JASET KMUTNB
Research Article

Journal of Applied Science and Emerging Technology (JASET)
Published by Faculty of Applied Science, KMUTNB, Thailand
doi: 10.14416/JASET.KMUTNB.2024.01.010
Vol. 23, No. 1 [2024]: e251335

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม TEWMA FIR-TEWMA MFIR-TEWMA QEWMA FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงล็อกนอลมัล

Efficiency comparison of TEWMA FIR-TEWMA MFIR-TEWMA QEWMA FIR-QEWMA and MFIR-QEWMA control charts for Lognormal distribution

ปิยพล ไพจิตร[1*], ชัยธวัช สีแดง[1], ชวนากร สุจินตวงษ์[1], ชนกานต์ สังข์บุญชู[1]
Piyaphon Paichit [1*], Chaitawat Seedang[1], Chawanagorn Sujintawong[1], Chanakan Sungboonchoo[1]
[1]ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์ จังหวัดนครปฐม 73000 ประเทศไทย
[1]Department of Statistics, Faculty of Science, Silpakorn University, Sanamchandra Palace Campus, Nakhon Pathom 73000, Thailand.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น (TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ชั้น(QEWMA) รวมทั้งนำเทคนิคการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว (FIR) และการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็วที่ปรับปรุง(MFIR) มาใช้กับแผนภูมิควบคุม TEWMA และ QEWMA เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง(Location parameter: μ) ดำเนินการโดยการจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอลติคาร์โลที่ทำซ้ำ 1,000 รอบ กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล โดยพารามิเตอร์บ่งตำแหน่งคือ 1, 2, 3, 7 และ 15 และพารามิเตอร์บ่งขนาด(Scale parameter: σ) คือ 1และ 2 ตามลำดับ และกำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ (λ) ของแผนภูมิควบคุมทั้งหมดเท่ากับ 0.1, 0.3 และ 0.5 และขนาดการเปลี่ยนแปลงกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.01 ถึง 2 เกณฑ์ที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม จะพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length : ARL) ซึ่งแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) น้อยที่สุด ผลการวิจัยพบว่าการเพิ่มเทคนิคการตอบสนองอย่างรวดรวดเร็วและเทคนิคการปรับเรียบให้กับแผนภูมิควบคุมทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น, แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ชั้น, การตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว, ความยาวรันเฉลี่ย

ABSTRACT

This research aimed to compare efficiency of Triple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (TEWMA) and Quadruple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (QEWMA). In addition, it had techniques of Fast Initial Response (FIR) and Modified Fast Initial Response (MFIR) applied to Triple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (TEWMA) and Quadruple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (QEWMA) so as to detect a change of Location Parameter: μ. It was operated by simulating data through Monte Carlo Method repeating 1,000 rounds. Moreover, data was determined to be distributed in form of Log normal distribution while Location Parameter (μ) was 1,2,3,7, and 15, and Scale Parameter (σ) was 1 and 2 respectively. Meanwhile, Smoothing Parameter (λ) of total control chart was determined as 0.1, 0.3, and 0.5 while the ship size of process (δ) was from 0.01 to 2. What's more, the criteria used for measuring efficiency of Control chart took into account Average Run Length (ARL). In this way, Control chart with utmost efficiency yielded the least Average Run Length (ARL_1) when the process was out of control. According to research findings, it appeared that increasing technique of Fast Initial Response and technique of making Control chart flat led Control chart to yield similar efficiency.

KEYWORDS: TEWMA, QEWMA, Fast Initial Response, Average Run Length

*Corresponding Author: paichit_p@silpakorn.edu

Received: 12/01/2023; Revised: 12/11/2023; Accepted: 18/01/2024

1. บทนำ

การควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ (SPC) โดยเฉพาะเทคนิคที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพกลายเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากขึ้นสำหรับการตรวจสอบคุณภาพของผลิตภัณฑ์ให้ได้มาตรฐาน ดังนั้นเพื่อให้ได้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพซึ่งจัดเป็นปัจจัยพื้นฐานในเลือกซื้อสินค้าและบริการของผู้บริโภค SPC จึงทำหน้าที่เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งความมั่นคง (เสถียร) ของผลิตภัณฑ์และยังช่วยลดความผันแปรที่อาจมาจากเครื่องจักร วัตถุดิบ คน และสภาพแวดล้อม แผนภูมิควบคุมเป็นหนึ่งในเครื่องมือทางสถิติที่ได้รับความนิยมและสำคัญที่สุดสำหรับ SPC แผนภูมิควบคุมจะแสดงลำดับของค่าสังเกตและมีการแจ้งเตือนเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงและจำเป็นต้องมีการแก้ไขอีกทั้งยังสามารถช่วยลดความผันแปรของตัวแปรซึ่งถูกใช้เป็นตัวแทนของคุณลักษณะของสินค้าและบริการอีกด้วย

ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันคุณภาพของผลิตภัณฑ์และบริการที่ผลิตขึ้นมามักได้รับความสนใจเป็นพิเศษ ผลิตภัณฑ์ที่เกิดจากความผันแปรของกระบวนการส่งผลให้ผลิตภัณฑ์นั้นมีการเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม หรือไม่ตรงกับความต้องการถึงแม้จะใช้ความระมัดระวังมากแค่ไหนก็ตาม รูปแบบความผันแปรเหล่านี้เป็นได้ทั้งความผันแปรที่เกิดขึ้นโดยบังเอิญหรือแบบสุ่ม (Chance variation) และความผันแปรที่ทราบสาเหตุ (Assignable variation) ดังนั้นเพื่อให้ได้ผลิตภัณฑ์ที่ตรงตามความต้องการจึงจำเป็นต้องแยกความแตกต่างของความผันแปรที่เกิดขึ้นและจัดการกับสาเหตุที่ให้ทำให้กระบวนการเกิดความผันแปรโดยเฉพาะอย่างยิ่งความผันแปรที่ไม่ได้เกิดโดยบังเอิญ การควบคุมและติดตามกระบวนการทางสถิติ (Statistical Process Control and Monitoring) มีการจัดเตรียมเครื่องมือหลักที่สำคัญที่สามารถช่วยลดความผันแปรที่ทราบสาเหตุทำให้กระบวนการเกิดความคงที่ เครื่องมือหลักที่สำคัญนั่นคือแผนภูมิควบคุม

แผนภูมิควบคุมแบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ แผนภูมิควบคุมที่ใช้ค่าเฉพาะสถิติปัจจุบันเท่านั้น (memoryless) นำเสนอโดย Shewhart (1932) และแผนภูมิควบคุมที่ใช้ทั้งค่าสถิติปัจจุบันและค่าสถิติในอดีต (memory) ตัวอย่างเช่น แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (CUmulative SUM: CUSUM) นำเสนอโดย Page (1954) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average: EWMA) พัฒนาโดย Roberts (1959) ซึ่งการใช้ค่าสถิติทั้งปัจจุบันและค่าสถิติในอดีตทำให้แผนภูมิ CUSUM และ EWMA มีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์เพียงเล็กน้อยในกระบวนการ (Montgomery, 2012) แผนภูมิควบคุมส่วนใหญ่ถูกสร้างมาเพื่อใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปรกติเช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยชิวฮาร์ท ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีการใช้บ่อยครั้งที่สุดสำหรับตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการภายใต้ข้อมูลมีการแจกแจงปรกติ อย่างไรก็ตามในการใช้งานจริงข้อมูลที่สังเกตได้อาจมีการแจกแจงแบบเบ้ขวา เช่น การแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล ตัวอย่างเช่น ในการประเมินคุณภาพของน้ำมันเครื่องในอุตสาหกรรมยานยนต์วิศวกรคุณภาพจำเป็นต้องวัดเปอร์เซ็นต์ความหนืดที่เพิ่มขึ้นของน้ำมันเครื่องหลังจากที่ได้นำไปทดสอบตามระยะเวลาที่กำหนด(Huang et al. 2016) สำหรับตัวอย่างการนำแผนภูมิควบคุมไปใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัลศึกษาจาก Morrison(1958), Ferrell(1958), Huang et al. (2018) และ Huang(2021)

สมบัติโรบัสที่มีอยู่ในแผนภูมิควบคุม EWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมนี้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้ดีถึงแม้ว่าข้อมูลจะไม่มีการแจกแจงแบบปรกติ และจากวรรณกรรมของแผนภูมิควบคุม EWMA ที่ได้มีการปรับปรุงและพัฒนาประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กและในกรณีข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ ในปี ค.ศ.1992 Shamma & Shamma(1992) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง (Double Exponentially Weighted Moving Average: DEWMA) โดยอาศัยวิธีการปรับเรียบแบบเลขชี้กำลังมาประยุกต์ใช้กับแผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก อีกทั้งยังนำแผนภูมิควบคุม DEWMA ไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม Shewhart และ EWMA ภายใต้การแจกแจงแบบปรกติ โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อ

กระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) พบว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าสำหรับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก ในปี คศ.1999 Steiner (1999) ได้ปรับปรุงและพัฒนาแผนภูมิควบคุม EWMA โดยนำฟังก์ชั่นลดแบบเลขชี้กำลังมาคูณกับความกว้างของขีดจำกัดควบคุมทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้รวดเร็วยิ่งขึ้นกว่า EWMA และให้ชื่อแผนภูมิควบคุมนี้คือ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังที่มีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว (Fast Initial Response EWMA: FIR-EWMA) และในปี คศ. 2014 Haq et al. (2014) ได้ปรับปรุงรูปแบบการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว (Modified Fast Initial Response: MFIR) ทั้งในแผนภูมิควบคุม CUSUM (MFIR- CUSUM) และ EWMA (MFIR-EWMA) โดยปรับฟังก์ชั่นยกกำลังให้ขึ้นกับเวลาซึ่งการปรับนี้จะช่วงลดค่าของขีดจำกัดควบคุมทำให้แผนภูมิควบคุมที่ศึกษามีประสิทธิภาพดีกว่า FIR-EWMA และ FIR-CUSUM

