

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA และ DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมาสามพารามิเตอร์

A Comparison of the Efficiency of the HEWMA THWMA and DMEWMA Control Chart for 3 Parameter Gamma Distribution

ปิยพล ไพจิตร* และ กนิษฐา คงแก้ว

Piyaphon Paichit* and Kanistha Kongkaew

ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร ประเทศไทย

Department of Statistics, Faculty of Science, Silpakorn University, Thailand

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด (Hybrid Exponentially Weighted Moving Average: HEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสามครั้ง (Triple Homogeneously Weighted Moving Average: THWMA) และ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงสองชั้น (Double-modified Exponentially Weighted Moving Average: DMEWMA) โดยตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง (shape parameter : α) ของกระบวนการที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์ โดยจำลองข้อมูลที่ศึกษาด้วยวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งในแต่ละสถานการณ์ทดลองซ้ำ 10,000 รอบ โดยกำหนด พารามิเตอร์รูปร่าง พารามิเตอร์บ่งขนาด และพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง เท่ากับ 1,1,1 2,1,1 1,2,1 1,2,2 และ 2,1,2 ตามลำดับ กำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบของแผนภูมิควบคุม HEWMA เท่ากับ 0.05, 0.08 และ 0.10, 0.30, 0.05 แผนภูมิควบคุม THWMA เท่ากับ 0.03, 0.07, 0.09, 0.10, 0.20, 0.50 และแผนภูมิควบคุม DMEWMA เท่ากับ 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.20, 0.50 ขนาดการเปลี่ยนแปลงกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 1.50, 2.00 และ 2.50 เกณฑ์ที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจะพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average run length: ARL) ซึ่งแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม น้อยที่สุด ผลการวิจัยพบว่า แผนภูมิควบคุม THWMA ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดเล็กได้ดีที่สุด และเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นแผนภูมิควบคุม THWMA จะมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับแผนภูมิควบคุม DMEWMA $\left(-\frac{\lambda}{2}\right)$ และ DMEWMA $\left(-\frac{\lambda}{4}\right)$ หากมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดใหญ่ แผนภูมิควบคุม HEWMA จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริด แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสาม แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงสองชั้น ความยาวรันเฉลี่ย

ABSTRACT

The purpose of this research was to compare the performance of the three control chart types: The Hybrid Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (HEWMA), Triple Homogeneously Weighted Average Control Chart (THWMA) and Double Exponential Weighted Average Control Chart (DMEWMA) by detecting shift in size of the shape parameter of the process in which the data has a 3-parameter gamma distribution. simulating the data studied by the Monte Carlo Method in which each situation was repeated 10,000 cycles by specifying the shape parameter, scale parameter, location parameter and the smoothing parameters of the HEWMA control chart ($\lambda_{1H}, \lambda_{2H}$) were set to 0.05, 0.08 and 0.10, 0.30, 0.50 THWMA control chart (λ) is 0.03, 0.07, 0.09, 0.10, 0.20, 0.50 and DMEWMA control chart (λ) is 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.20, 0.50. Process variation shift size (δ) is 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 1.50, 2.00 and 2.50. The criteria for the control chart's performance is determined by its average run length (ARL), where the most efficient control chart gave the least average run length when the process was out of control (ARL_1). THWMA control charts the best monitor shift of parameter and as the size increases the THWMA control

chart performs similarly to the DMEWMA $\left(-\frac{\lambda}{2}\right)$ and DMEWMA $\left(-\frac{\lambda}{4}\right)$ control charts if the shift is large. The HEWMA control chart will give you the best performance.

KEYWORDS: Hybrid exponentially weighted moving average, Triple homogeneously weighted moving average, Double-modified exponentially weighted moving average and Average run length

