตามลำดับ (Department of Medical Sciences, Ministry of Public Health, 2017) จากผลการทดลอง พบว่าปริมาณจุลินทรีย์แอโรบิกของมะละกอสดัดแต่งที่ไม่เคลือบและเก็บรักษาเป็นระยะเวลา 12 วัน มีปริมาณตามเกณฑ์ที่กฎหมายกำหนด ส่วนปริมาณยีสต์และราน้อยต่ำกว่าเกณฑ์ที่กฎหมายกำหนด ดังนั้นอายุการเก็บรักษามะละกอสดัดแต่งที่ไม่เคลือบ เท่ากับ 12 วัน ที่อุณหภูมิเก็บรักษา 4 องศาเซลเซียส ส่วนตัวอย่างที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2 มีปริมาณจุลินทรีย์แอโรบิก ยีสต์และราน้อยกว่าเกณฑ์ที่กฎหมายกำหนดในวันที่ 12 ของการเก็บรักษา ดังนั้นอายุการเก็บรักษามะละกอสดัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรที่ 1 และ 2 มากกว่า 12 วัน ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องกับงานวิจัยของ Azarakhsh et al. (2014) ที่ศึกษาผลของความเข้มข้นที่แตกต่างกันของน้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้ที่รวมอยู่ในสารเคลือบโซเดียมอัลจินตของสับปะรดสดแช่ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 10 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 16 วัน พบว่าการใช้น้ำมันหอมระเหยจากตะไคร้ที่ความเข้มข้นร้อยละ 0.5 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร สามารถยับยั้งจุลินทรีย์ทั้งหมดและยีสต์ราได้ โดยยืดอายุการเก็บรักษาจาก 8 วันเป็น 16 วัน และงานวิจัยของ Sipahi et al. (2013) ที่ศึกษาผลของการเคลือบแดงโมสดัดแต่งด้วยสารเคลือบโซเดียมอัลจินตที่รวมอยู่กับทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์ ความเข้มข้นร้อยละ 2 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร ระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 15 วัน พบว่าสารเคลือบโซเดียมอัลจินตที่รวมอยู่กับทรานส์-ซินนามัลดีไฮด์สามารถยับยั้งการเจริญของจุลินทรีย์ประเภทแอโรบิกไซโครโทรป โคลิฟอร์ม และยีสต์รา โดยยืดอายุการเก็บรักษาจาก 7 วัน เป็น 15 วัน

## สรุปผลการทดลอง

### 1. ร้อยละการสูญเสียน้ำหนักและค่าความแน่นเนื้อของมะละกอสดคัดแต่ง

อิทธิพลร่วมระหว่าง 2 ปัจจัย คือ สูตรของสารเคลือบและระยะเวลาการเก็บรักษามีผลต่อร้อยละการสูญเสียน้ำหนัก และค่าความแน่นเนื้อของมะละกอสดคัดแต่งอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) โดยมะละกอสดคัดแต่งที่มีร้อยละการสูญเสียน้ำหนักต่ำสุดและค่าความแน่นเนื้อสูงที่สุด คือ มะละกอสดคัดแต่งที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรโซเดียมอัลจินเตที่มีและไม่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล โดยตัวอย่างควบคุมที่ไม่ได้เคลือบมีร้อยละการสูญเสียน้ำหนักมากที่สุดและค่าความแน่นเนื้อน้อยที่สุด ดังนั้นการเคลือบสามารถลดการสูญเสียน้ำหนักและรักษาความแน่นเนื้อของมะละกอสดคัดแต่งได้

### 2. ค่าสี

ระยะเวลาการเก็บรักษามีผลต่อค่า  $a^*$  อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) โดยทุกทรีทเมนต์ที่ ค่า  $a^*$  ลดลงเมื่อระยะเวลาการเก็บรักษามากขึ้น

### 3. คะแนนคุณลักษณะทางประสาทสัมผัส

ตัวอย่างที่เคลือบ (เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเตที่ไม่มีและมีน้ำมันสกัดยูจีนอล) มีคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสในด้านลักษณะปรากฏ และสีมากกว่าตัวอย่างควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) ตัวอย่างทุกทรีทเมนต์มีคะแนนการทดสอบทางประสาทสัมผัสในด้านกลิ่นประมาณ 6 คะแนน แสดงว่าผู้ทดสอบชอบเล็กน้อย ตัวอย่างควบคุมและตัวอย่างที่เคลือบทั้ง 2 สูตรผู้ทดสอบให้คะแนนด้านรสชาติ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p \geq 0.05$ ) ตัวอย่างที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรโซเดียมอัลจินเตที่มีและไม่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล มีคะแนนในด้านเนื้อสัมผัสและความชอบโดยรวมมากกว่าตัวอย่างควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ )

### 4. ปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิกและยีสต์รา

ปริมาณเชื้อจุลินทรีย์แอโรบิก และยีสต์ราของตัวอย่างที่เคลือบด้วยสารเคลือบสูตรโซเดียมอัลจินเตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอลต่ำกว่าตัวอย่างควบคุม และตัวอย่างที่เคลือบด้วยสูตรสารเคลือบโซเดียมอัลจินเต อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ( $p < 0.05$ ) แสดงว่ามะละกอสดคัดแต่งที่เคลือบด้วยโซเดียมอัลจินเตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอลสามารถยับยั้งเชื้อจุลินทรีย์กลุ่มแอโรบิกและยีสต์ราระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียสเป็นเวลา 12 วัน ได้ดีที่สุดในเมื่อเทียบกับทรีทเมนต์อื่น

ดังนั้นสูตรสารเคลือบสำหรับเคลือบมะละกอสดคัดแต่งที่ดีที่สุด คือ สูตรโซเดียมอัลจินเตที่มีน้ำมันสกัดยูจีนอล เนื่องจากสามารถยับยั้งเชื้อจุลินทรีย์กลุ่มแอโรบิกและยีสต์ราได้มีประสิทธิภาพที่สุด โดยสามารถรักษาสมบัติด้านกายภาพระหว่างการเก็บรักษาที่อุณหภูมิ 4 องศาเซลเซียสได้ดีที่สุด และผู้บริโภคยอมรับด้านเนื้อสัมผัสและความชอบโดยรวมมากที่สุดเมื่อเทียบกับทรีทเมนต์อื่น

### กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากทุนวิจัยคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ ประจำปี 2562 เลขที่สัญญารับทุน 6243106 คณะผู้วิจัยขอขอบคุณแหล่งทุนวิจัยในครั้งนี้