ในปี คศ. 2020 Alevizakos et al. (2020) นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้ง (Triple Exponentially Weighted Moving Average:TEWMA) ซึ่งพัฒนามาจากแผนภูมิควบคุม DEWMA โดยการนำเอาเทคนิคของการปรับเรียบ (Smoothing technique) มาใช้ถึงสามครั้งทำให้แผนภูมิควบคุม TEWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดียิ่งขึ้นกว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุมนี้ยังมีสมบัติโรบัสเหมือนกับแผนภูมิควบคุม EWMA ทำให้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีถึงแม้ข้อมูลไม่มีการแจกแจงปรกติ อีกทั้งยังนำแผนภูมิควบคุม TEWMA ไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักทั่วไป(Generally Weighted Moving Average: GWMA) DEWMA และ EWMA ภายใต้การแจกแจงแบบปรกติมาตรฐาน การแจกแจงที การแจกแจงแกมมา การแจกแจงยูนิฟอร์มชนิดต่อเนื่อง โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 พบว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA EWMA สำหรับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก และดีกว่าแผนภูมิควบคุม GWMA บางกรณีขึ้นอยู่กับการให้น้ำหนักของ GWMA และในปี คศ. 2022 Alevizakos et al. (2022) ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมขึ้นมาโดยมีวัตถุประสงค์ให้แผนภูมิที่พัฒนาขึ้นมานั้นตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA และได้นำเอาเทคนิคของการปรับเรียบมาใช้กับแผนภูมิควบคุม EWMA ถึงสี่ครั้งและเรียกแผนภูมิควบคุมนี้ว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้ง (Quadruple Exponentially Weighted Moving Average: QEWMA) Alevizakos et al. (2022) พบว่าแผนภูมิควบคุมนี้มีสมบัติโรบัสเหมือนแผนภูมิควบคุม TEWMA อีกทั้งยังนำแผนภูมิควบคุม QEWMA ไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม TEWMA DEWMA และ EWMA ภายใต้การแจกแจงแบบปรกติมาตรฐาน การแจกแจงที การแจกแจงแกมมา การแจกแจงยูนิฟอร์มชนิดต่อเนื่อง โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 พบว่าแผนภูมิควบคุม QEWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA DEWMA EWMA สำหรับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก

แผนภูมิควบคุมที่ได้จากการทบทวนวรรณกรรมนั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กอีกทั้งยังมีสมบัติโรบัสทำให้สามารถใช้ได้กับข้อมูลที่ไม่มีการแจกแจงปรกติ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม TEWMA และ QEWMA รวมถึงการนำรูปแบบ FIR และ MFIR มาประยุกต์ใช้กับแผนภูมิควบคุม TEWMA และ QEWMA โดยกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล (Huang et al. 2016) การวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจะพิจารณาจากค่า ARL_1 เมื่อกำหนดให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (ARL_0) คือ 500 และหากแผนภูมิควบคุมใดมีประสิทธิภาพดีค่า ARL_1 จะมีค่าน้อยกว่าแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 การแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล

กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีการแจกแจงล็อกนอร์มัลโดยมี μ และ σ เป็นพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง (location) และพารามิเตอร์บ่งขนาด (Scale) ตามลำดับ โดยที่ μ และ $\sigma > 0$ ซึ่ง $f(x)$ เป็นฟังก์ชั่นความหนาแน่นน่าจะเป็น ของ X มีรูปแบบดังนี้

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x-\mu}{\sigma}\right)^2} & ;x>0\\ 0 & ;x \quad Otherwise\end{cases} \qquad (2.1)$$

ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ X แทนด้วย

$E(X)=e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}}$ และ $Var(X)=e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)$

ตามลำดับ

2.2 แผนภูมิควบคุมที่ใช้ในงานวิจัย

1. แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้ง (Triple Exponentially Weighted Moving Average: TEWMA)

Alevizakos et al. (2020) นำเสนอและพัฒนาแผนภูมิควบคุมเพื่อให้ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA โดยการเพิ่มการปรับเรียบเข้าไปใน DEWMA อีกหนึ่งครั้งและให้ชื่อแผนภูมินี้ว่า TEWMA สถิติของแผนภูมิควบคุมTEWMA คือ

$$\begin{aligned}A_t&=\lambda X_t+(1-\lambda)A_{t-1}\\B_t&=\lambda A_t+(1-\lambda)B_{t-1}\\C_t&=\lambda B_t+(1-\lambda)C_{t-1}\end{aligned}\qquad(2.2)$$

โดยที่ C_t คือ ตัวสถิติ TEWMA ลำดับที่ ณ เวลา t

X_t คือ ค่าสังเกตของกระบวนการ ณ เวลา t

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0<\lambda<1)$

A_t และ B_t คือ ตัวสถิติ EWMA ลำดับที่ 1 และ 2 ณ เวลา t ตามลำดับ

กำหนดตัวสถิติเริ่มต้น $A_0=B_0=C_0=\theta_0$ คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ C_t คือ $E(C_t)=\theta_0$ และ

$$Var(C_t)=\left[\frac{6(1-\lambda)^6\lambda}{(2-\lambda)^5}+\frac{12(1-\lambda)^4\lambda^2}{(2-\lambda)^4}+\frac{7(1-\lambda)^2\lambda^3}{(2-\lambda)^3}+\frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2}\right]\sigma^2$$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม TEWMA คือ

ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง

$$UCL/LCL=\theta_0\pm L_1\sqrt{Var(C_t)}\qquad(2.3)$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL=\theta_0$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0<\lambda<1)$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

L_1 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0=500$

2. แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้ง (Quadruple Exponentially Weighted Moving Average: QEWMA)

Alevizakos et al. (2022) พัฒนาแผนภูมิควบคุม QEWMA โดยการเพิ่มการปรับเรียบเข้าไปในแผนภูมิควบคุม EWMA ถึงสี่ครั้ง เพื่อให้ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA สถิติของแผนภูมิควบคุมQEWMA คือ

$$\begin{aligned}E_t&=\lambda X_t+(1-\lambda)E_{t-1}\\D_t&=\lambda E_t+(1-\lambda)D_{t-1}\\T_t&=\lambda D_t+(1-\lambda)T_{t-1}\\Q_t&=\lambda T_t+(1-\lambda)Q_{t-1}\end{aligned}\qquad(2.4)$$

โดยที่ Q_t คือ ตัวสถิติ QEWMA ลำดับที่ ณ เวลา t

X_t คือ ค่าสังเกตของกระบวนการ ณ เวลา t

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0<\lambda<1)$

E_t, D_t และ T_t คือ ตัวสถิติ EWMA ลำดับที่ 1, 2 และ 3 ณ เวลา t ตามลำดับ

กำหนดตัวสถิติเริ่มต้น $E_0=D_0=T_0=Q_0=\theta_0$ คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ Q_t คือ $E(Q_t)=\theta_0$ และ

$$Var(Q_t)=\frac{\lambda^8}{36}\left[\frac{720d^5}{(1-d)^7}+\frac{2520d^4}{(1-d)^6}+\frac{3312d^3}{(1-d)^5}+\frac{1980d^2}{(1-d)^4}+\frac{504d}{(1-d)^3}+\frac{36}{(1-d)^2}\right]\sigma^2$$

เมื่อ $d=(1-\lambda)^2$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม QEWMA คือ

ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง $UCL/LCL=\theta_0\pm L_2\sqrt{Var(Q_t)}$ (2.5)

L_2 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0=500$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL=\theta_0$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0<\lambda<1)$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

3. การตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(Fast Initial Response: FIR)

Steiner SH.(1999) ได้ปรับปรุงและพัฒนาแผนภูมิควบคุม EWMA โดยนำฟังก์ชั่นลดแบบเลขชี้

กำลังมาคูณกับความกว้างของขีดจำกัดควบคุมทำให้แผนภูมิควบคุมสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงเริ่มต้นได้รวดเร็วยิ่งขึ้น รูปแบบของฟังก์ชั่นที่ทำให้แผนภูมิควบคุมมีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(FIR) คือ

$$FIR = 1-(1-f)^{1+a(t-1)} \qquad (2.6)$$

โดยงานวิจัยนี้กำหนด $a = 0.3$ และ $f = 0.5$ (Haq et al., 2014) เมื่อนำรูปแบบ FIR มาใช้ร่วมกับแผนภูมิควบคุม TEWMA ทำให้ได้แผนภูมิควบคุม FIR-TEWMA โดยสถิติของแผนภูมิควบคุม FIR-TEWMA จะเป็นเหมือนดังสมการ (2.2) แต่ขีดจำกัดควบคุมจะถูกปรับเป็น ดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม TEWMA คือ

ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง

$$UCL / LCL = \theta_0 \pm L_3(FIR)\sqrt{Var(C_t)} \qquad (2.7)$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL = \theta_0$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0 < \lambda < 1)$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

L_3 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0 = 500$

เมื่อนำรูปแบบ FIR มาใช้ร่วมกับแผนภูมิควบคุม QEWMA ทำให้ได้แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA โดยสถิติของแผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA จะเป็นเหมือนดังสมการ (2.4) แต่ขีดจำกัดควบคุมจะถูกปรับเป็น ดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม QEWMA คือ

ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง

$$UCL / LCL = \theta_0 \pm L_4(FIR)\sqrt{Var(Q_t)} \qquad (2.8)$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL = \theta_0$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0 < \lambda < 1)$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

L_4 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0 = 500$

4. การปรับปรุงการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(Modified Fast Initial Response: MFIR)

Haq et al.(2014) ได้ปรับปรุงรูปแบบการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(Modified Fast Initial Response: MFIR) โดยปรับฟังก์ชั่นยกกำลังให้ขึ้นกับเวลา ซึ่งการปรับนี้จะช่วงลดค่าของขีดจำกัดควบคุมทำให้แผนภูมิควบคุมที่ศึกษามีประสิทธิภาพดียิ่งขึ้น รูปแบบของฟังก์ชั่นที่ปรับปรุงที่ทำให้แผนภูมิควบคุมมีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(MFIR) คือ

$$MFIR = \left\{1-\left(1-f\right)^{1+a(t-1)}\right\}^{1+\frac{1}{t}} \qquad (2.9)$$

โดยงานวิจัยนี้กำหนด $a = 0.3$ และ $f = 0.5$ (Haq et al., 2014) เมื่อนำรูปแบบ MFIR มาใช้ร่วมกับแผนภูมิควบคุม TEWMA ทำให้ได้แผนภูมิควบคุม MIR-TEWMA สถิติของแผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA จะเป็นเหมือนดังสมการ(2.2) แต่ขีดจำกัดควบคุมจะถูกปรับเป็น ดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม TEWMA คือ

ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง

$$UCL / LCL = \theta_0 \pm L_5(MFIR)\sqrt{Var(C_t)} \qquad (2.10)$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL = \theta_0$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0 < \lambda < 1)$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

L_5 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0 = 500$

เมื่อนำรูปแบบ MFIR มาใช้ร่วมกับแผนภูมิควบคุม QEWMA ทำให้ได้แผนภูมิรควบคุม MIR-QEWMA โดยสถิติของแผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA จะเป็นเหมือนดังสมการ (2.4) แต่ขีดจำกัดควบคุมจะถูกปรับเป็น ดังนี้

ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม QEWMA คือ

ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง

$$UCL / LCL = \theta_0 \pm L_6(MFIR)\sqrt{Var(Q_t)} \qquad (2.11)$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL = \theta_0$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ $(0 < \lambda < 1)$

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

L_6 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0 = 500$

2.3 ความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL)

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) คือ จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ตกอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่กระบวนการส่งสัญญาณออกนอกขีดจำกัด

ควบคุมเป็นครั้งแรกโดยค่า ARL แบ่งออกเป็น 2 สถานะ คือ

1. เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (in-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $ARL_0 = 1/\alpha$ เมื่อ α คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 หมายถึงค่าความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง ARL_0

2. เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม (out-of-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $ARL_1 = 1/(1-\beta)$ เมื่อ β คือ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 หมายถึง ความน่าจะเป็นที่กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง $1-\beta$ คือความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการออกนอกการควบคุม เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง ค่า ARL_1 ควรจะมีค่าต่ำๆ หรือกล่าวได้ว่าเมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม แผนภูมิควบคุมส่งสัญญาณแจ้งเตือนบ่อยมากขึ้น

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) ในการคำนวณค่า ARL เป็นวิธีการศึกษาทดลองโดยทำการทดลองซ้ำๆหลายครั้ง ซึ่งสามารถคำนวณค่า ARL ได้ดังนี้

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^{M} RL_t}{M}$$

โดยที่ M คือ จำนวนรอบการทำซ้ำ

RL_t คือ ค่าความยาวรัน เป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบจนกระทั่งพบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก ในการทำซ้ำครั้งที่ $t; t = 1, 2, ..., 1,000$

3. วิธีการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้ง (TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้ง (QEWMA) แผนภูมิควบคุมแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้งที่มีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว (FIR-TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้งที่มีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(FIR-QEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้งที่มีการปรับปรุงการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(MFIR-TEWMA) และ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้งมีการปรับปรุงการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(MFIR-QEWMA) เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล การศึกษาวิจัยนี้ใช้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม (out-of-control process : ARL_1) ถ้าแผนภูมิควบคุมใดที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่ประสิทธิภาพในการตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง (Location parameter: μ) ดีที่สุด เมื่อกำหนด $ARL_0 = 500$ งานวิจัยครั้งนี้จำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยดังต่อไปนี้

1. กำหนดค่าพามิเตอร์ปรับเรียบ (λ) สำหรับแผนภูมิควบคุม TEWMA QEWMA FIR-TEWMA FIR-TEWMA MFIR-TEWMA และ MFIR-QEWMA เป็น 0.1, 0.3 และ 0.5 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง (μ_0) เป็น 1, 2, 3, 7 และ 15 พารามิเตอร์บ่งขนาด (σ_0) เป็น 1 และ 2

2. จำลองข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

2.1 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม ($ARL_0 = 500$) กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัลดังนี้ $LN(\mu_0 = 1, \sigma_0 = 1)$, $LN(\mu_0 = 3, \sigma_0 = 1)$, $LN(\mu_0 = 7, \sigma_0 = 1)$, $LN(\mu_0 = 15, \sigma_0 = 1)$, และ $LN(\mu_0 = 2, \sigma_0 = 2)$, โดยขนาดตัวอย่าง ($n$) เท่ากับ 1,000 กำหนดจำนวนรอบในการทำซ้ำ (M) เท่ากับ 1,000

2.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัลเป็น $LN(\mu_1, \sigma_0)$ เมื่อกำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ $\mu_1 = \mu_0 + \delta$ เมื่อ δ เท่ากับ 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1 และ 2 โดยขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 1,000 กำหนดจำนวนรอบในการทำซ้ำ (M) เท่ากับ 1,000

3. นำข้อมูลที่ได้จากการจำลองในข้อ 2 มาคำนวณค่าสถิติ C_t และ Q_t ตามสมการที่ (2.2) และ (2.4) และตามลำดับ

4. คำนวณขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, QEWMA, FIR-TEWMA, FIR-QEWMA, MFIR-TEWMA และ MFIR-QEWMA คือ UCL และ LCL ตามสมการที่ (2.3), (2.5), (2.7), (2.8), (2.10) และ (2.11) ตามลำดับ

5. นำค่าสถิติที่คำนวณได้ของทั้ง 2 แผนภูมิควบคุมในข้อ 3 มาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิควบคุมที่ได้ในข้อ 4 เพื่อหาจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกซึ่งเรียกว่า ค่าความยาวรัน (RL_t)

6. ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 1 ถึง 5 จนกว่าจะครบ 1,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์ คือ $RL_1, RL_2, ..., RL_{1,000}$

7. คำนวณค่า ARL แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

<u>กรณีที่กระบวนการอยู่ในการควบคุม (in-control process)</u>

7.1 นำค่า RL_t ที่ได้จากข้อที่ 6 มาหาค่า ARL_0 ดังนี้ $ARL_0 = (\sum_{t=1}^{M} RL_t)/1,000$

โดยที่ RL_t คือ ค่าความยาวรันเป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองข้อมูลครั้งที่ $t; t = 1,2,...,1,000$ หากได้ค่า ARL_0 มีค่าเท่ากับ 500 จะทำการเก็บค่า L และคำนวณค่า UCL มาใช้ในการหาค่า ARL_1

<u>กรณีที่กระบวนการอยู่นอกการควบคุม (out-control process)</u>

7.2 นำค่า RL_t ที่ได้จากข้อที่ 6 มาหาค่า ARL_1 (โดยข้อ 5 จะนำค่าสถิติที่ได้มาเปรียบเทียบกับ UCL ที่ได้จาก ARL_0 มีค่าเท่ากับ 500) ดังนี้ $ARL_1 = (\sum_{t=1}^{M} RL_t)/1,000$

โดยที่ RL_t คือ ค่าความยาวรันเป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองข้อมูลครั้งที่ $t; t = 1,2,...,1,000$

8. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจากค่าความยาวรันเฉลี่ยที่หามาได้ในข้อ 7.2 กรณีเมื่อกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม โดยแผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

4. ผลการวิจัย

1.การกำหนดความกว้างของขีดจำกัดควรคุมของแผนภูมิควบคุม

ตารางที่ 1 เป็นการแสดงค่าความกว้างของขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA โดยกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบล็อกนอลมัลและกำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบของทุกแผนภูมิควบคุมคือ 0.1, 0.3 และ 0.5 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม $(ARL_0 = 500)$

2.ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม

2.1 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัล $LN(1,1)$

2.1.1 จากตารางที่ 2 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.1$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA, FIR-TEWMA และ TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน

2.1.2 จากตารางที่ 2 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.3$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด เมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA และ FIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.1.3 จากตารางที่ 2 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัล $LN(3,1)$

2.2.1 จากตารางที่ 3 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.1$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม FIR-TEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน เมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลง

พารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกันและเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.2.2 จากตารางที่ 3 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.3$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.2.3 จากตารางที่ 3 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA และ MFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA และ MFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน

2.3 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัล $LN(7,1)$

2.3.1 จากตารางที่ 4 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.1$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม FIR-TEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน

2.3.2 จากตารางที่ 4 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.3$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม FIR-TEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน เมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.3.3 จากตารางที่ 4 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA และ MFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน เมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.4. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัล $LN(15,1)$

2.4.1 จากตารางที่ 5 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.1$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม TEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม FIR-TEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน

2.4.2 จากตารางที่ 5 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.3$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด เมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA และMFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกันและเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.4.3 จากตารางที่ 5 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA และ MFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน เมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA มี

ประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.5 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัล $LN(2,2)$

2.5.1 จากตารางที่ 6 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.1$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม MFIR-TEWMA และ QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน เมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม FIR-TEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน

2.5.2 จากตารางที่ 6 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.3$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม TEWMA และ FIR-TEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน เมื่อ $0.1 \le \delta \le 0.5$ แผนภูมิควบคุม QEWMA และ FIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

2.5.3 จากตารางที่ 6 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.01 \le \delta \le 0.09$ แผนภูมิควบคุม QEWMA และ FIR-QEWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อ $0.1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีที่สุด

ตารางที่ 1 ค่าความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA

การแจกแจงแบบล็อกนอลมัล	λ	ค่าความกว้างของขีดจำกัดควบคุม					
		TEWMA	FIR-TEWMA	MFIR-TEWMA	QEWMA	FIR-QEWMA	MFIR-QEWMA
$LN(\mu_0 = 1, \sigma_0 = 1)$	0.1	2.1527	2.1527	2.15225	2.0141	2.0140	2.0120
	0.3	3.4025	3.41515	3.4250	3.1450	3.1490	3.1425
	0.5	4.4900	4.5000	4.5355	4.1490	4.1600	4.1475
$LN(\mu_0 = 3, \sigma_0 = 1)$	0.1	2.1515	2.1505	2.1472	2.0193	2.0185	2.0175
	0.3	3.4015	3.4150	3.4350	3.1460	3.1350	3.1465
	0.5	4.4950	4.5100	4.5225	4.1272	4.1741	4.1600
$LN(\mu_0 = 7, \sigma_0 = 1)$	0.1	2.1515	2.1515	2.155	2.0185	2.02145	2.0215
	0.3	3.4000	3.4025	3.4310	3.1465	3.13575	3.1470
	0.5	4.5000	4.5050	4.5495	4.1750	4.1781	4.1775
$LN(\mu_0 = 15, \sigma_0 = 1)$	0.1	2.1510	2.1553	2.1615	2.01867	2.0215	2.0190
	0.3	3.4025	3.42015	3.43095	3.1480	3.1360	3.1480
	0.5	4.4950	4.4998	4.5325	4.1550	4.1755	4.1750
$LN(\mu_0 = 2, \sigma_0 = 2)$	0.1	14.7505	14.6995	14.5700	13.9000	14.02525	14.0250
	0.3	21.8942	21.8950	21.8945	20.3250	20.3300	20.3250
	0.5	28.7500	28.7615	28.7500	26.3110	26.4600	26.4500

ตารางที่ 2 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA กรณี $LN(1,1)$

Lambda	Shift	ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
(λ)	(δ)	TEWMA	FIR-TEWMA	MFIR-TEWMA	QEWMA	FIR-QEWMA	MFIR-QEWMA
0.1	0.01	483.0198	479.2723	478.4197	483.6501	483.2883	477.7794
	0.02	465.7977	458.3208	461.4096	453.9182	455.3678	457.7778
	0.03	432.8939	436.1969	431.0833	438.9904	438.7676	437.1313
	0.04	410.7496	410.1703	409.0305	416.2398	416.3066	411.7314
	0.05	393.653	393.7144	387.8723	393.0483	391.5893	393.4979
	0.06	361.7451	359.0508	359.2895	364.6518	365.8722	371.7756
	0.07	339.5169	340.0975	335.5289	342.7651	349.0594	348.9476
	0.08	313.8787	315.4943	321.9327	321.8442	324.5225	320.7444
	0.09	295.1077	298.6805	295.6305	302.9001	299.9595	303.5977
	0.1	276.8942	282.2706	277.3704	281.5091	284.493	277.3919
	0.2	140.829	141.1645	140.7437	142.6897	142.1146	143.3345
	0.3	80.8368	81.3107	79.464	83.0133	83.3486	84.0622
	0.4	52.0074	52.0104	52.3704	55.7207	55.3288	55.9555
	0.5	37.4511	37.0404	36.5602	42.1682	42.1266	41.7401
	1	16.0342	15.6982	15.7473	21.3277	21.148	21.2176
	2	7.7157	7.2062	7.1077	11.9495	11.6957	11.6263
0.3	0.01	482.4633	482.7033	486.0487	481.7413	488.2745	477.9899
	0.02	471.7159	468.9364	461.5802	467.3013	463.506	460.1672
	0.03	447.9396	444.9251	448.1381	452.354	451.3618	442.9585
	0.04	431.415	430.1552	434.349	431.8042	430.7674	425.3804
	0.05	418.1415	413.2971	412.2812	420.1213	416.4845	412.9396
	0.06	396.5489	398.9097	402.7515	398.6454	398.5606	393.4094
	0.07	382.1229	385.8598	381.5713	372.8383	375.7935	377.2342
	0.08	365.7162	360.4596	363.0004	363.1392	357.9454	358.3895
	0.09	350.243	350.4863	351.4681	343.9926	346.6718	340.5349
	0.1	335.5545	333.5946	336.2953	330.0565	332.3106	321.9961
	0.2	206.0779	205.5548	210.2521	199.5415	194.5128	196.9485
	0.3	128.5754	127.4927	125.6589	118.2546	118.2055	116.3831
	0.4	80.8905	79.3555	81.2385	74.7856	74.3361	73.6383
	0.5	52.6965	52.3018	51.7145	48.8717	47.0715	47.5668
	1	12.0951	11.0543	10.8549	12.7094	11.9579	11.9151
	2	3.4352	2.6991	2.4309	4.5781	3.9808	3.7642
0.5	0.01	494.4026	483.6112	478.281	490.7671	484.882	478.7972
	0.02	473.1578	468.2195	477.5198	470.4285	476.2907	466.1464
	0.03	457.5541	458.2205	457.0461	462.9091	459.4666	448.0118
	0.04	445.4689	443.8663	444.2772	456.3887	442.8861	446.4415
	0.05	437.5762	428.9528	428.9077	432.4983	429.4777	430.3864
	0.06	426.5352	419.0216	412.6852	418.2074	412.5116	411.4292
	0.07	407.6746	407.2159	408.3741	409.252	400.8296	397.9335
	0.08	393.6671	390.2663	385.6315	392.1782	385.3072	382.854
	0.09	380.2691	377.1225	378.0894	379.3466	374.3231	369.2826
	0.1	369.896	362.1346	366.7496	362.5787	360.3321	351.9161
	0.2	259.8649	250.3726	249.5082	248.9346	244.4305	238.7314
	0.3	169.1902	167.0487	164.2303	159.4425	159.6523	153.9562
	0.4	114.1713	107.9587	108.242	106.5484	102.7522	100.1793
	0.5	77.4845	73.0618	70.5293	71.206	68.7201	66.9153
	1	15.8618	13.196	12.3167	14.8132	13.0458	12.4443
	2	2.6333	1.7832	1.3601	2.9964	2.253	1.8332

ตารางที่ 3 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA กรณี $LN(3,1)$

Lambda	Shift	ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
(λ)	(δ)	TEWMA	FIR-TEWMA	MFIR-TEWMA	QEWMA	FIR-QEWMA	MFIR-QEWMA
0.1	0.01	479.1402	476.4827	478.048	485.4268	485.453	476.4661
	0.02	461.4958	454.6417	443.1974	460.1742	463.9838	465.0416
	0.03	431.9679	428.2551	429.0523	441.1709	441.1526	437.2632
	0.04	409.2245	406.3885	404.4811	417.4126	415.1758	413.8252
	0.05	388.2419	386.0908	383.6481	392.5832	390.0089	398.8022
	0.06	358.8016	360.8749	356.148	368.5939	368.2199	369.2651
	0.07	340.4176	337.5848	338.8505	343.2895	342.9859	337.8602
	0.08	316.0065	314.333	318.4422	317.4763	327.0159	325.9964
	0.09	298.453	294.4466	293.2128	302.3246	297.8542	300.313
	0.1	276.5299	277.9784	275.4254	282.0189	279.3811	280.1253
	0.2	139.0786	139.6641	138.9384	142.0732	140.8847	143.3006
	0.3	80.3901	80.4247	81.0375	83.5434	83.4439	83.6339
	0.4	52.1155	51.9336	52.4169	56.2965	55.5401	56.2064
	0.5	37.1627	37.7896	37.2149	42.0741	41.887	41.9066
	1	15.8929	15.7972	15.6539	21.4017	21.1064	21.2123
	2	7.704	7.2136	7.1398	11.9268	11.7048	11.6509
0.3	0.01	484.6489	482.9525	489.3817	485.7706	479.2624	482.2953
	0.02	470.4089	467.978	470.6887	464.7813	465.3254	459.4538
	0.03	455.7339	453.6747	445.0535	446.1267	452.4977	447.1396
	0.04	430.8436	430.1718	439.4327	434.881	425.3584	431.7874
	0.05	421.5333	413.8882	415.3177	414.4791	411.6143	413.3943
	0.06	399.042	396.0065	400.0046	402.3313	385.7289	395.3603
	0.07	381.4698	384.576	389.1228	377.986	369.4231	374.3431
	0.08	369.6444	368.6679	364.9429	359.7133	360.4603	359.3741
	0.09	350.1965	347.998	356.9057	344.1585	340.8392	345.9438
	0.1	333.6116	335.6521	343.167	329.776	324.2708	324.4537
	0.2	211.1089	205.7806	208.6176	199.657	195.9233	198.3251
	0.3	127.4846	123.7865	127.8802	119.0731	117.015	117.6897
	0.4	80.5095	78.5094	80.0584	74.1668	71.9875	73.4500
	0.5	52.7033	51.9168	52.2280	49.2731	48.4259	49.3147
	1	12.307	11.3156	10.9718	12.7833	12.0053	11.9951
	2	3.4178	2.7359	2.3698	4.6044	3.9992	3.7664
0.5	0.01	484.2506	488.2521	482.8565	483.0992	484.3008	475.8853
	0.02	472.1185	471.7873	473.1784	476.8063	467.6901	469.2786
	0.03	462.989	462.0909	448.5933	460.1837	462.8473	456.8352
	0.04	450.319	445.8905	436.4536	445.0399	454.4227	445.0147
	0.05	436.7853	429.6817	423.7399	429.792	426.9959	423.7709
	0.06	424.8102	423.265	414.0363	420.6574	416.1328	407.4787
	0.07	404.1608	406.5325	403.0577	390.5607	409.5717	400.1931
	0.08	394.3672	397.1061	390.3616	387.0799	391.3242	387.9588
	0.09	379.7559	379.7592	378.6953	378.9759	378.1999	371.4323
	0.1	371.5114	366.0262	357.7473	359.8346	366.9796	362.8678
	0.2	259.8961	254.7476	246.9186	239.6824	243.0554	240.8431
	0.3	172.0499	167.082	163.525	160.3139	160.0839	156.0401
	0.4	115.6256	109.6698	106.7539	104.7638	104.2052	99.9061
	0.5	79.6683	73.2997	72.2405	71.3471	69.4034	66.6976
	1	15.9603	13.1868	12.3736	14.959	12.8843	12.1234
	2	2.6514	1.7955	1.3714	2.9929	2.2467	1.8577