*Corresponding Author: paichit_p@silpakorn.edu

Received: 27/03/2022; Revised: 14/05/2023; Accepted: 14/06/2023

1. บทนำ

การแข่งขันสำหรับตลาดสินค้ายังคงเติบโตในทุกอุตสาหกรรม หนึ่งในกลยุทธ์ในการบรรลุความได้เปรียบการแข่งขันคือการทำให้ผลิตภัณฑ์มีคุณภาพสูงและมูลค่าเพิ่ม การสร้างผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพสูง บริษัทจะต้องกำหนดเป้าหมายสำหรับอัตราความบกพร่องและเรียนรู้ที่จะควบคุมกระบวนการผลิต วิธีการควบคุมกระบวนการทางสถิติ(Statistical Process Control: SPC) ถูกนำมาใช้ในการควบคุมคุณภาพทางอุตสาหกรรม อีกทั้งยังเป็นวิธีการปรับปรุงคุณภาพของผลิตภัณฑ์และผลผลิตมานานกว่าหลายทศวรรษ การควบคุมกระบวนการทางสถิติเป็นการใช้เทคนิคทางสถิติเพื่อตรวจจับพฤติกรรมที่ผิดปกติของกระบวนการและค้นหาสาเหตุของการเกิดพฤติกรรมที่ผิดปกติขึ้นในกระบวนการ เครื่องมือที่สำคัญในการควบคุมกระบวนการทางสถิติมีดังนี้ ใบตรวจสอบ แผนภาพการกระจาย แผนภูมิพาเรโต ผังแสดงเหตุและผล กราฟ ฮิสโตแกรม และแผนภูมิควบคุม อย่างไรก็ตามเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพที่สุดและมีการพัฒนามาอย่างต่อเนื่องนั้นคือ แผนภูมิควบคุม(control chart) แผนภูมิควบคุมจะแสดงให้เห็นกระบวนการข้อมูลในลำดับเวลาและใช้วิธีการทางสถิติเพื่อกำหนดค่าขีดจำกัดที่ยอมรับได้บนแผนภูมิควบคุมสารสนเทศที่ได้จากการวิเคราะห์ของแผนภูมิควบคุมจะถูกนำไปใช้เพื่อตัดสินใจเกี่ยวกับเงื่อนไขของกระบวนการ เช่น หากระดับของกระบวนการผลิตมีค่าเบี่ยงเบนจากค่าที่ต้องการมากอาจจำเป็นต้องปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้กระบวนการผลิตยังสามารถผลิตสินค้าที่มีคุณภาพสำหรับผู้บริโภคได้ แผนภูมิควบคุมที่เป็นที่รู้จักในปัจจุบัน ดังเช่น แผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ท คิดค้นโดย Shewhart(Shewhart,1931) แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (CUmulative SUM control chart: CUSUM) นำเสนอโดย Page (Page, 1954) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average:

EWMA) นำเสนอโดย Robert (Robert, 1959) โดยทั้งแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมและแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ที่มีความสามารถในการตรวจจับเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กและขนาดปานกลางได้ดี อีกทั้งแผนภูมิควบคุม EWMA ยังสามารถทำงานได้ดีแม้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบ้(Montgomery, 2012; Alkahtani, 2013) และในปี 2013 Nazir et al.(2013) ได้มีการศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมCUSUM พบว่าแผนภูมินี้สามารถทำงานได้ดีถึงแม้ข้อมูลจะการแจกแจงแบบเบ้ ในงานวิจัยนี้ใช้การแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์เป็นตัวแทนการแจกแจงแบบเบ้เนื่องจากการแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์ สามารถแสดงรูปร่าง(shape)ได้หลากหลายตั้งแต่ความเบ้เล็กน้อยไปจนถึงความเบ้มากทั้งนี้ขึ้นอยู่กับข้อกำหนดค่าพารามิเตอร์รูปร่าง(shape parameter)ที่เหมาะสมอีกทั้งการแจกแจงนี้ยังสามารถระบุตำแหน่งของการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มได้โดยพิจารณาจากพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง(location parameter) และการแจกแจงนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงเช่น ข้อมูลทางอุทกวิทยา การเงิน และวิศวกรรม เป็นต้น (Aksoy, 2000; Lakshmi & Vaidyanathan,2016) การแจกแจงแกมมา 3 พารามิเตอร์มีความเกี่ยวข้องกับการแจกแจงอีกหลายชนิด เช่น การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงแบบโคกำลังสอง การแจกแจงแบบไวบูล เป็นต้น (Bhaumik & Gibbons,2006) และแผนภูมิควบคุมส่วนใหญ่ถูกพัฒนาขึ้นสำหรับการตรวจจับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา (Khan et al.,2017; Saeed & Kamal, 2016)

ในปี คศ. 2013 Haq (Haq, 2013) นำเสนอแผนภูมิผสมที่เกิดจากการนำแผนภูมิควบคุม EWMA มาผสมกับแผนภูมิควบคุม EWMA และให้ชื่อใหม่ว่า แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริดจ์ (Hybrid Exponentially Weighted Moving Average: HEWMA) ซึ่งทั้งแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ทและแผนภูมิควบคุม EWMA จัดเป็นกรณีเฉพาะของแผนภูมิควบคุม HEWMA ต่อมาในปี คศ.2017