### เอกสารอ้างอิง

- Aimsamang, J. (1998). *Effect of combined application of microwave and chemicals on keeping quality of minimally processed sapodilla*. (M.D. thesis) Department of Agro-Industry, Faculty of Agriculture, Natural Resources and Environment, Naresuan University, Phitsanulok. (in Thai)
- Azarakhsh, N., Osman, A., Ghazali, H.M., Tan, C.P., & Adzahan, N.M. (2014). Lemongrass essential oil incorporated into alginate-based edible coating for shelf-life extension and quality retention of fresh-cut pineapple. *Postharvest Biology and Technology*, 88, 1-7. <http://dx.doi.org/10.1016/j.postharvbio.2013.09.004>
- Bevilacqua, A., Corbo, M.R., & Sinigaglia, M. (2010). In vitro evaluation of the antimicrobial activity of eugenol, limonene, and citrus extract against bacteria and yeasts, representative of the spoiling microflora of fruit juices. *Journal of Food Protection*, 73(5), 888-894. doi: 10.4315/0362-028x-73.5.888
- Bellary, A.N., Indiramma, A.R., Prakash, M., Baskaran, R., & Rastogi, N.K. (2016). Anthocyanin infused watermelon rind and its stability during storage. *Innovative Food Science and Emerging Technologies*, 33, 554-562. doi: 10.1016/j.ifset.2015.10.010
- Department of Medical Sciences, Ministry of Public Health. (2017). *Notification of the Department of Medical Sciences: Microbiological criteria for food and food contact containers revision 3 B.E. 2560 (2017)*. Nonthaburi, Thailand: P2 Design & Print Publisher. Retrieved April 28, 2020, from <http://bqsf.dmsc.moph.go.th/bqsfWeb/wp-content/uploads/2017/Publish/e-book/micro-ISBN60.pdf>. (in Thai)
- Mantilla, N., Castell-Perez, M.E., Gomes, C.L., & Moreira, R.G. (2013). Multilayered antimicrobial edible coating and its effect on quality and shelf-life of fresh-cut pineapple (*Ananas comosus*). *LWT-Food Science and Technology*, 51(1), 37-43. doi: 10.1016/j.lwt.2012.10.010
- Marchese, A., Barbieri, R., Coppo, E., Orhan, I.E., Daglia, M., Nabavi, S.F., Izadi, M., Abdollahi, A., & Nabavi, S.M. (2017). Antimicrobial activity of eugenol and essential oils containing eugenol: A mechanistic viewpoint. *Critical Reviews in Microbiology*, 43(6), 1-22. doi: 10.1080/1040841X.2017.1295225

- Oyedemi, S.O., Okoh, A.I., Mabinya, L.V., Pirochenva, G., & Afolayan, A.J. (2009). The proposed mechanism of bactericidal of eugenol,  $\alpha$ -terpineol and  $\gamma$ -terpinene against *Listeria monocytogenes*, *Streptococcus pyogenes*, *Proteus vulgaris* and *Escherichia coli*. *African Journal of Biotechnology*, 8(7), 1280-1286. ISSN: 1684-5315
- Pavesi, C., Banks, L.A., & Hudaib, T. (2018). Antifungal and antibacterial activities of eugenol and non-polar extract of *Syzygium aromaticum* L. *Journal of Pharmaceutical Science and Research*, 10(2), 337-339. ISSN: 0975-1459
- Pérez-Gago, M.B., González-Aguilar, G.A. & Olivas, G.I. (2010). Edible coatings for fruits and vegetables. *Stewart Postharvest Review*, 6(3), 1-14. doi: 10.2212/spr.2010.3.4
- Sipahi, R.E., Castell-Perez, M.E., Moreira, R.G., Gomes, C.L., & Castillo, A. (2013). Improved multilayered antimicrobial alginate-based edible coating extends the shelf life of fresh-cut watermelon (*Citrullus lanatus*). *LWT-Food Science and Technology*, 51(1), 9-15. doi: 10.1016/j.lwt.2012.11.013
- Walsh, S.E., Maillard, J.Y., Russell, A.D., Catrenich, C.E., Charbonneau, D.L., & Bartolo, R.G. (2003). Activity and mechanisms of action of selected biocidal agents on Gram-positive and -negative bacteria. *Journal of Applied Microbiology*, 94(2), 240-7. doi: 10.1046/j.1365-2672.2003.01825.x.
- Wiley, R.C. (1994). *Minimally Processed Refrigerated Fruit and Vegetables*. New York: Chapman and Hall, Inc.
- Zhou, R., Su, S., Yan, L. & Li, Y. (2007). Effect of transport vibration levels on mechanical damage and physiological responses of Huanghua pear (*Pyrus pyrifolia* Nakai, cv. Huanghua). *Postharvest Biology and Technology*, 46(1), 20-28. doi: 10.1016/j.postharvbio.2007.04.006

Academic Article

# กระบวนการเพาเวอร์ลอว์และการประยุกต์ใช้กับระบบที่ซ่อมแซมได้

## Power-law process and its applications on repairable systems

จุฬารัตน์ ชุมนวล <sup>1\*</sup>

Jularat Chumnuat <sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>สาขาวิชาวิทยาศาสตร์การคำนวณ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ หาดใหญ่ สงขลา 90112

<sup>1</sup>Division of Computational Science, Faculty of Science, Prince of Songkla University, Hat Yai, Songkhla 90112

\*E-mail: Jularat.c@psu.ac.th

Received: 24/06/2020; Revised: 24/08/2020; Accepted: 14/09/2020

### บทคัดย่อ

ระบบที่มีความซับซ้อนที่ใช้กันในปัจจุบันส่วนใหญ่ เช่น ระบบการสื่อสาร ระบบซอฟต์แวร์ เครื่องยนต์ของรถยนต์ เฮลิคอปเตอร์ เครื่องกำเนิดไฟฟ้าบนเครื่องบิน ฯลฯ ล้วนแล้วแต่เป็นระบบที่ซ่อมแซมได้ กล่าวคือ เมื่อระบบเกิดความขัดข้องหรือล้มเหลว ผู้ใช้สามารถที่จะทำการซ่อมแซมแล้วนำกลับมาใช้ซ้ำได้อีกโดยไม่จำเป็นต้องหาระบบใหม่มาทดแทน โดยทั่วไปแล้ว ก่อนที่ระบบที่ซ่อมแซมได้จะถูกนำไปใช้งานหรือถูกนำไปจำหน่ายให้กับลูกค้า ระบบจะต้องผ่านขั้นตอนการทดสอบในระยะที่เรียกว่า ระยะพัฒนาระบบ (development phase) เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพและความเชื่อถือได้ ตลอดจนเพื่อแก้ปัญหาหรือข้อบกพร่องที่อาจเกิดจากการออกแบบในขั้นแรกที่ยังไม่สมบูรณ์ โดยการทดสอบระบบดังกล่าวจะส่งผลต่อการออกแบบครั้งสุดท้ายก่อนที่จะถูกนำออกไปจำหน่ายและความเชื่อถือได้ของระบบจะถูกนำมาใช้ในการกำหนดระยะเวลารับประกันสินค้า ในบทความนี้จะกล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานและการอนุมานทางสถิติเบื้องต้นสำหรับกระบวนการนอนฮอเมอจีเนียสปีวซงชนิดพิเศษที่เรียกว่า กระบวนการเพาเวอร์ลอว์ ซึ่งเป็นกระบวนการที่ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายในการศึกษาและวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้ นอกจากนี้ ในบทความยังนำเสนอตัวอย่างการนำกระบวนการเพาเวอร์ลอว์หรือแบบจำลองเพาเวอร์ลอว์ไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงที่มาจากระบบที่ซ่อมแซมได้ โดยข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์คือเวลาการเกิดความล้มเหลวของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเครื่องบิน และเวลาการเกิดความล้มเหลวของเครื่องปรับอากาศในเครื่องบินโบอิง

คำสำคัญ: กระบวนการปีวซง, อัตราความล้มเหลว, กระบวนการไวบูล, ความเชื่อถือได้

## Abstract

Most of the complex systems in use nowadays such as communication systems, software systems, automobile engines, helicopters, aircraft generators, etc., are repairable systems that can be repaired by replacing or repairing system components other than replacement of the entire system after failing. Before a repairable system is used or handed over to the customer, system testing is usually conducted in the development phase to explore all aspects of functionality and system reliability. Moreover, early prototypes will often contain design flaws when a system is in the development stage, so that system testing is performed to correct such problems and this will affect the final design. Also, system reliability obtained during the development phase is essential to establish a warranty period or determine a maintenance phase for repairable systems. In this paper, we consider the basic concepts and statistical inferences for the power-law process which is the special type of nonhomogeneous Poisson process, and it is widely used in the study and analysis of the system reliability. In addition, this paper also presents applications of the power-law process on repairable systems using two real data sets, failure times of an aircraft generator, and failure times of the Boeing air-conditioning system.