ตารางที่ 4 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA กรณี $LN(7,1)$

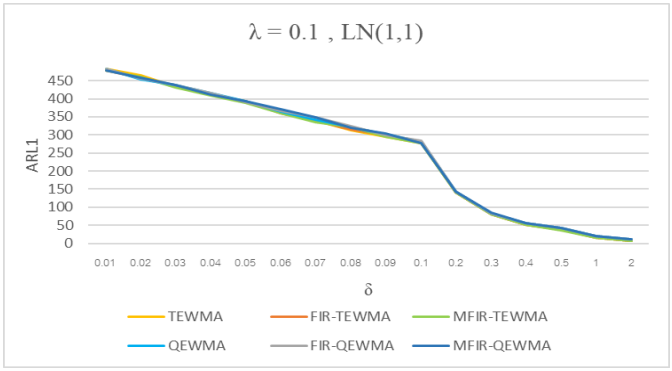
Lambda	Shift	ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
(λ)	(δ)	TEWMA	FIR-TEWMA	MFIR-TEWMA	QEWMA	FIR-QEWMA	MFIR-QEWMA
0.1	0.01	485.1784	477.3888	482.3784	482.3386	484.4017	483.0222
	0.02	456.2084	458.2071	455.669	458.504	461.5795	465.9084
	0.03	430.2092	431.5698	431.7191	436.384	436.5856	441.3879
	0.04	409.938	407.3007	404.9037	415.1097	412.3139	412.3443
	0.05	381.1216	382.2006	389.0028	388.6121	392.2688	395.5346
	0.06	363.5268	362.0141	362.5455	370.0072	376.268	375.3728
	0.07	344.0473	341.0799	345.4635	353.4866	351.0501	344.2625
	0.08	313.7026	320.2128	320.4967	323.1752	326.9719	323.563
	0.09	294.3352	299.0596	295.7443	296.4075	301.1271	305.3474
	0.1	275.6899	273.435	282.1383	281.2918	288.4578	281.5368
	0.2	140.1645	140.0516	141.5231	144.6153	142.3601	143.6711
	0.3	81.0155	80.8731	81.0794	82.2128	83.0128	83.8104
	0.4	52.0254	52.3092	52.0596	55.8826	56.3101	56.5081
	0.5	37.7053	37.3816	37.1188	42.136	41.7689	41.7512
	1	15.9985	15.6528	15.68	21.371	21.1866	21.2976
	2	7.7391	7.2131	7.1299	11.9516	11.7112	11.644
0.3	0.01	482.1133	479.4904	480.5166	483.2927	482.6771	475.7962
	0.02	469.4765	458.4945	468.4915	470.0326	464.1054	464.3508
	0.03	449.9445	447.2383	452.1688	448.7555	443.2361	445.8938
	0.04	424.239	425.3176	430.4331	429.3812	426.2977	429.8854
	0.05	417.6022	415.3145	423.8164	411.552	404.9385	407.6435
	0.06	398.8242	393.1207	403.3224	398.3534	391.1722	395.3899
	0.07	376.1236	372.3425	387.9785	377.7999	371.5902	373.9538
	0.08	367.8237	360.5836	371.088	363.6398	357.665	361.6307
	0.09	354.07	346.8839	355.3938	343.0771	344.9334	339.6619
	0.1	333.6984	331.8303	333.7377	329.8967	328.0402	328.4884
	0.2	208.4228	205.4345	209.2287	197.5064	193.7251	198.7499
	0.3	130.0281	124.6128	127.3964	117.2258	116.5135	116.0897
	0.4	79.6966	77.9685	79.1499	75.1232	73.7485	73.5257
	0.5	52.5559	50.9888	52.1881	49.0841	47.5559	48.7046
	1	12.1993	11.2106	10.9966	12.6969	12.0877	11.9097
	2	3.4373	2.6906	2.4296	4.6001	3.9685	3.7998
0.5	0.01	494.4897	486.7522	484.8588	489.2958	487.4943	483.9532
	0.02	477.4962	481.0851	472.2483	478.45	478.4148	478.1309
	0.03	463.6646	459.9231	456.6821	465.4306	462.7973	460.0177
	0.04	448.2471	448.1441	447.3529	452.9532	449.3272	450.9492
	0.05	438.834	428.8575	437.7252	436.8592	433.6905	428.8177
	0.06	424.947	412.8649	415.2806	423.3926	419.1594	418.2087
	0.07	408.3955	404.6865	406.9122	412.7143	405.5043	406.9633
	0.08	394.6801	390.1487	389.2428	400.5821	392.4522	383.9540
	0.09	379.7615	377.4577	377.5908	380.9974	377.795	377.3381
	0.1	375.474	366.9901	368.414	372.7848	361.0389	359.0972
	0.2	261.3853	248.5686	252.048	249.8725	247.6841	241.3972
	0.3	174.3256	165.8048	167.3307	161.839	158.6265	160.0381
	0.4	116.1433	110.9299	109.9633	106.9188	104.8035	103.177
	0.5	79.5736	73.244	72.5222	73.3927	69.8545	68.1753
	1	15.9813	13.1485	12.2982	15.0325	12.961	12.5597
	2	2.6571	1.7869	1.3664	3.044	2.2775	1.8813

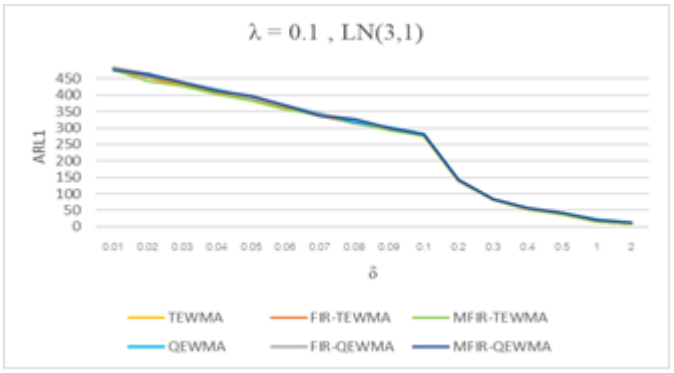
ตารางที่ 5 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA กรณี $LN(15,1)$