Haq(Haq,2017) ได้ทำการปรับปรุงค่าความแปรปรวนสำหรับแผนภูมิควบคุม HEWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีขึ้น อีกทั้งยังนำแผนภูมิควบคุม HEWMA ไปเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับ แผนภูมิควบคุม EWMA และ แผนภูมิควบคุม EWMA-CUSUM โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงปกติ พบว่าแผนภูมิควบคุม HEWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลาง ในปี คศ. 2018 Abbas(Abbas, 2018) นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกัน (Homogeneously Weighted Moving Average: HWMA) แผนภูมิควบคุมนี้จะให้น้ำหนักกับข้อมูลในอดีตเท่ากันจะแตกต่างกัน แผนภูมิควบคุม EWMA ที่ให้น้ำหนักกับข้อมูลในอดีตแบบลดหลั่น อีกทั้งยังนำแผนภูมิควบคุม HWMA ไปเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม CUSUM EWMA และ แผนภูมิควบคุมผสม EWMA-CUSUM โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา และที่พบว่าแผนภูมิควบคุม HWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลาง ในปี คศ. 2020 Abid et al.(2020) ได้เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (Double HWMA: DHWMA) และล่าสุด Riaz et al.(2021) พัฒนาแผนภูมิควบคุม HWMA โดยมีการซ้ำสามครั้งและให้ชื่อว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสามครั้ง(Triple HWMA: THWMA) การซ้ำสองและสามครั้งของแผนภูมิควบคุมจะช่วยให้แผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลางได้ดี Riaz et al.(2021)ได้นำแผนภูมิควบคุม THWMA ไปเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม HWMA, DHWMA, EWMA และ Double EWMA โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา การแจกแจงแบบที่ และการแจกแจงโลจิสติก พบว่าแผนภูมิควบคุม THWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลาง และในปี คศ. 2021 Alevizakos et al.(2021) นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง (Double Modified EWMA: DMEWMA) โดยแผนภูมิควบคุมนี้ถูกพัฒนามากจากแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุง(Modified EWMA:

MEWMA) แผนภูมิควบคุมMEWMA มีความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการขนาดเล็กถึงปานกลางได้ตามความสามารถของแผนภูมิควบคุม EWMA อีกทั้งยังสามารถตรวจจับหากกระบวนการเกิดอัตตสัมพันธ์ในตัวเองได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมEWMA และเมื่อนำแผนภูมิควบคุม MEWMA ไปทำซ้ำสองครั้งจะยิ่งทำให้แผนภูมิควบคุมสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลางได้ดียิ่งขึ้น Alevizakos et al.(2021) ได้นำแผนภูมิควบคุม DMEWMA ไปเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม MEWMA โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ พบว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA มีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลาง

จากการทบทวนวรรณกรรมข้างต้นพบว่าแผนภูมิควบคุม HEWMA, THWMA และ แผนภูมิควบคุม DMEWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลางได้ดี อีกทั้งยังมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงแม้ว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบเบ้ ดังนั้นผู้วิจัยสนใจที่จะนำแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิ มาเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพโดยกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์ เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพจะใช้ค่า ARL_1 เมื่อกำหนดให้ค่าความยาวรันเฉลี่ย เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมเท่ากับ 370 ($ARL_0 = 370$) โดยแผนภูมิที่ให้ค่า ARL_1 น้อยที่สุดคือแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด

2. ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. แผนภูมิควบคุม (Control chart)

1.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังไฮบริดจ์ (HEWMA) Haq (2013) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุม HEWMA โดยพัฒนามาจากการถ่วงน้ำหนักของค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA ซ้ำ 2 ครั้งและในปี ค.ศ. 2017 Haq ได้แก้ไขความแปรปรวนของแผนภูมิควบคุม HEWMA ให้ถูกต้องจากเดิมทำให้ได้ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิใหม่ โดยสถิติของแผนภูมิ HEWMA

$$HE_i = \lambda_{1H} E_i + (1 - \lambda_{1H}) HE_{i-1} \quad (1)$$

$$E_i = \lambda_{2H} X_i + (1 - \lambda_{2H}) E_{i-1}; i = 1, 2, \dots$$

เมื่อ HE_i คือ ตัวสถิติ HEWMA ลำดับที่ i

E_i คือ ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง ลำดับที่ i

X_i คือ ค่าสังเกตของกระบวนการลำดับที่ i

$\lambda_{1H}, \lambda_{2H}: 0 < \lambda_{1H}, \lambda_{2H} \leq 1$ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบสำหรับคำนวณสถิติของแผนภูมิควบคุม

HEWMA

โดยที่ $\lambda_{1H} \neq \lambda_{2H}$ กำหนดค่าสถิติเริ่มต้น $HE_0 = E_0 = \mu_0$ เป็นค่าเฉลี่ยของค่าสถิติของกระบวนการเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ HE_i คือ $E(HE_i) = \mu_0$ และ

$$Var(HE_i) = \left(\frac{\lambda_{1H}\lambda_{2H}}{\lambda_{1H} - \lambda_{2H}} \right)^2 \left[\frac{(1-\lambda_{2H})^2(1-(1-\lambda_{2H})^{2i})}{1-(1-\lambda_{2H})^2} + \frac{(1-\lambda_{1H})^2(1-(1-\lambda_{1H})^{2i})}{1-(1-\lambda_{1H})^2} - \frac{2(1-\lambda_{1H})(1-\lambda_{2H})(1-(1-\lambda_{1H})^i)(1-\lambda_{2H})^i}{1-(1-\lambda_{1H})(1-\lambda_{2H})} \right] \sigma^2 \quad (2)$$