**Keywords:** Poisson process, failure rate, Weibull process, reliability

## บทนำ

ระบบต่างๆ ที่ใช้กันในปัจจุบันส่วนใหญ่ถูกจำแนกออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ระบบที่ใช้งานเพียงครั้งเดียวหรือระบบที่ไม่สามารถซ่อมแซมได้ (one-time system หรือ nonrepairable system) และระบบที่สามารถนำกลับมาใช้ซ้ำหรือระบบที่สามารถซ่อมแซมได้ (reusable system หรือ repairable system) ในบทความนี้ คำว่า “ระบบ” จะหมายรวมถึงส่วนประกอบ ชิ้นส่วน เครื่องมือ หรืออุปกรณ์ต่างๆ สำหรับระบบที่ไม่สามารถซ่อมแซมได้ในที่นี้ เช่น หลอดไฟ เมื่อใช้งานไปสักระยะเวลาหนึ่งหลอดไฟจะหมดอายุการใช้งานและไม่สามารถให้แสงสว่างได้ ผู้ใช้งานจำเป็นต้องเปลี่ยนหรือหาหลอดไฟใหม่มาทดแทน ไม่สามารถที่จะซ่อมแซมหลอดไฟหลอดเดิมได้ หรือแบตเตอรี่ถ่านไฟฉาย เมื่อแบตเตอรี่หมด ผู้ใช้งานจำเป็นต้องเปลี่ยนแบตเตอรี่ใหม่ ไม่สามารถซ่อมแซมแบตเตอรี่เดิมได้ เป็นต้น ส่วนระบบที่สามารถซ่อมแซมได้ในที่นี้ เช่น รถยนต์ เมื่อชิ้นส่วนหรืออุปกรณ์ส่วนหนึ่งส่วนใดเสีย ผู้ใช้งานเพียงซ่อมแซมหรือเปลี่ยนชิ้นส่วนหรืออุปกรณ์ชิ้นนั้น รถยนต์ก็สามารถกลับมาใช้งานได้ตามปกติโดยที่ไม่จำเป็นต้องซื้อรถยนต์คันใหม่ เป็นต้น จะเห็นได้ว่า ระบบที่ไม่สามารถซ่อมแซมได้จะเกิดความล้มเหลวได้เพียงหนึ่งครั้งเท่านั้น และการแจกแจงที่นิยมนำมาใช้ในการอธิบายอายุการใช้งานของระบบประเภทนี้ตั้งแต่เริ่มติดตั้งจนกระทั่งเกิดความล้มเหลว ได้แก่ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (exponential distribution) การแจกแจงล็อกนอร์มัล (log-normal distribution) และการแจกแจงไวบูล (Weibull distribution) ในทางตรงกันข้าม ระบบที่สามารถ

ซ่อมแซมได้นั้น เมื่อระบบเกิดความล้มเหลวจะสามารถซ่อมแซมและถูกนำกลับไปใช้ซ้ำได้อีก ดังนั้น แบบจำลองที่ใช้ในการศึกษาอายุการใช้งานของระบบจึงต้องครอบคลุมลำดับของความล้มเหลวที่เกิดขึ้นซ้ำๆ ทั้งหมด และต้องสามารถสะท้อนให้เห็นการเปลี่ยนแปลงความเชื่อถือได้ (reliability) ของระบบ ณ เวลาที่แตกต่างกันอันเนื่องมาจากอายุการใช้งานที่มากขึ้นและการเสื่อมถอยของชิ้นส่วนต่างๆ ภายใน

คุณลักษณะหนึ่งที่ถูกนำมาใช้บ่อยในการศึกษาความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้คือ จำนวนครั้งการเกิดความล้มเหลว ถ้าให้  $N(t)$  แทนจำนวนครั้งการเกิดความล้มเหลวของระบบที่ซ่อมแซมได้ในช่วงเวลา  $[0, t]$  และให้  $t > s$  จะได้ว่า  $N(t) - N(s)$  คือจำนวนครั้งการเกิดความล้มเหลวของระบบในช่วงเวลา  $(s, t]$  การนับจำนวนความล้มเหลวดังกล่าวนี้อาศัยกระบวนการที่เรียกว่า กระบวนการนับ (counting process) ส่วนคุณลักษณะอีกอย่างหนึ่งที่นิยมนำมาใช้ในการศึกษาความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้คือ เวลาที่ระบบเกิดความล้มเหลวเขียนแทนด้วย  $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$  ถ้าสมมติว่าระบบที่ซ่อมแซมได้สามารถกลับคืนสภาพเหมือนยังไม่เคยถูกใช้งานหรือคล้ายระบบใหม่หลังจากความล้มเหลวแต่ละครั้งได้รับการซ่อมแซม เราสามารถที่จะกล่าวได้ว่าเวลาระหว่างความล้มเหลวแต่ละครั้ง (time between failure) เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบเดียวกัน ระบบที่มีคุณลักษณะเช่นนี้จะสอดคล้องกับข้อสมมติที่ว่าระบบถูกควบคุมโดยแบบจำลองภายใต้กระบวนการทำใหม่ (renewal process) แต่ถ้าสมมติว่าระบบที่ซ่อมแซมได้มีการเปลี่ยนแปลงความเชื่อถือได้ของระบบตลอดเวลาเมื่อมีอายุการใช้งานที่มากขึ้น ยกตัวอย่างเช่น ระบบที่ซ่อมแซมได้ที่อยู่ในระยะพัฒนาระบบ ในช่วงต้น ระบบมักจะมีข้อบกพร่องในการออกแบบ ดังนั้นในขั้นตอนของการทดสอบระบบในช่วงแรกจึงต้องมีการเปลี่ยนแปลงการออกแบบเพื่อแก้ไขปัญหาที่พบ ถ้าการพัฒนาประสบความสำเร็จ เวลาระหว่างความล้มเหลวแต่ละครั้งควรมีแนวโน้มที่จะมากขึ้น และระบบที่มีลักษณะเช่นนี้จะถูกเรียกว่ามีการเติบโตของความเชื่อถือได้ (reliability growth) ในทางตรงกันข้าม ถ้าระบบที่ซ่อมแซมได้เกิดความชำรุดหรือเสื่อมสภาพ เมื่อระบบเกิดความล้มเหลวและได้รับการซ่อมแซมก็จะใช้งานได้เพียงไม่นานแล้วเกิดการล้มเหลวอีก ดังนั้น เวลาระหว่างความล้มเหลวแต่ละครั้งจะมีแนวโน้มที่สั้นขึ้นเมื่อระบบมีอายุการใช้งานที่มากขึ้น