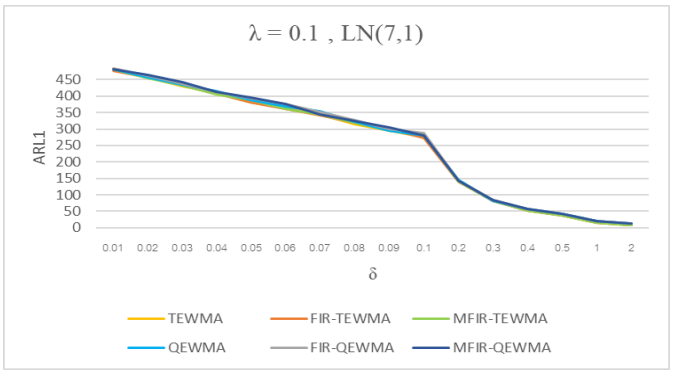
Lambda	Shift	ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
(λ)	(δ)	TEWMA	FIR-TEWMA	MFIR-TEWMA	QEWMA	FIR-QEWMA	MFIR-QEWMA
0.1	0.01	475.937	484.3609	483.5698	481.1846	482.1776	477.9901
	0.02	453.2184	461.5415	456.9397	464.0485	461.7976	465.3355
	0.03	431.6794	438.4721	432.1004	442.9056	438.264	432.2598
	0.04	413.4566	415.7596	410.2992	421.372	421.0863	418.6351
	0.05	381.8502	385.8212	390.9967	398.3444	397.71	393.3018
	0.06	362.2636	363.3203	366.7593	361.3063	367.8424	371.6576
	0.07	339.0266	340.112	346.3671	342.8851	349.1454	343.8576
	0.08	315.5527	324.5711	320.0834	324.1043	324.7158	324.4725
	0.09	296.7949	300.791	303.2816	302.5343	305.036	301.4484
	0.1	276.1328	280.8579	281.5902	284.6658	286.1617	281.4701
	0.2	140.1249	140.8434	140.9699	142.3487	141.8846	141.1982
	0.3	79.5777	81.749	80.2262	83.3128	82.4171	83.3282
	0.4	52.6605	52.4796	51.905	55.8828	56.1896	56.249
	0.5	37.2742	37.2767	37.3942	41.6493	42.1036	42.1446
	1	15.9587	15.6811	15.7175	21.3047	21.1849	21.2736
	2	7.7302	7.204	7.1492	11.9028	11.7269	11.642
0.3	0.01	484.892	479.8528	478.7139	482.8058	481.2121	485.1723
	0.02	464.6367	470.4488	461.9402	464.5402	469.6077	462.4206
	0.03	452.5144	447.6822	451.4246	451.1341	445.429	447.6259
	0.04	438.477	435.2673	432.3623	426.7587	423.7018	438.1182
	0.05	418.6965	417.9733	420.0914	412.2087	411.4656	408.9373
	0.06	396.872	399.0986	401.3514	399.6397	387.5075	389.2805
	0.07	384.502	384.6925	387.121	379.2515	372.9048	380.418
	0.08	370.3842	372.5518	367.1616	367.3267	355.0583	360.3834
	0.09	346.3816	352.1242	357.8124	347.8426	343.3659	344.7073
	0.1	340.2261	339.0176	337.9899	333.2738	324.9559	332.2669
	0.2	210.448	207.1809	206.7497	197.4486	192.5725	194.4035
	0.3	127.9479	125.2521	127.767	118.6335	115.5012	117.7555
	0.4	82.1957	79.9306	80.3887	74.2019	74.1419	72.9727
	0.5	52.9014	52.1191	51.5953	49.4186	48.2214	47.8955
	1	12.0708	11.4476	11.0957	12.7936	11.917	11.8914
	2	3.4359	2.747	2.3985	4.5861	3.9824	3.7689
0.5	0.01	487.2318	486.3471	483.395	493.6334	489.4968	486.4079
	0.02	479.2009	469.2125	467.3122	473.9432	474.7343	468.5222
	0.03	462.672	458.4457	457.0018	466.1539	463.0972	457.884
	0.04	453.9883	442.7568	448.7015	447.8206	441.622	444.5619
	0.05	438.1488	428.6821	426.183	439.675	436.9225	427.7664
	0.06	418.8849	414.1485	418.0803	420.2145	417.3382	418.0414
	0.07	406.1462	404.206	403.6546	406.5173	405.4059	402.4615
	0.08	401.7954	391.8339	392.8169	386.2977	385.9509	388.9392
	0.09	386.4011	373.8616	372.9435	384.8125	381.1549	378.7172
	0.1	370.1771	362.6344	363.0433	365.1663	363.0184	367.685
	0.2	254.7748	250.4892	248.6746	245.5574	242.9802	239.7441
	0.3	171.8404	162.4986	165.9166	161.5904	161.7869	156.8277
	0.4	113.7513	110.4267	106.7785	108.4408	106.33	103.069
	0.5	78.715	73.6954	71.7097	71.9973	68.7825	68.1791
	1	15.7948	13.2234	12.3304	15.022	13.0278	12.5511
	2	2.6594	1.8055	1.3907	2.9828	2.2294	1.8663

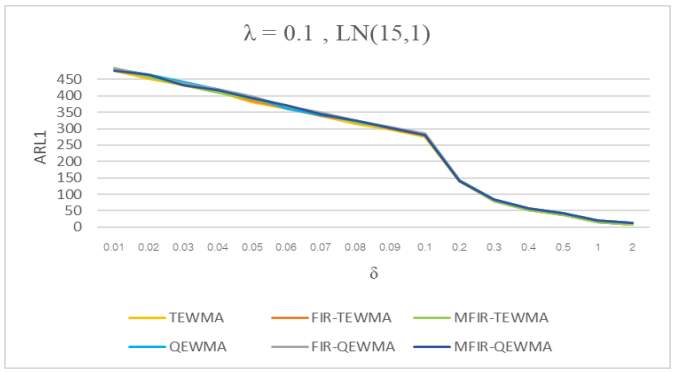
ตารางที่ 6 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA, MFIR-QEWMA กรณี $LN(2,2)$

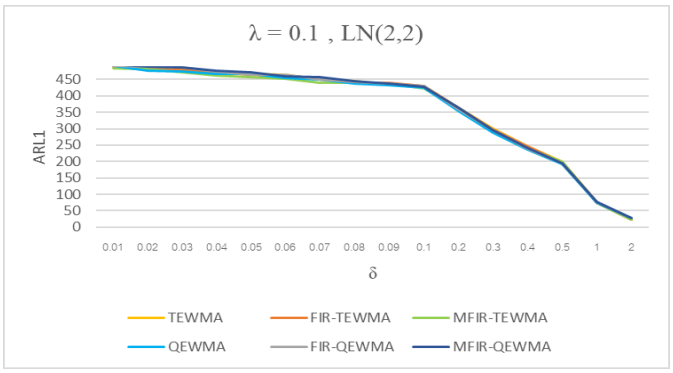
Lambda	Shift	ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
(λ)	(δ)	TEWMA	FIR-TEWMA	MFIR-TEWMA	QEWMA	FIR-QEWMA	MFIR-QEWMA
0.1	0.01	489.6952	488.9869	484.8269	492.814	491.5941	495.7707
	0.02	485.408	483.7966	481.7152	477.7324	489.389	489.8652
	0.03	482.3686	478.8612	471.7521	474.5096	488.0107	487.8347
	0.04	475.0468	471.1831	463.4535	468.1156	474.4234	477.4935
	0.05	467.9984	463.9843	458.1458	467.4939	465.4308	471.0919
	0.06	464.4584	460.5592	451.2832	454.231	465.3408	460.2584
	0.07	449.7521	452.5032	440.6421	450.6621	449.3001	457.5036
	0.08	446.1454	439.7064	440.7077	437.522	443.5299	445.2607
	0.09	435.4716	439.196	437.2267	432.0665	437.4557	438.2297
	0.1	431.4639	430.3146	422.5696	426.4326	429.2824	428.6779
	0.2	362.9555	363.1745	361.433	355.3018	359.508	362.8332
	0.3	300.5711	297.6072	294.6589	286.9166	294.627	295.2983
	0.4	246.7231	246.8283	238.8543	237.259	238.8241	241.4155
	0.5	199.1183	196.5638	199.734	191.9831	195.6554	194.9532
	1	76.3521	74.6839	74.7785	75.0525	77.4864	76.4595
	2	23.4968	23.1439	23.1369	28.3708	28.3577	28.2247
0.3	0.01	490.8208	496.898	497.3691	496.0298	497.8163	495.9358
	0.02	488.1931	484.9808	486.1531	484.8449	488.2825	486.8148
	0.03	482.3669	478.9003	479.0184	481.7298	486.3656	479.0475
	0.04	475.966	477.0975	474.9011	475.9945	478.2793	479.0768
	0.05	469.9457	467.395	469.3133	474.8471	473.8775	467.0866
	0.06	464.259	465.5195	467.2059	470.3541	468.9031	465.2898
	0.07	458.2008	459.455	460.1824	469.6939	459.7603	463.5429
	0.08	455.2126	455.1727	457.3789	456.3822	453.8041	454.2034
	0.09	452.4232	439.4132	451.589	446.7577	446.4079	449.9964
	0.1	448.3089	443.5449	445.5791	441.6283	441.6147	443.2012
	0.2	389.8521	388.8308	388.1517	384.9588	386.6029	388.6237
	0.3	337.2932	341.6392	338.6271	337.5791	334.1731	337.094
	0.4	292.3936	287.5214	289.4014	287.999	293.0663	288.2155
	0.5	246.8162	250.1817	251.221	244.1706	243.6044	240.6935
	1	107.2158	103.7591	105.3498	104.2825	101.6838	101.0529
	2	24.6266	23.3074	22.8007	24.0231	23.2465	23.1052
0.5	0.01	497.3417	496.207	493.5659	493.1819	486.6388	496.5297
	0.02	497.0889	492.6538	492.6028	490.0014	486.9109	491.9119
	0.03	489.6173	487.4976	487.7349	483.538	484.3772	479.7384
	0.04	484.0834	484.9974	476.215	476.9411	471.7946	480.0258
	0.05	472.8123	475.278	468.7687	473.0214	482.0376	474.483
	0.06	468.8296	474.1912	469.1841	469.8272	469.6383	466.5921
	0.07	467.2927	474.1295	459.0634	462.0407	468.8479	464.4248
	0.08	460.9532	461.7278	462.5594	457.7464	455.8424	458.8691
	0.09	454.2211	450.3349	455.5699	448.1815	447.8063	451.2214
	0.1	451.2126	447.822	450.424	447.5469	451.3138	444.8733
	0.2	403.572	397.3266	398.7123	392.0726	393.3612	389.0673
	0.3	360.5866	346.2253	341.9914	343.8676	344.9325	342.4837
	0.4	300.3068	304.4443	300.8115	298.2837	294.9509	296.34
	0.5	267.7441	257.6446	264.1503	261.389	260.3457	254.8124
	1	122.0227	118.682	116.7396	115.7299	116.4984	114.6894
	2	29.0737	26.5294	24.9971	27.4595	25.6059	25.8536