ดังนั้น ขีดจำกัดควบคุมบน และ ล่าง ของแผนภูมิควบคุม HEWMA คือ

$$UCL / LCL = \mu_0 \pm L_1 \sqrt{Var(HE_i)}$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL = \mu_0$

โดยที่ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสถิติของกระบวนการ $\lambda_{1H}, \lambda_{2H}$ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda_{1H}, \lambda_{2H} \leq 1$) σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ L_1 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0 = 370$

1.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสามครั้ง (Triple Homogeneously Weighted Moving Average: THWMA)

Riaz et al. (2021) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุม THWMA พัฒนามาจากแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (DHWMA) โดยเพิ่มการทำซ้ำ เพิ่มขึ้นอีก 1 ครั้งทำให้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงกระบวนการขนาดเล็กได้เร็วยิ่งขึ้น สถิติของแผนภูมิควบคุม THWMA คือ

$$TH_i = \lambda^3 X_i + \lambda(1-\lambda^2) \bar{X}_{i-1} + (1-\lambda) \bar{X}_{i-1} \quad (3)$$

เมื่อ TH_i คือ ตัวสถิติ THWMA ลำดับที่ i

X_i คือ ค่าสังเกตลำดับที่ i $\bar{X}_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{X_j}{i-1}; i = 1, 2, 3, \dots$

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda \leq 1$)

กำหนดตัวสถิติเริ่มต้น $\bar{X}_{i-1} = \mu_0 =$ ค่าเฉลี่ยของค่าสถิติกระบวนการ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของ TH_i คือ $E(TH_i) = \mu_0$ และ

$$Var(TH_i) = \left[\lambda^6 + \frac{(1-\lambda^3)^2}{(i-1)} \right] \sigma^2$$

ดังนั้น ขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และ ล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม THWMA คือ

$$i = 1, \quad UCL / LCL = \mu_0 \pm L_2 \sigma \lambda^3 \quad (4)$$

$$i > 1, \quad UCL / LCL = \mu_0 \pm L_2 \sqrt{Var(TH_i)}$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL = \mu_0$

โดยที่ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสถิติของกระบวนการ σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสถิติของกระบวนการ L_2 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมหรือค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม THWMA ที่สอดคล้องกับค่า ARL_0 เท่ากับ 370

1.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุ้งสองชั้น (Double-modified Exponentially Weighted Moving Average: DMEWMA) Alevizakos et al. (2021) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุม Double-modified EWMA โดยแผนภูมินี้ได้นำแนวคิดของการปรับให้เรียบมาใช้กับแผนภูมิควบคุม Modified EWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าเดิมและเมื่อกำหนด $k = -\frac{\lambda}{2}$ และ $k = -\frac{\lambda}{4}$ จะทำให้แผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพ โดยสถิติของแผนภูมิ DMEWMA คือ

$$DM_i = \lambda X_i + (1-\lambda) DM_{i-1} + k(M_i - M_{i-1}) \quad (5)$$

$$M_i = \lambda X_i + (1-\lambda) M_{i-1} + k(X_i - X_{i-1})$$

งานวิจัยนี้กำหนดค่า k เป็น 2 กรณี คือ $k = -\frac{\lambda}{2}$

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ DMEWMA1 และ $k = -\frac{\lambda}{4}$

เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ DMEWMA2

เมื่อ DM_i คือ ตัวสถิติ DMEWMA ลำดับที่ i

X_i คือ ค่าสังเกตของกระบวนการ ลำดับที่ i

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda \leq 1$)

ตัวสถิติเริ่มต้น $X_0 = M_0 = DM_0 = \mu_0 =$ ค่าเฉลี่ยของค่าสถิติของกระบวนการ

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ DM_i คือ $E(DM_i) = \mu_0$ และ

$$Var(DM_i) = \left[(k+\lambda)^4 + 4k^2(k+\lambda)^2(k+\lambda-1)^2 + \frac{4k^2(k+\lambda-1)^2(k+\lambda)^2}{1-\theta} - \frac{4k^2(k+\lambda-1)^2(k+\lambda)(1-\lambda)}{(1-\theta)^2} + \lambda^4(k+\lambda-1)^4 \frac{1+\theta}{(1-\theta)^2} \right] \sigma^2$$

ดังนั้น ขีดจำกัดควบคุมบน และ ล่าง ของแผนภูมิควบคุม MDEWMA คือ

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง } UCL / LCL = \mu_0 \pm L_3 \sqrt{Var(DM_t)}$$

เส้นกลาง (Central line: CL) $CL = \mu_0$ (6)

โดยที่ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสถิติของกระบวนการ σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสถิติของกระบวนการ $\theta = (1-\lambda)^2 < 1$ L_3 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมหรือค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DMEWMA ที่สอดคล้องกับค่า ARL_0 เท่ากับ 370