กระบวนการปัวซอง (Poisson process) เป็นวิธีการหนึ่งที่ถูกนำมาใช้บ่อยในการศึกษาความเชื่อถือได้ของระบบ โดยกระบวนการปัวซองจะพิจารณาค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งการเกิดความล้มเหลวของระบบหรือฟังก์ชันค่าเฉลี่ย  $M(t) = E[N(t)]$  ดังนั้น สำหรับกระบวนการปัวซองที่มีฟังก์ชันค่าเฉลี่ย  $M(t)$  จำนวนครั้งการเกิดความล้มเหลวในช่วงเวลา  $(s, t]$  ก็จะมีการแจกแจงปัวซองเช่นเดียวกัน โดยมีค่าเฉลี่ยคือ  $M(t) - M(s)$  หรือเขียนแทนด้วย  $N(t) - N(s) \sim \text{Poisson}(M(t) - M(s))$  ถ้า  $M(t)$  เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้  $\nu(t) = M'(t)$  จะถูกเรียกว่า ฟังก์ชันความหนาแน่น (intensity function) หรือ อัตราความล้มเหลว (failure rate) กระบวนการปัวซองที่เป็นที่รู้จักกันดี คือ กระบวนการฮอโมเจนีอัสปัวซอง (homogeneous Poisson process; HPP) ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นเป็นค่าคงที่ หรือ  $\nu(t) = \lambda$  อย่างไรก็ตาม การศึกษาความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้ส่วนใหญ่ ต้องอาศัยกระบวนการปัวซองที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นที่ไม่คงที่ หรือที่เรียกว่า กระบวนการนอนฮอโมเจนีอัสปัวซอง

(nonhomogeneous Poisson process; NHPP) ซึ่งกระบวนการปัวซองลักษณะนี้สามารถที่จะนำไปสร้างแบบจำลองได้ ทั้งระบบที่มีการเติบโตของความเชื่อถือได้และระบบที่มีความชำรุดหรือเสื่อมสภาพ กล่าวคือ ถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นลดลง แสดงว่า เวลาระหว่างความล้มเหลวแต่ละครั้งมีแนวโน้มที่จะมากขึ้น และถ้าฟังก์ชันความหนาแน่นเพิ่มขึ้น แสดงว่า เวลาระหว่างความล้มเหลวแต่ละครั้งมีแนวโน้มที่จะสั้นลงนั่นเอง (Engelhardt & Bain, 1992)

ในหัวข้อถัดไปจะกล่าวถึงรายละเอียดของกระบวนการนอนฮอเมอจีเนียสปัวซองชนิดพิเศษที่เรียกว่า กระบวนการไวบูล (Weibull process) หรือกระบวนการเพาเวอร์ลอว์ (power-law process) (Crow, 1975) ซึ่งถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในการสร้างแบบจำลองและวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้ ตลอดจนการเก็บข้อมูลจากระบบที่ซ่อมแซมได้และการอนุมานทางสถิติเบื้องต้น อันได้แก่ การประมาณค่าแบบจุด การประมาณค่าแบบช่วง และการทดสอบสมมติฐานสำหรับพารามิเตอร์ที่อยู่ในแบบจำลองเพาเวอร์ลอว์

### กระบวนการเพาเวอร์ลอว์ (power-law process)

ตามที่ได้กล่าวมาข้างต้น กระบวนการเพาเวอร์ลอว์ (power-law process) เป็นกระบวนการที่ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในการสร้างแบบจำลองและวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้ (Zhou & Weng, 1992; Rigdon & Basu, 2000; Jin et al., 2010; Chumnuai & Sepehrifar, 2018) สาเหตุที่กระบวนการนี้ถูกเรียกว่า กระบวนการไวบูลหรือกระบวนการเพาเวอร์ลอว์ก็เนื่องมาจากเวลาที่ระบบที่ซ่อมแซมได้เกิดความล้มเหลวครั้งแรก มีการแจกแจงไวบูล ส่วนเวลาที่ระบบเกิดความล้มเหลวครั้งอื่นๆ ถูกควบคุมโดยฟังก์ชันความหนาแน่นที่อยู่ในรูปฟังก์ชันพิบัติ (hazard function) ของการแจกแจงไวบูล กล่าวคือ ฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูป (Finkelstein, 1976)

$$v(t) = \left(\frac{\beta}{\theta}\right) \left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1}, \quad \beta > 0, \theta > 0 \quad [1]$$

เมื่อ  $\beta$  คือ พารามิเตอร์รูปร่าง (shape parameter) และ  $\theta$  คือ พารามิเตอร์บ่งขนาด (scale parameter) ส่วนฟังก์ชันค่าเฉลี่ยของกระบวนการเพาเวอร์ลอว์จะอยู่ในรูป

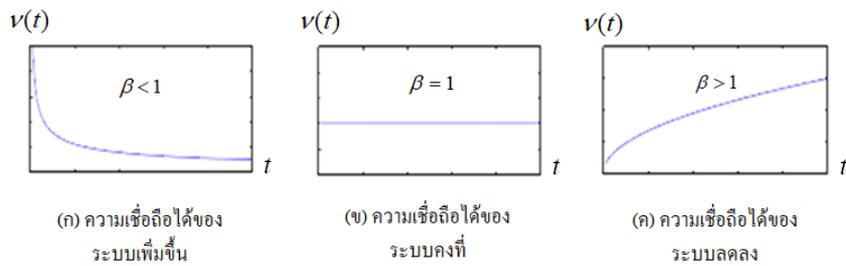
$$M(t) = \int_0^t v(u) du = (t/\theta)^\beta \quad [2]$$

ซึ่งฟังก์ชันค่าเฉลี่ยนี้มักจะถูกนำไปใช้ในรูปของการสร้างพารามิเตอร์ใหม่ (reparameterization) โดยให้  $\lambda = \theta^{-\beta}$  ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันค่าเฉลี่ยสำหรับพารามิเตอร์ใหม่คือ  $M(t) = \lambda t^\beta$  ซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันความหนาแน่น

$$v(t) = \lambda \beta t^{\beta-1}, \quad \beta > 0, \lambda > 0 \quad [3]$$

โดยพารามิเตอร์  $\beta$  จะเป็นตัวบ่งชี้ว่าระบบที่ซ่อมแซมได้มีการเติบโตของความเชื่อถือได้หรือเสื่อมสภาพ ถ้า  $\beta < 1$  แสดงว่า มีการลดลงของฟังก์ชันความหนาแน่น บ่งชี้ว่าระบบมีการเติบโตของความเชื่อถือได้หรือมีการพัฒนาในทางตรงกันข้าม ถ้า  $\beta > 1$  แสดงว่า มีการเพิ่มขึ้นของฟังก์ชันความหนาแน่น บ่งชี้ว่าระบบมีความเชื่อถือได้ลดลงหรือเสื่อมสภาพและความล้มเหลวของระบบมีแนวโน้มที่จะเกิดบ่อยขึ้น และถ้า  $\beta = 1$  กระบวนการเพาเวอร์ลอว์ซึ่งเป็นกระบวนการนอนฮอเมอจีเนียสปัวซองจะลดรูปกลายเป็นกระบวนการฮอเมอจีเนียสปัวซองด้วยฟังก์ชันความ