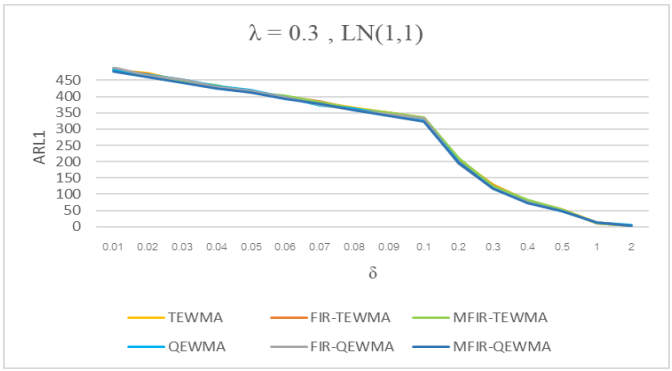


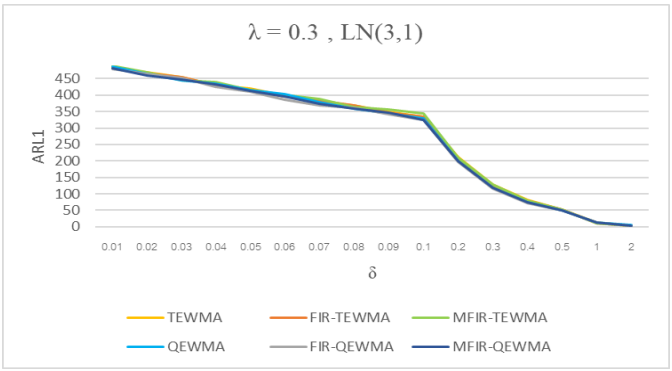


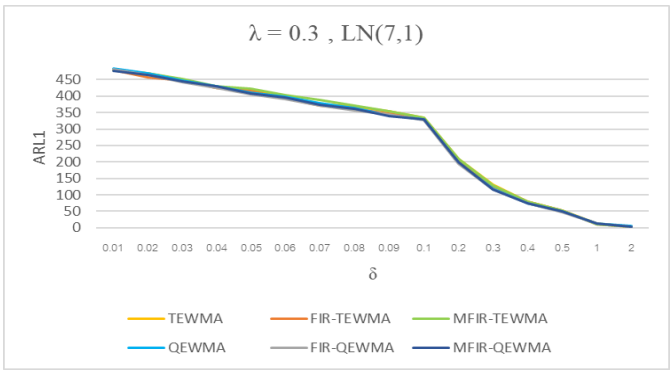


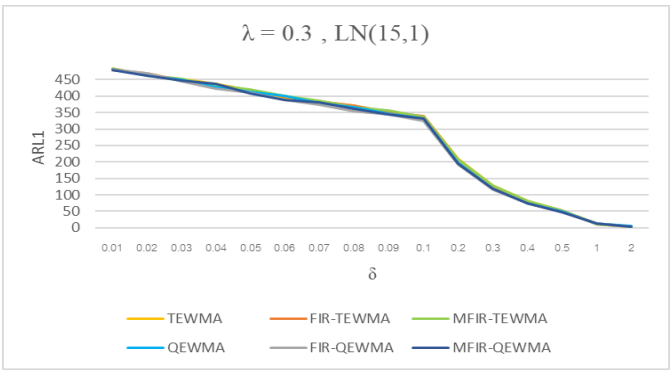


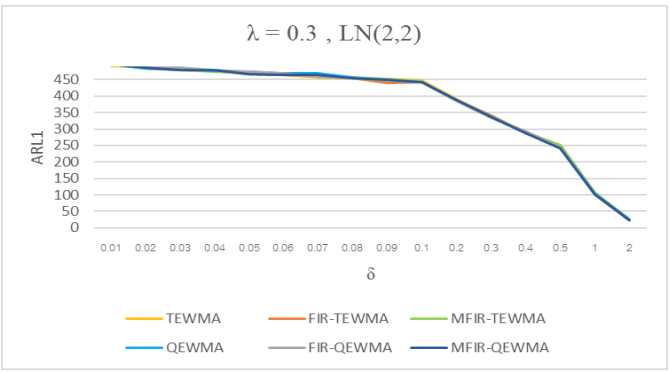
รูปที่ 1 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมสำหรับทุกการแจกแจง กรณีใช้ $\lambda = 0.1$



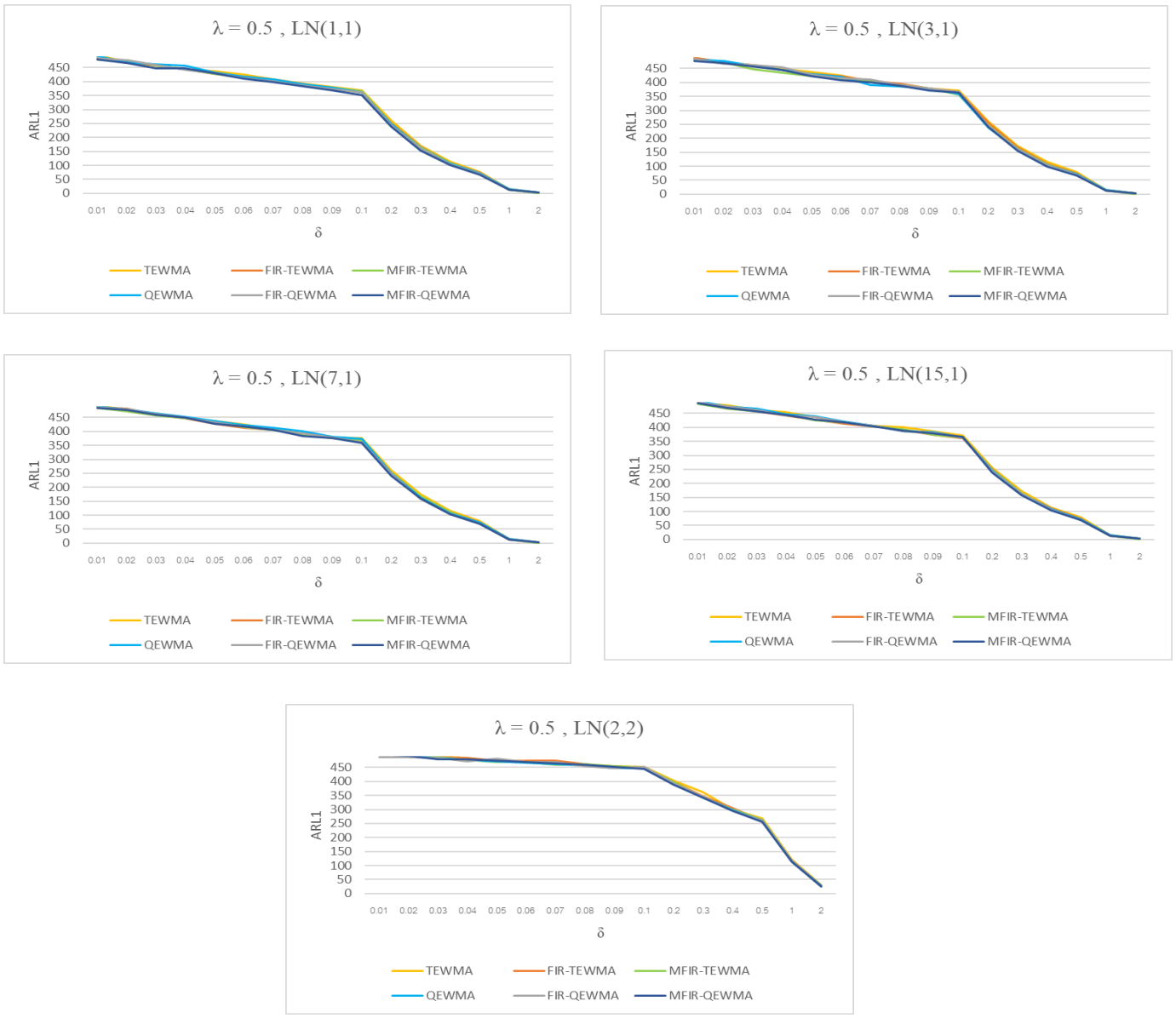








รูปที่ 2 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมสำหรับทุกการแจกแจง กรณีใช้ $\lambda = 0.3$



รูปที่ 3 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุมสำหรับทุกการแจกแจง กรณีใช้ $\lambda = 0.5$

5. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมโดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) ดังนั้นหากแผนภูมิควบคุมใดมีประสิทธิภาพดีที่สุดแผนภูมินั้นจะมีค่าความยาวรันเฉลี่ยน้อยที่สุด

ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้ง (TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้งที่มีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(FIR-TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามครั้งที่มีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็วปรับปรุง (MFIR-TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้ง (QEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้งที่มีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็ว(FIR-QEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสี่ครั้งที่มีการตอบสนองเริ่มต้นอย่างรวดเร็วปรับปรุง(MFIR-QEWMA)เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงล็อกนอร์มัล (LN) ซึ่งกำหนดพารามิเตอร์บ่งตำแหน่งเท่ากับ 1, 3, 7, 15, 2 พารามิเตอร์บ่งขนาดเท่ากับ 1 , 2 และกำหนดพารามิเตอร์ปรับเรียบ (λ) ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 6 ชนิด เท่ากับ 0.1 ,0.3 ,0.5 พบว่าเมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจง $LN(1,1)$, $LN(3,1)$, $LN(7,1)$, $LN(15,1)$ และกำหนดให้ $\lambda = 0.1$ แล้วจะทำให้แผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA และ MFIR-TEWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดใกล้เคียงกัน และเมื่อให้ $\lambda = 0.3$ แล้วจะทำให้แผนภูมิควบคุม FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดใกล้เคียงกัน และแผนภูมิควบคุม MFIR-QEWMA จะมีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกำหนด $\lambda = 0.5$ อย่างไรก็ตามเมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจง $LN(2,2)$ และ $\lambda = 0.1, 0.3$ และ 0.5 พบว่า แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดใกล้เคียงกันคือ QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกนำแผนภูมิควบคุม EWMA ที่นำเทคนิคปรับเรียบสามครั้ง(TEWMA) และสี่ครั้ง (QEWMA) อีกทั้งยังนำเทคนิคการตอบสนองอย่างรวดเร็ว(FIR) และเทคนิคการตอบสนองอย่างรวดเร็วที่มีการปรับปรุง(MFIR) มาใช้กับแผนภูมควบคุม TEWMA และQEWMA โดยนำแผนภูมิควบคุมเหล่านี้มาเปรียบเทียบประสิทธิภาพพบว่า แผนภูมิควบคุม QEWMA ให้ประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA เพียงเล็กน้อยทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการกำหนด λ ซึ่งจากผลดังตารางที่ 2 ถึงตารางที่ 6 พบว่า ค่า $\lambda = 0.3$ และ $\lambda = 0.5$ จะทำให้แผนภูมิควบคุม QEWMA ให้ประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA ในทำนองเดียวกันพบว่าการนำ FIR และ MFIR มาใช้กับ TEWMA จะทำให้แผนภูมิควบคุม TEWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม QEWMA หรือ การนำเทคนิคการตอบสนองอย่างรวดเร็วมาใช้กับแผนภูมิควบคุมTEWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้มีประสิทธิภาพดีกว่าการเพิ่มเทคนิคการปรับเรียบอีก 1 ครั้งให้กับแผนภูมิควบคุม TEWMA

6. ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ (Out of Control) โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 ภายใต้ $ARL_0 = 500$ เท่านั้น แต่จะไม่นำ ARL_0 มาเปรียบเทียบด้วยเพราะถือว่ากระบวนการยังคงทำงานเป็นปรกติหรือยังอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control)

7. การประยุกต์กับข้อมูลจริง

ข้อมูลที่นำมาใช้เป็นชุดข้อมูลที่แสดงถึงค่าความเครียดสูงสุดที่วัสดุสามารถทนได้ก่อนการแตกหักเรียกว่าความต้านทานแรงดึงสูงสุด (UTS)มีหน่วยเป็น MPa ที่ได้รับจากการทดลอง(Ivana, et.al, 2019) เมื่อนำมาทดสอบด้วยสถิติแอนเดอร์สันพบว่ามีการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัลโดยมีพารามิเตอร์บ่งตำแหน่งและขนาดคือ 6.11 และ 0.009 ตามลำดับและจะกำหนดให้เป็นพารามิเตอร์เมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม ส่วนค่าสถิติแอนเดอร์สันและค่าพีมีค่าเท่ากับ 0.334 และ 0.477 ตามลำดับ

ตารางที่ 7 ค่าสถิติและค่าขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA , FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA

t	data set	TEWMA		FIR-TEWMA		MFIR-TEWMA		QEWMA		FIR-QEWMA		MFIR-QEWMA	
		L=0.50625		L=0.50565		L=0.50495		L=0.524		L=0.5235		L=0.5234	
		สถิติ	*UCL*	สถิติ	*UCL*	สถิติ	*UCL*	สถิติ	*UCL*	สถิติ	*UCL*	สถิติ	*UCL*
1	448.1	***410.60***	***407.99***	***410.60***	***406.88***	***410.60***	***406.21***	***407.93***	***407.84***	***407.93***	***406.79***	***407.93***	***406.16***
2	449.4	418.80	407.99	418.80	407.08	418.80	406.75	413.36	407.84	413.36	406.98	413.36	406.67
3	450.8	427.26	407.99	427.26	407.25	427.26	407.05	420.31	407.84	420.31	407.14	420.31	406.96
4	445.6	433.81	407.99	433.81	407.39	433.81	407.26	427.06	407.84	427.06	407.27	427.06	407.15
5	457.4	439.79	407.99	439.79	407.50	439.79	407.41	433.43	407.84	433.43	407.38	433.43	407.30
6	452.1	444.26	407.99	444.26	407.59	444.26	407.53	438.84	407.84	438.84	407.47	438.84	407.41
7	448.1	446.78	407.99	446.78	407.67	446.78	407.62	442.81	407.84	442.81	407.54	442.81	407.49
8	444.1	447.46	407.99	447.46	407.73	447.46	407.69	445.13	407.84	445.13	407.59	445.13	407.56
9	450.8	447.99	407.99	447.99	407.78	447.99	407.75	446.56	407.84	446.56	407.64	446.56	407.62
10	456.1	449.25	407.99	449.25	407.82	449.25	407.80	447.90	407.84	447.90	407.68	447.90	407.66
11	458.7	451.15	407.99	451.15	407.85	451.15	407.83	449.53	407.84	449.53	407.71	449.53	407.69
12	456.1	452.80	407.99	452.80	407.88	452.80	407.86	451.16	407.84	451.16	407.73	451.16	407.72
13	448.1	453.01	407.99	453.01	407.90	453.01	407.89	452.09	407.84	452.09	407.75	452.09	407.74
14	452.1	452.82	407.99	452.82	407.91	452.82	407.90	452.45	407.84	452.45	407.77	452.45	407.76
15	450.8	452.42	407.99	452.42	407.93	452.42	407.92	452.43	407.84	452.43	407.78	452.43	407.78
16	442.8	450.99	407.99	450.99	407.94	450.99	407.93	451.71	407.84	451.71	407.79	451.71	407.79
17	449.4	449.95	407.99	449.95	407.95	449.95	407.94	450.83	407.84	450.83	407.80	450.83	407.80
18	445.5	448.92	407.99	448.92	407.96	448.92	407.95	449.88	407.84	449.88	407.81	449.88	407.80
19	450.8	448.64	407.99	448.64	407.96	448.64	407.96	449.26	407.84	449.26	407.81	449.26	407.81
20	452.1	449.03	407.99	449.03	407.97	449.03	407.96	449.15	407.84	449.15	407.82	449.15	407.82

จากตารางที่ 7 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดให้พารามิเตอร์บ่งตำแหน่งและพารามิเตอร์บ่งขนาดเท่ากับ 6 และ 0.009 ตามลำดับซึ่งจะทำให้ได้ค่า L ของสถิติแต่ละแผนภูมิควบคุมมาคำนวณค่าสถิติและขีดจำกัดควบคุมบนของแต่ละแผนภูมิควบคุมดังตารางที่ 7 และกำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบสำหรับทุกแผนภูมิควบคุมเป็น 0.1 จากตารางที่ 7 พบว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA, FIR-TEWMA, MFIR-TEWMA, QEWMA, FIR-QEWMA และ MFIR-QEWMA สามารถตรวจพบค่าที่ออกนอกการควบคุม ได้ในครั้งแรกในลำดับที่ t= 1 ซึ่งจากการเปรียบเทียบพบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 6 มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

เอกสารอ้างอิง

Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C. (2021). The triple exponentially weighted moving average control chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, *18*(3), 326-354. http://dx.doi.org/10.1080/16843703.2020.1809063

Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C. (2022). The quadruple exponentially weighted moving average control chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, *19*(1), 50-73. http://dx.doi.org/10.1080/16843703.2021.1989141

Ferrell, E. D. (1958). Control charts for lognormal universe. *Industrial Quality Control*, *15*, 4-6.

Haq, A., Brown, J., & Moltchanova, E. (2014). Improved fast initial response features for exponentially weighted moving average and cumulative sum control charts. *Quality and Reliability Engineering International*, *30*(5), 697-710. http://dx.doi.org/10.1002/qre.1521

Huang, W.H.(2021). Control Charts for Joint Monitoring of the Lognormal Mean and Standard Deviation. *Symmetry*. *13*(4) ,1-28. https://doi.org/10.3390/sym13040549

Huang, W. H., Yeh, A. B., & Wang, H. (2018). A control chart for the lognormal standard deviation. *Quality Technology & Quantitative Management*, *15*(1), 1-36. https://doi.org/10.1080/16843703.2017.1304044

Huang, W. H., Wang, H., & Yeh, A. B. (2016). Control charts for the lognormal mean. *Quality and Reliability Engineering International*, *32*(4), 1407-1416. https: / / doi. org/ 10. 1002/ qre.1841

PoboČíková, I., SedliaČková, Z., Michalková, M., & Kuchariková, L. (2019). Monte Carlo comparison of estimation methods for the two-parameter lognormal distribution. In *MATEC Web of Conferences*. https://doi.org/10.1051/matecconf/201925408002

Montgomery, D. C. (2012), *Introduction to statistical quality control.* 7th ed., New York. Wiley.

Morrison, J. (1958). The lognormal distribution in quality control. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, *7*(3), 160-172.

Page, E. S. (1954). Cumulative Sum Control Chart. *Technometrics*, *3*, 1-9.

Roberts, S. W. (1959). Control chart tests based on geometric moving averages. *Technometrics*, *1*(3), 239-250.

Shamma, S. E. & Shamma, A. K. (1992). Development and evaluation of control charts using double exponentially weighted moving averages. *International Journal of Quality & Reliability Management*. *9*(6), 18-25, https://doi.org/10.1108/02656719210018570

Shewhart, W. A. (1932). *Economic control of quality of manufactured product*. Van Nostrand.

Steiner, S. H. (1999). EWMA control charts with time-varying control limits and fast initial response. *Journal of Quality Technology*, *31*(1), 75-86. http://dx.doi.org/10.1080/00224065.1999.11979899.