2. การแจกแจงแบบแกมมาทั่วไปสามพารามิเตอร์

การแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์สามารถนำไปใช้แทนข้อมูลที่มีความเบ้ได้หลากหลายและการแจกแจงนี้ยังมีความเกี่ยวข้องกับการกับแจกแจงแบบต่อเนื่องอีกหลายการแจกแจง ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของการแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์ (Lakshmi & Vaidyanathan, 2016) คือ

$$f(x; \alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} (x-\gamma)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)}; \alpha, \beta > 0; x > \gamma$$

$$E(X) = \gamma + \alpha\beta$$

$$Var(X) = \alpha\beta^2$$

เมื่อ α คือ พารามิเตอร์บ่งรูปร่าง β คือ พารามิเตอร์บ่งขนาด และ γ คือ พารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง ใช้สัญลักษณ์ $\Gamma(\alpha, \beta, \gamma)$

3. เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL) คือ จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ตกอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่กระบวนการส่งสัญญาณออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกโดยค่า ARL แบ่งออกเป็น 2 สถานะคือ

3.1 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย ARL_0

$$ARL_0 = \frac{1}{\theta}$$

เมื่อ θ คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่พบว่า

กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง ARL_0 ควรมีค่ามาก ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ $ARL_0 = 370$

3.2 เมื่อกระบวนการไม่อยู่ในการควบคุม (out-of-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย ARL_1

$$ARL_1 = \frac{1}{1-\omega}$$

เมื่อ ω คือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 หมายถึงค่าความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการอยู่ในขีดจำกัดควบคุมเมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง ค่า ARL_1 ควรมีค่าน้อยเมื่อกระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม หรือกล่าวได้ว่าแผนภูมิควบคุมจะส่งสัญญาณเตือนบ่อยครั้งเมื่อกระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม

3.3 สำหรับการหาค่า ARL โดยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) สามารถหาได้ดังนี้

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^M RL_t}{M}$$

โดยที่ M คือ จำนวนรอบของการทำซ้ำของการจำลอง

RL_t คือ ค่าความยาววิ่ง เป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบก่อนที่จะพบว่ากระบวนการออกนอกการควบคุมในการจำลองครั้งที่ t

3. วิธีการดำเนินงานวิจัย

ผู้วิจัยทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมสำหรับตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์บ่งรูปร่าง (shape parameter : α) ของกระบวนการ ระหว่างแผนภูมิควบคุม HEWMA แผนภูมิควบคุม THWMA และแผนภูมิควบคุม DMEWMA ภายใต้การแจกแจงแกมมาสามพารามิเตอร์ ซึ่งผู้วิจัยจะใช้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพของการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมครั้งนี้ คือค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม (ARL_1) ซึ่งถ้าแผนภูมิควบคุมใดที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดจะมีประสิทธิภาพมากกว่าแผนภูมิควบคุมอื่นๆ ภายใต้ ARL_0 มีค่าเท่ากับ 370 โดยวิจัยครั้งนี้จำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังต่อไปนี้

3.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด

3.1.1 ค่าพารามิเตอร์ในการทำให้เรียบสำหรับแผนภูมิควบคุม HEWMA(λ_H) เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ค่าพารามิเตอร์ในการทำให้เรียบสำหรับแผนภูมิควบคุม HEWMA(λ_H) เท่ากับ 0.10, 0.30 และ 0.50

3.1.2 ค่าพารามิเตอร์ในการทำให้เรียบสำหรับแผนภูมิควบคุม THWMA(λ) เท่ากับ 0.03, 0.07, 0.09, 0.10, 0.20 และ 0.50

3.1.3 ค่าพารามิเตอร์ในการทำให้เรียบสำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA(λ) เท่ากับ 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.20 และ 0.50

3.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ชนิด

3.2.1 กรณีกระบวนการอยู่ในการควบคุมจะสร้างข้อมูลให้มีการแจกแจงแกมมาในงานวิจัยนี้จะใช้สัญลักษณ์ $G(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$ โดยมีการกำหนดพารามิเตอร์ α_0, β_0 และ γ_0 ดังนี้ $G(1,1,1)$, $G(2,1,1)$, $G(1,2,1)$, $G(1,2,2)$, และ $G(2,1,2)$ กำหนดจำนวนรอบทำซ้ำเท่ากับ 10,000 ภายใต้มันค่าเท่ากับ 370

3.2.2 กรณีที่กระบวนการอยู่นอกการควบคุมสร้างข้อมูลให้มีการแจกแจง $G(\alpha_1, \beta_0, \gamma_0)$ เมื่อ กำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ $\alpha_1 = \alpha_0 + \delta$ เมื่อ δ เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.09, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 1.50, 2.00 และ 2.50 จำนวนรอบทำซ้ำ (M) เท่ากับ 10,000 ภายใต้มันค่า ARL_0 มีค่าเท่ากับ 370