หนาแน่น  $v(t) = \lambda$  (ดูรูปภาพ 1 ประกอบ) จะเห็นได้ว่ากระบวนการเพาเวอร์ลॉว์หรือแบบจำลองเพาเวอร์ลॉว์เป็นแบบจำลองที่ค่อนข้างยืดหยุ่นที่สามารถใช้ศึกษาได้ทั้งระบบที่มีการเติบโตของความเชื่อถือได้หรือระบบที่เสื่อมสภาพ นอกจากนี้ แบบจำลองเพาเวอร์ลॉว์ยังมีชื่อเรียกอื่นๆ อีก ได้แก่ แบบจำลองควน (Duane model) และแบบจำลองกิจกรรมการวิเคราะห์ระบบวัสดุของกองทัพ (army materials system analysis activity model; AMSAA model) (Yu et al., 2008)

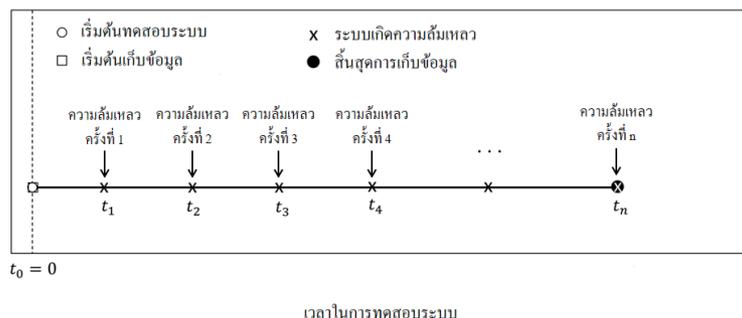


รูปภาพ 1 ประเภทความเชื่อถือได้ของระบบ

### การเก็บข้อมูลจากระบบที่ซ่อมแซมได้

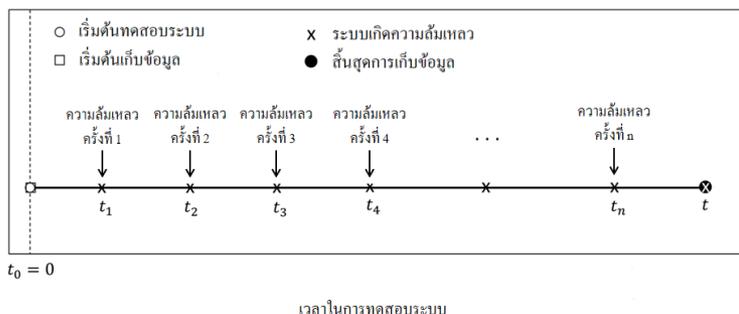
ในการศึกษาความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้นั้น ข้อมูลที่นิยมนำมาศึกษาหรือวิเคราะห์คือ เวลาที่ระบบเกิดความล้มเหลว ( $T_1, T_2, \dots, T_n$ ) ซึ่งการเก็บข้อมูลดังกล่าวจะมีวิธีการที่แตกต่างกันอยู่ 2 กรณีคือ กรณีตัดทอนความล้มเหลว (failure truncated) และกรณีตัดทอนเวลา (time truncated)

สำหรับกรณีตัดทอนความล้มเหลว ในการทดสอบระบบจะมีการกำหนดจำนวนครั้งการเกิดความล้มเหลว  $n$  ไว้ล่วงหน้า จากนั้นระบบจะถูกทำการทดสอบไปเรื่อยๆ จนกระทั่งความล้มเหลวครั้งที่  $n$  เกิดขึ้นจึงจะหยุดทำการทดสอบ ข้อมูลที่ได้จะเป็นค่าสังเกตของเวลาที่ระบบเกิดความล้มเหลวแต่ละครั้ง เขียนแทนด้วย  $t_1, t_2, \dots, t_n$  โดยที่  $t_i$  คือ เวลาการเกิดความล้มเหลวครั้งที่  $i$  และ  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  (ดูรูปภาพ 2 ประกอบ) ในกรณีนี้จะเห็นว่า  $T_1, T_2, \dots, T_n$  เป็นตัวแปรสุ่ม ส่วนจำนวนครั้งการเกิดความล้มเหลว ( $n$ ) เป็นค่าคงที่



รูปภาพ 2 ข้อมูลกรณีตัดทอนความล้มเหลว (failure truncated)

ส่วนกรณีตัดทอนเวลา ในการทดสอบระบบจะมีการกำหนดเวลา  $t$  ไว้ล่วงหน้า จากนั้นระบบจะถูกทำการทดสอบไปเรื่อยๆ จนกระทั่งครบเวลาที่กำหนดจึงจะหยุดทำการทดสอบ ข้อมูลที่ได้จะเป็นค่าสังเกตของเวลาที่ระบบเกิดความล้มเหลวแต่ละครั้ง  $t_1 < t_2 < \dots < t_n < t$  เช่นเดียวกับกรณีแรก (ดูรูปภาพ 3 ประกอบ) และในกรณีนี้จะเห็นว่า  $T_1, T_2, \dots, T_n$  เป็นตัวแปรสุ่ม ส่วนเวลาสิ้นสุดการทดสอบระบบ ( $t$ ) เป็นค่าคงที่ (Chumnuat, 2019)



รูปภาพ 3 ข้อมูลกรณีตัดทอนเวลา (time truncated)

### การประมาณค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการเพาเวอร์ลอว์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการประมาณค่าแบบจุดโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood method) และการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์  $\beta$  และ  $\lambda$

#### การประมาณค่าแบบจุด (point estimation)

การประมาณค่าแบบจุดโดยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด เป็นวิธีมาตรฐานสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ และการอนุมานทางสถิติและเป็นวิธีที่ให้ตัวประมาณที่มีคุณสมบัติที่ดีหลายประการ เช่น ความพอเพียง (sufficiency) ความคงเส้นคงวา (consistency) ความมีประสิทธิภาพ (efficiency) และความไม่แปรเปลี่ยน (invariance)

กำหนดให้  $T_1, T_2, \dots, T_n$  เป็นเวลาที่ระบบเกิดความล้มเหลว จากคุณสมบัติของกระบวนการนอนฮอเมอจีเนียสพบว่า ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วม (joint probability density function) หรือฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (likelihood function) ของตัวแปรสุ่ม  $T_1, T_2, \dots, T_n$  ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่น  $v(t)$  คือ

$$f(t_1, t_2, \dots, t_n) = \left( \prod_{i=1}^n v(t_i) \right) \exp \left( - \int_0^w v(x) dx \right) \quad [4]$$

เมื่อ  $w = t_n$  สำหรับกรณีตัดทอนความล้มเหลว และ  $w = t$  สำหรับกรณีตัดทอนเวลา ถ้า  $v(t)$  อยู่ในรูปแบบดังสมการ [3] จะสามารถหาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม  $T_1, T_2, \dots, T_n$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} f(t_1, t_2, \dots, t_n) &= \left( \prod_{i=1}^n \lambda \beta t_i^{\beta-1} \right) \exp \left( - \int_0^w \lambda \beta x^{\beta-1} dx \right) \\ &= (\lambda \beta)^n \prod_{i=1}^n t_i^{\beta-1} \exp(-\lambda w^\beta) \end{aligned} \quad [5]$$

(Crow, 1982) และจากฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นในสมการ [5] จะได้ลอการิทึมของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (log-likelihood function) คือ

$$\ln f(t_1, t_2, \dots, t_n) = n \ln(\lambda\beta) - \lambda w^\beta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln t_i \quad [6]$$