3.3 นำข้อมูลที่ได้จากการจำลองในข้อ 2 มาคำนวณค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA และ DMEWMA ดังนี้

3.3.1 คำนวณค่าสถิติ HE_i และ E_i ของแผนภูมิควบคุม HEWMA ดังสมการที่ (1) โดยใช้ค่า λ_{1H} และ λ_{2H} ที่กำหนดไว้ในข้อ 3.1.1

3.3.2 คำนวณค่าสถิติ TH_i ของแผนภูมิควบคุม THWMA ดังสมการที่ (3) โดยใช้ค่า λ ที่กำหนดไว้ในข้อ 3.1.2

3.3.3 คำนวณค่าสถิติ DM_i ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA ดังสมการที่ (5) โดยใช้ค่า λ ที่กำหนดไว้ในข้อ 3.1.3

3.4 คำนวณขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA และ DMEWMA ดังสมการที่ (2), (4) และ (6) ตามลำดับ

3.5 นำค่าสถิติที่คำนวณได้ของทั้ง 3 แผนภูมิในข้อ 3 มาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิที่ได้ในข้อ 4

เพื่อหาจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกซึ่งเรียกว่า ค่าความยาววิ่ง (RL_t)

3.6 ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 1 ถึง 5 จนครบ 10,000 รอบ

3.7 คำนวณค่า ARL แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

3.7.1 กรณีที่กระบวนการผลิตอยู่ในการควบคุม (in-control process)

3.7.1.1 นำค่า RL_t ที่ได้จากข้อที่ 6 มาหาค่า ARL_0 ดังนี้

$$ARL_0 = \frac{\sum_{t=1}^M RL_t}{10,000}$$

โดยที่ RL_t คือ ค่าความยาววิ่งเป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองข้อมูลครั้งที่ t ; $t=1,2,\dots,10,000$ หากได้ค่า ARL_0 มีค่าเท่ากับ 370 จะทำการเก็บค่า L และคำนวณขีดจำกัดควบคุม

3.7.2 เมื่อกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม (out-control process)

3.7.2.1 นำค่า RL_t ที่ได้จากข้อที่ 6 มาหาค่า ARL_1 (โดยข้อ 5 จะนำค่าสถิติที่ได้มาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุม ที่ได้จาก ARL_0 มีค่าเท่ากับ 370)

$$ARL_1 = \frac{\sum_{t=1}^M RL_t}{10,000}$$

โดยที่ RL_t คือ ค่าความยาววิ่งเป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองข้อมูลครั้งที่ t ; $t=1,2,\dots,10,000$

3.8 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจากค่าความยาววิ่งเฉลี่ยที่หามาได้ในข้อ 3.7.2 กรณีเมื่อกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม โดยแผนภูมิที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดจะเป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ตารางที่ 1 ค่าความยาวคลื่นเฉลี่ยของแผนภูมิควมคม HEWMA