ส่วนตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood estimator) จะหาได้จากการแก้ระบบสมการ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln f(t)}{\partial \lambda} &= \frac{n}{\lambda} - w^\beta = 0 \\ \frac{\partial \ln f(t)}{\partial \beta} &= \frac{n}{\beta} - \lambda w^\beta \ln w + \sum_{i=1}^n \ln t_i = 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์  $\lambda$  และ  $\beta$  คือ

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{w^\beta} \quad [7]$$

และ

$$\hat{\beta} = \frac{n}{n \ln w - \sum_{i=1}^n \ln t_i} \quad [8]$$

ตามลำดับ เมื่อ  $w = t_n$  สำหรับกรณีตัดทอนความล้มเหลว และ  $w = t$  สำหรับกรณีตัดทอนเวลา

**ทฤษฎีบท 1** ถ้า  $T_1, T_2, \dots, T_n$  เป็นเวลาที่ระบบเกิดความล้มเหลวจากกระบวนการเพาเวอร์ลอว์ที่มีฟังก์ชันความหนาแน่นคือ  $v(t) = \lambda\beta t^{\beta-1}$  และ  $\hat{\lambda}$  และ  $\hat{\beta}$  คือตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์  $\lambda$  และ  $\beta$  ตามลำดับ จะได้ว่า

- 1)  $U = 2n\beta / \hat{\beta}$  มีการแจกแจงไคกำลังสอง (chi-squared distribution) ที่มีองศาเสรี (degree of freedom) เท่ากับ  $2(n-d)$  เมื่อ  $d = 1$  สำหรับกรณีตัดทอนความล้มเหลว และ  $d = 0$  สำหรับกรณีตัดทอนเวลา
- 2)  $V = 2\lambda T_n^\beta$  มีการแจกแจงกำลังสอง ที่มีองศาเสรีเท่ากับ  $2n$
- 3)  $U$  และ  $V$  เป็นอิสระต่อกัน

**ทฤษฎีบท 2** ถ้าตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับพารามิเตอร์  $\beta$  คือ  $\hat{\beta} = n / (n \ln w - \sum_{i=1}^n \ln t_i)$  จะได้ว่า  $\hat{\beta}$  เป็นตัวประมาณที่เอนเอียง (unbiased estimator) ของพารามิเตอร์  $\beta$  โดยที่มีค่าคาดหวัง ( $E(\hat{\beta})$ ) และความแปรปรวน ( $Var(\hat{\beta})$ ) คือ

$$E(\hat{\beta}) = \frac{n\beta}{(n-d-1)} \quad [9]$$

และ

$$Var(\hat{\beta}) = \frac{n^2\beta^2}{(n-d-1)^2(n-d-2)} \quad [10]$$

ตามลำดับ เมื่อ  $w = t_n$  สำหรับกรณีตัดทอนความล้มเหลว และ  $w = t$  สำหรับกรณีตัดทอนเวลา

การประมาณค่าแบบช่วง (interval estimation)

ในการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์  $\beta$  และ  $\lambda$  นั้น เราสามารถสร้างช่วงความเชื่อมั่นได้โดยอาศัยผลจากทฤษฎีบท 1 เนื่องจาก  $2n\beta / \hat{\beta}$  มีการแจกแจงไคกำลังสอง ที่มีองศาเสรีเท่ากับ  $2(n-d)$  ช่วงความเชื่อมั่นที่แท้จริง  $(1-\alpha)100\%$  สำหรับพารามิเตอร์  $\beta$  สามารถสร้างได้ดังต่อไปนี้

$$P\left(\chi^2_{(1-\alpha/2, 2(n-d))} \leq \frac{2n\beta}{\hat{\beta}} \leq \chi^2_{(\alpha/2, 2(n-d))}\right) = 1-\alpha$$

$$P(\hat{\beta}\chi^2_{(1-\alpha/2, 2(n-d))} \leq 2n\beta \leq \hat{\beta}\chi^2_{(\alpha/2, 2(n-d))}) = 1-\alpha$$

$$P\left(\frac{\hat{\beta}\chi^2_{(1-\alpha/2, 2(n-d))}}{2n} \leq \beta \leq \frac{\hat{\beta}\chi^2_{(\alpha/2, 2(n-d))}}{2n}\right) = 1-\alpha$$

ดังนั้น จะได้ช่วงความเชื่อมั่นที่แท้จริง  $(1-\alpha)100\%$  สำหรับพารามิเตอร์  $\beta$  คือ

$$\frac{\hat{\beta}\chi^2_{(1-\alpha/2, 2(n-d))}}{2n} \leq \beta \leq \frac{\hat{\beta}\chi^2_{(\alpha/2, 2(n-d))}}{2n} \quad [11]$$

ส่วนการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับพารามิเตอร์  $\lambda$  อาศัยผลจากทฤษฎีบท 1 ที่ว่า  $2\lambda T_n^\beta$  มีการแจกแจงกำลังสอง ที่มีองศาเสรีเท่ากับ  $2n$  ดังนั้น จะได้ช่วงความเชื่อมั่นที่แท้จริง  $(1-\alpha)100\%$  สำหรับพารามิเตอร์  $\lambda$  กรณีทราบค่า  $\beta$  คือ

$$\frac{\chi^2_{(1-\alpha/2, 2n-d)}}{2T_n^\beta} \leq \lambda \leq \frac{\chi^2_{(\alpha/2, 2n-d)}}{2T_n^\beta} \quad [12]$$

เมื่อ  $\alpha$  คือ ระดับนัยสำคัญ (significance level) และ  $d = 1$  สำหรับกรณีตัดทอนความถี่และ  $d = 0$  สำหรับกรณีตัดทอนเวลา (Chumnaul, 2019)

หมายเหตุ ช่วงความเชื่อมั่นที่แท้จริง  $(1-\alpha)100\%$  สำหรับพารามิเตอร์  $\lambda$  กรณีไม่ทราบค่า  $\beta$  จะไม่กล่าวถึงในที่นี้ เนื่องจากการสร้างช่วงความเชื่อมั่นที่แท้จริงหรือแม้กระทั่งช่วงความเชื่อมั่น โดยประมาณต้องใช้วิธีการทางสถิติที่มีความซับซ้อนมากขึ้น เช่น การใช้เมทริกซ์สารสนเทศของฟิชเชอร์ (Fisher's information matrix) (Gaudoin, 2006) การใช้ปริมาณหมุนนัยทั่วไป (generalized pivotal quantity) (Wang, et al., 2013; Crow, 1982) หรือการใช้วิธีการอนุมานแบบเบย์ (Bayesian inference) เป็นต้น

การทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์ของกระบวนการเพาเวอร์ลอร์วี่

การทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์  $\beta$

การทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์  $\beta$  แบบสองด้าน (two-sided test) มีสมมติฐานของการทดสอบคือ

$$H_0: \beta = \beta_0$$

$$H_1: \beta \neq \beta_0$$

โดยอาศัยผลจากทฤษฎีบท 1 จะได้สถิติทดสอบสำหรับสมมติฐานข้างต้นคือ

$$\chi^2 = \frac{2n\beta_0}{\hat{\beta}} \quad [13]$$

เมื่อ  $\beta_0$  คือค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบและ  $\hat{\beta}$  คือตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์  $\beta$  ดังนั้นเราจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ถ้า  $\chi^2 < \chi^2_{(1-\alpha/2, 2(n-d))}$  หรือ  $\chi^2 > \chi^2_{(\alpha/2, 2(n-d))}$  เมื่อ  $d = 1$  สำหรับกรณีตัดทอนความล้มเหลวและ  $d = 0$  สำหรับกรณีตัดทอนเวลา

ในสถานการณ์จริงหรือในทางปฏิบัติส่วนใหญ่ การทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์  $\beta$  จะมีวัตถุประสงค์เพื่อหาข้อสรุปว่าระบบมีการพัฒนาหรือหรือเสื่อมสภาพ ดังนั้น สมมติฐานสำหรับการทดสอบจึงสามารถแยกออกเป็น 3 แบบตามประเภทของความเชื่อถือได้ ดังนี้

1) ถ้าต้องการทดสอบว่าระบบมีการพัฒนาหรือระบบมีการเติบโตของความเชื่อถือได้ สมมติฐานสำหรับการทดสอบคือ  $H_0: \beta \geq 1$  คู่กับ  $H_1: \beta < 1$

2) ถ้าต้องการทดสอบว่าระบบมีการเสื่อมสภาพหรือมีความเชื่อถือได้ลดลง สมมติฐานสำหรับการทดสอบคือ  $H_0: \beta \leq 1$  คู่กับ  $H_1: \beta > 1$

3) ถ้าต้องการทดสอบว่าระบบมีความเชื่อถือได้คงที่ สมมติฐานสำหรับการทดสอบคือ  $H_0: \beta = 1$  คู่กับ  $H_1: \beta \neq 1$

การทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์  $\lambda$  กรณีทราบค่า  $\beta$

การทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์  $\lambda$  แบบสองด้าน (two-sided test) มีสมมติฐานของการทดสอบคือ

$$H_0: \lambda = \lambda_0$$

$$H_1: \lambda \neq \lambda_0$$

โดยอาศัยผลจากทฤษฎีบท 1 เช่นเดียวกับการทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์  $\beta$  จะได้สถิติทดสอบสำหรับสมมติฐานข้างต้นคือ

$$\chi^2 = 2\lambda_0 T_n^\beta \quad [14]$$

เมื่อ  $\lambda_0$  คือค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบ ดังนั้น เราจะปฏิเสธสมมติฐานหลักที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ถ้า  $\chi^2 < \chi^2_{(1-\alpha/2, 2n)}$  หรือ  $\chi^2 > \chi^2_{(\alpha/2, 2n)}$  เมื่อ  $d = 1$  สำหรับกรณีตัดทอนความล้มเหลวและ  $d = 0$  สำหรับกรณีตัดทอนเวลา

หมายเหตุ สำหรับการทดสอบสมมติฐานพารามิเตอร์  $\lambda$  กรณีไม่ทราบค่า  $\beta$  จะไม่กล่าวถึงในที่นี้

### การประยุกต์ใช้กระบวนการเพาเวอร์ลอร์กับความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้

ในหัวข้อนี้ จะนำเสนอตัวอย่างการนำกระบวนการเพาเวอร์ลอร์หรือแบบจำลองเพาเวอร์ลอร์ไปประยุกต์ใช้กับระบบ ที่ซ่อมแซมได้โดยใช้ข้อมูลจริง โดยข้อมูลที่ใช้ในตัวอย่างแรกคือ เวลาการเกิดความล้มเหลว (หน่วย: ชั่วโมง) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเครื่องบิน (aircraft generator) (Rigdon & Basu, 2000) และข้อมูลที่ใช้ในตัวอย่างที่สองคือเวลาการเกิดความล้มเหลวของเครื่องปรับอากาศในเครื่องบิน โบอิง (Boeing air-conditioning) (Yu et al., 2008)

#### เวลาการเกิดความล้มเหลวของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเครื่องบิน

ข้อมูลที่ใช้ในตัวอย่างนี้เป็นข้อมูลกรณีตัดทอนความล้มเหลว โดยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเครื่องบินจะถูกทำการทดสอบจนกระทั่งความล้มเหลวครั้งที่ 13 เกิดขึ้นจึงจะหยุดทำการทดสอบ เวลาการเกิดความล้มเหลวของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเครื่องบิน (ชั่วโมง) ทั้ง 13 ครั้ง ( $t_1, t_2, \dots, t_{13}$ ) เป็นดังต่อไปนี้

55 166 205 341 488 567 731 1308 2050 2453 3115 4017 4596

จากข้อมูลดังกล่าว จะได้  $n = 13$ ,  $t_{13} = 4596$ ,  $\ln t_{13} = 8.4329$ , และ  $\sum_{i=1}^{13} \ln t_i = 86.7814$  ดังนั้น ตัวประมาณภาวน่าจะเป็นสูงสุดของพารามิเตอร์  $\lambda$  และ  $\beta$  คือ  $\hat{\lambda} = 0.1072$  และ  $\hat{\beta} = 0.5690$  ตามลำดับ

ในที่นี้จะทำการทดสอบว่าระบบมีการพัฒนาหรือระบบมีการเติบโตของความเชื่อถือได้หรือไม่ โดยมีสมมติฐานของการทดสอบคือ

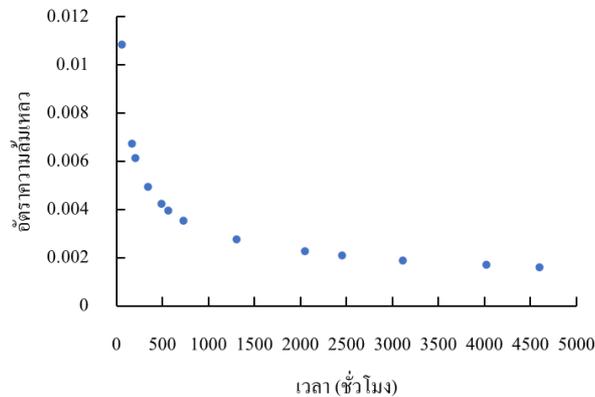
$$H_0: \beta \geq 1 \text{ (ระบบไม่มีการเติบโตของความเชื่อถือได้)}$$

$$H_1: \beta < 1 \text{ (ระบบมีการเติบโตของความเชื่อถือได้)}$$

เมื่อคำนวณค่าสถิติทดสอบจะได้

$$\chi^2 = \frac{2n\beta_0}{\hat{\beta}} = \frac{2(13)(1)}{0.5690} = 45.69$$

เนื่องจาก  $45.69 > \chi^2_{(0.05, 2(13-1))} = 36.415$  แสดงว่าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเครื่องบินมีการเติบโตของความเชื่อถือได้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และเมื่อนำข้อมูลและค่าประมาณที่ได้มาสร้างกราฟเพื่อดูอัตราความล้มเหลวของระบบดังรูปภาพ 4 จะเห็นว่า ระบบมีการเติบโตของความเชื่อถือได้ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดสอบสมมติฐาน



รูปภาพ 4 อัตราความล้มเหลวของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของเครื่องบิน ณ เวลาต่าง ๆ

เวลาการเกิดความล้มเหลวของเครื่องปรับอากาศในเครื่องบิน โบอิง

ข้อมูลที่ใช้ในตัวอย่างนี้เป็นข้อมูลกรณีตัดทอนเวลา โดยเครื่องปรับอากาศในเครื่องบิน โบอิงจะถูกทำการทดสอบไปเรื่อยๆ จนกระทั่งครบ 2500 ชั่วโมงจึงจะหยุดทำการทดสอบ ซึ่งในช่วงเวลา 2500 ชั่วโมง เครื่องปรับอากาศในเครื่องบิน โบอิงเกิดความล้มเหลวทั้งหมด 29 ครั้ง เวลาการเกิดความล้มเหลว (ชั่วโมง) เป็นดังนี้