Distribution	Lampda1	Lampda2	L	Shift (δ)											
				0.01	0.03	0.05	0.07	0.09	0.10	0.30	0.50	0.70	1.50	2.00	2.50
G(1,1,1)	0.05	0.10	5.10	366.014	342.138	335.311	298.701	277.794	255.879	108.029	59.574	41.458	19.51	15.003	12.376
		0.30	11.70	363.047	350.5073	343.318	336.464	316.673	319.562	189.910	98.566	55.523	15.644	10.902	8.135
		0.50	17.90	368.796	354.600	353.504	339.170	329.524	323.590	233.836	142.808	93.008	23.400	13.000	9.542
	0.08	0.10	4.22	359.031	342.630	317.672	294.685	269.810	268.596	108.221	57.713	41.118	18.988	14.534	11.938
		0.30	9.20	362.122	352.5064	347.018	321.351	306.657	308.348	174.594	95.668	56.490	15.188	10.483	8.148
		0.50	13.85	363.202	359.072	350.106	344.664	343.844	333.452	225.422	140.890	88.596	22.5050	13.078	8.920
G(1,2,1)	0.05	0.10	5.01	361.388	325.194	316.300	292.781	262.136	262.717	106.886	62.733	45.714	22.678	34.763	14.444
		0.30	11.65	363.596	351.880	338.493	332.294	312.640	305.505	189.958	100.949	58.138	16.662	74.146	8.838
		0.50	17.91	365.506	353.768	349.260	340.7092	338.950	323.106	237.560	154.022	92.074	22.220	18.261	9.416
	0.08	0.10	4.20	362.606	341.321	315.745	308.744	278.498	257.839	112.898	63.946	45.365	22.398	34.147	14.431
		0.30	9.20	368.453	357.112	341.736	331.458	316.639	312.987	191.857	99.261	56.529	15.996	71.183	8.873
		0.50	14.13	364.838	361.844	353.336	352.964	338.550	244.676	152.250	99.532	23.458	20.1034	12.854	8.888
G(1,2,2)	0.05	0.10	8.90	366.083	345.234	322.5085	294.120	287.501	272.034	119.928	68.360	49.265	25.784	20.2050	16.626
		0.30	14.95	369.168	366.771	344.503	332.250	311.841	311.868	184.664	99.706	56.280	17.612	12.246	9.596
		0.50	17.80	368.168	362.190	352.5068	332.484	330.936	314.998	228.702	147.024	93.352	22.194	13.018	9.622
	0.08	0.10	7.43	358.414	337.943	323.979	300.7054	278.367	263.229	109.877	66.696	49.079	25.170	19.926	16.537
		0.30	11.85	369.326	350.074	331.854	333.195	312.5075	316.104	183.448	100.912	57.035	16.649	11.906	9.113
		0.50	14.07	366.186	362.498	358.420	357.892	345.380	343.206	242.968	168.074	101.146	21.706	13.278	9.462
G(2,1,1)	0.05	0.10	3.30	366.482	350.2019	326.131	306.531	300.393	281.661	159.106	91.102	65.323	33.569	26.425	22.424
		0.30	7.36	360.909	356.712	352.058	337.541	333.602	321.674	222.728	141.668	90.951	25.142	17.127	12.884
		0.50	15.60	365.980	358.448	355.508	348.218	339.452	335.534	255.526	181.5064	131.152	36.164	19.572	13.258
	0.08	0.10	2.70	361.754	341.262	318.706	304.801	284.230	278.975	149.796	86.117	63.210	32.845	26.145	21.803
		0.30	5.80	369.430	360.913	349.988	344.817	330.101	329.392	225.087	137.921	24.685	16.213	12.478	8.082
		0.50	12.30	369.894	364.244	360.488	355.764	347.694	344.156	267.376	186.874	147.192	34.572	20.2094	13.032
G(2,1,2)	0.05	0.10	3.31	366.809	352.060	335.852	328.913	307.287	294.638	161.135	96.994	41.428	37.203	30.070	25.426
		0.30	7.30	360.351	347.573	344.008	335.183	325.558	319.821	218.176	133.810	27.681	26.298	18.080	13.696
		0.50	15.63	365.740	361.882	351.978	348.392	339.480	337.308	280.976	179.812	135.856	36.754	20.7038	13.948
	0.08	0.10	2.73	369.397	352.430	336.923	322.332	297.693	285.564	154.944	92.314	66.358	36.648	29.469	24.741
		0.30	5.78	369.849	362.737	346.482	342.219	323.706	321.133	223.893	142.765	28.863	25.618	17.398	13.446
		0.50	12.20	369.422	365.698	362.390	359.352	337.666	330.1084	284.540	191.954	122.5076	34.892	19.934	13.502