90 100 160 346 407 456 470 494 550 570 649 733 777 836 865 983  
1008 1164 1474 1550 1576 1620 1643 1705 1835 2043 2113 2214 2422

จากข้อมูลนี้จะได้  $t = 2500$ ,  $n = 29$ ,  $\ln t = 7.8240$ , และ  $\sum_{i=1}^{29} \ln t_i = 193.7820$  ดังนั้น ตัวประมาณภาวะน่าจะเป็น

สูงสุดของพารามิเตอร์  $\lambda$  และ  $\beta$  คือ  $\hat{\lambda} = 0.0307$  และ  $\hat{\beta} = 0.8758$  ตามลำดับ

เนื่องจากค่าประมาณพารามิเตอร์  $\beta$  ก่อนข้างเข้าใกล้ 1 ในกรณีนี้เราจะทำการทดสอบว่าระบบมีความเชื่อถือได้ที่คงที่หรือไม่ โดยมีสมมติฐานของการทดสอบคือ

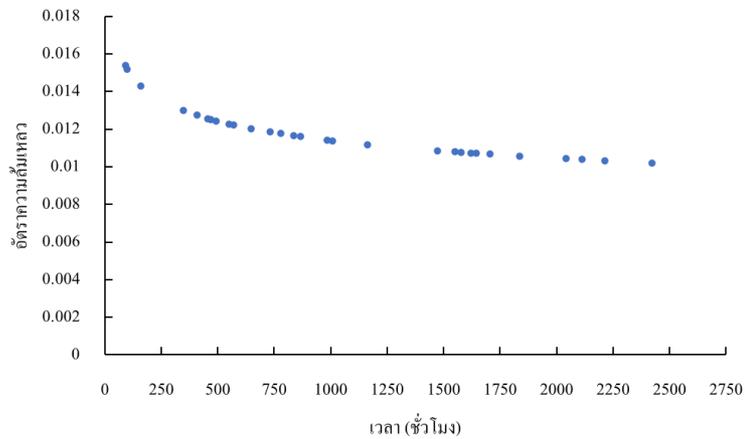
$$H_0: \beta = 1 \text{ (ระบบมีความเชื่อถือได้คงที่)}$$

$$H_1: \beta \neq 1 \text{ (ระบบมีความเชื่อถือได้ไม่คงที่)}$$

เมื่อคำนวณค่าสถิติทดสอบจะได้

$$\chi^2 = \frac{2n\beta_0}{\hat{\beta}} = \frac{2(29)(1)}{0.8758} = 66.23$$

เนื่องจากค่าสถิติทดสอบ 66.23 อยู่ระหว่าง  $\chi^2_{(0.975, 2(29-0))} = 80.936$  และ  $\chi^2_{(0.025, 2(29-0))} = 38.844$  แสดงว่า เครื่องปรับอากาศในเครื่องบิน โบอิงมีความเชื่อถือได้คงที่หรือเวลาการเกิดความล้มเหลวของเครื่องปรับอากาศในเครื่องบิน โบอิงไม่ได้ถูกควบคุมโดยกระบวนการเพาเวอร์ลอฟที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และเมื่อนำข้อมูลและค่าประมาณที่ได้มาสร้างกราฟเพื่อดูอัตราความล้มเหลวของระบบจะได้ดังรูปภาพ 5 ซึ่งจะเห็นว่า อัตราความล้มเหลวของเครื่องปรับอากาศในเครื่องบิน โบอิงที่เวลาต่างๆ ก่อนข้างใกล้เคียงกัน โดยมีค่าอยู่ระหว่าง 0.01-0.016



รูปภาพ 5 อัตราความล้มเหลวของเครื่องปรับอากาศในเครื่องบินโบอิง ณ เวลาต่าง ๆ

### สรุป

บทความนี้ได้นำเสนอแนวคิดพื้นฐานและการอนุมานทางสถิติเบื้องต้นสำหรับกระบวนการเพาเวอร์ลอร์วี่ ซึ่งเป็นกระบวนการนอนฮอเมอิจีเนียสปีวซงชนิดหนึ่งที่ถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายในการศึกษาและวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้ อย่างไรก็ตาม ในบทความนี้นำเสนอการประยุกต์ใช้กระบวนการเพาเวอร์ลอร์วี่กับระบบที่ซ่อมแซมได้เพียง 1 ระบบเท่านั้น และนำเสนอเฉพาะกรณีที่เราสามารถเก็บข้อมูลเวลาการเกิดความล้มเหลวของระบบได้ทั้งหมด ในทางปฏิบัติ เราสามารถนำกระบวนการเพาเวอร์ลอร์วี่ไปใช้ในการศึกษาและวิเคราะห์ความเชื่อถือได้ของระบบที่ซ่อมแซมได้มากกว่า 1 ระบบ และสามารถประยุกต์ใช้ในกรณีที่ข้อมูลบางส่วนเกิดความสูญหายได้

### กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ ผศ.ชิต คุรงค์แสง และผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้กรุณาใช้เวลาในการอ่าน ให้ข้อคิดเห็นและคำชี้แนะ และตรวจแก้บทความฉบับนี้จนเสร็จสมบูรณ์

### เอกสารอ้างอิง

- Chumnaul, J. (2019). Inferences on the power-law process with applications to repairable systems (Ph.D. thesis) Department of Mathematics and Statistics, Mississippi State University, USA.
- Chumnaul, J. & Sepehrifar, M. (2018). Generalized confidence interval for the scale parameter of the power-law process with incomplete failure data. *Computational Statistics and Data Analysis*, 128, 17-33.
- Crow, L. H. (1975). Reliability Analysis for Complex, Repairable Systems, Report 138, AMSAA.
- Crow, L. H. (1982). Confidence interval procedures for the Weibull process with application to reliability growth. *Technometrics*, 24, 67-72.
- Engelhardt, M. & Bain, L. (1992). Statistical analysis of a Weibull process with left-censored data. *Survival Analysis: State of the Art*, 173-195.
- Finkelstein, J. M. (1976). Confidence bounds on the parameters of Weibull process. *Technometrics*, 18, 115-117.
- Jin, T. D., Liao, H. T. & Kilari, M. (2010). Reliability growth modeling for in-service electronic systems considering latent failure modes. *Microelectronics Reliability*, 50, 324-331.
- Rigdon, S. E. & Basu, A. P. (2000). *Statistical Methods for the Reliability of Repairable Systems*. New York: John Wiley.
- Wang, B., Xie, M. & Zhou, J. (2013). Generalized confidence interval for the scale parameter of the power-law process. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 42, 898-906.
- Yu, J. W., Tian, G. L. & Tang, M. L. (2008). Statistical inference and prediction for the Weibull process with incomplete observations. *Computational Statistics and Data Analysis*, 52, 1587-1603.
- Zhou, Y. Q. & Weng, Z. X. (1992). *Reliability growth*. Beijing: Science Press.
- Gaudoin, O., Yang, B. & Xie, M. (2006). Confidence intervals for the scale parameter of the power-law process. *Communications in Statistics: Theory and Methods*, 35, 1525-1538.

Faculty of Applied Science

King Mongkut's University of Technology North Bangkok

1518 Pracharat 1 Road, Wongsawang, Bangsue, Bangkok 10800 : Thailand