ตารางที่ 2 ค่าความยาวคลื่นเฉลี่ยของแผนภูมิควมคม THWMA

Distribution	Lampda	L	Shift (δ)											
			0.01	0.03	0.05	0.07	0.09	0.10	0.30	0.50	0.70	1.50	2.00	2.50
G(1,1,1)	0.03	2.16	366.502	337.130	310.652	259.298	214.854	210.1058	37.646	18.330	9.676	3.602	2.712	2.326
	0.07	2.41	359.636	336.318	300.628	245.982	214.936	203.986	36.772	16.838	9.430	3.590	2.692	2.346
	0.09	2.503	360.5094	312.080	278.628	255.160	214.748	205.970	36.054	15.590	9.774	3.276	2.640	2.350
	0.10	2.509	358.736	340.312	280.2078	260.2034	201.5040	185.820	39.982	15.632	9.172	3.556	2.624	2.278
	0.20	3.76	362.110	332.334	297.804	251.5030	212.188	190.890	35.442	17.164	9.500	3.476	2.5076	2.346
	0.50	6.45	365.054	362.794	352.938	336.908	298.520	293.610	124.238	38.790	15.302	3.070	2.342	2.118
G(1,2,1)	0.03	2.11	354.168	332.412	296.956	261.5022	218.266	77.792	39.070	14.504	9.676	3.538	2.634	2.254
	0.07	2.43	352.118	334.668	294.020	260.1022	223.454	86.268	38.420	15.368	9.872	3.578	2.770	2.366
	0.09	2.504	366.410	332.206	282.772	257.130	211.084	189.592	38.594	15.988	9.660	3.436	4.838	2.308
	0.10	2.61	359.690	323.698	289.760	253.382	212.142	180.106	41.212	16.942	9.846	3.672	4.904	2.316
	0.20	3.70	356.076	311.816	283.604	231.670	205.418	78.370	35.668	15.908	9.036	3.488	2.634	2.252
	0.50	6.40	360.450	341.954	326.114	323.648	292.338	215.116	105.162	32.948	15.196	3.326	2.420	2.140
G(1,2,2)	0.03	2.10	356.790	344.414	294.752	239.510	212.782	77.812	38.876	16.152	9.224	5.542	2.708	2.318
	0.07	2.48	355.754	349.480	305.172	268.594	228.198	79.664	37.572	17.466	10.102	6.038	2.672	2.332
	0.09	2.506	367.138	323.204	312.934	256.784	228.638	213.256	35.822	15.996	9.160	3.342	2.5084	2.312
	0.10	2.506	368.474	328.190	286.610	266.174	222.288	193.712	34.912	16.326	8.842	3.352	2.646	2.276
	0.20	3.74	350.670	332.014	288.634	232.690	207.246	80.394	42.102	17.050	9.248	6.020	2.702	2.296
	0.50	6.30	365.486	349.796	334.626	303.328	295.720	184.582	99.212	32.674	14.710	3.246	2.316	2.090
G(2,1,1)	0.03	1.99	354.550	327.846	310.006	278.452	259.234	248.292	60.2044	26.700	13.386	4.868	3.434	2.670
	0.07	2.33	355.560	349.672	309.466	302.710	282.462	248.394	63.994	25.914	15.442	4.732	3.496	2.746
	0.09	2.502	362.426	354.416	317.964	287.024	266.872	254.124	66.464	28.570	15.186	5.022	3.648	2.772
	0.10	2.60	348.052	339.642	322.422	288.596	276.418	242.170	62.898	28.810	15.482	4.978	3.382	2.748
	0.20	3.68	364.554	342.338	306.966	305.154	258.878	239.828	60.830	28.492	17.034	4.714	3.564	2.814
	0.50	5.75	368.008	359.932	352.154	346.784	340.5062	326.042	154.554	61.080	26.190	4.454	2.944	2.374
G(2,1,2)	0.03	2.10	352.930	348.606	319.442	288.834	272.192	252.404	66.308	27.730	16.018	5.376	3.518	2.900
	0.07	2.35	361.030	344.362	319.378	303.912	261.002	256.960	62.5084	27.544	14.348	5.080	3.562	2.840
	0.09	2.504	362.730	344.926	324.794	297.876	276.740	254.462	64.712	26.406	16.126	4.694	3.474	2.838
	0.10	2.60	365.494	339.818	326.924	293.290	269.086	266.130	69.892	27.086	16.008	4.886	3.568	2.670
	0.20	3.69	362.016	351.022	311.626	306.794	267.610	241.106	68.316	28.062	13.968	4.978	3.562	2.918
	0.50	5.70	367.990	359.234	346.970	320.488	316.978	314.628	145.516	59.924	24.072	4.830	2.924	2.432

ตารางที่ 3 ค่าความยาววันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA1

Distribusi	Lampda	L	Shift (δ)											
			0.01	0.03	0.05	0.07	0.09	0.10	0.30	0.50	0.70	1.50	2.00	2.50
G(1,1,1)	0.03	0.99	358.774	333.474	296.966	269.698	243.624	233.346	137.942	108.652	94.106	67.592	58.770	52.646
	0.05	10.48	359.156	313.798	292.642	263.080	237.214	225.036	101.5060	74.792	62.5038	42.802	37.130	33.156
	0.07	2.01	369.356	331.5096	305.108	273.390	238.628	228.956	89.990	59.678	48.484	32.102	27.702	24.648
	0.09	2.19	353.522	314.920	306.124	274.750	243.478	231.5030	86.244	52.5032	41.162	25.840	22.480	19.814
	0.20	7.2	367.902	353.894	307.248	293.856	276.766	264.120	104.876	51.758	31.468	14.416	11.904	10.614
	0.50	3.93	365.206	351.064	337.496	313.268	309.516	308.864	169.358	86.450	48.046	11.828	8.050	6.196
G(1,2,1)	0.03	1.05	362.106	317.108	284.316	260.708	241.068	227.310	127.272	100.610	85.978	72.716	59.644	46.488
	0.05	1.71	345.088	320.970	308.896	259.202	237.134	231.446	98.164	68.736	57.222	38.592	32.950	29.670
	0.07	2.00	349.508	324.898	284.282	265.898	241.380	230.628	87.606	56.810	44.378	35.390	29.034	22.330
	0.09	2.25	359.110	344.750	306.412	276.208	264.462	238.046	81.622	50.7094	38.224	23.848	29.282	17.994
	0.20	2.93	355.078	329.448	326.042	301.722	279.498	269.164	103.814	47.014	30.2010	13.752	11.016	9.742
	0.50	3.93	364.332	349.002	337.712	329.336	313.256	300.5042	177.572	88.760	46.516	11.418	7.646	6.156
G(1,2,2)	0.03	0.98	350.942	316.382	293.892	269.922	240.1018	235.204	135.514	109.566	93.904	67.672	59.024	52.638
	0.05	1.66	345.118	331.690	297.202	268.144	244.908	222.148	102.120	74.038	62.152	42.758	37.188	33.324
	0.07	2.00	359.210	318.660	306.724	276.626	252.144	225.340	92.930	59.850	47.978	32.064	27.876	24.638
	0.09	2.20	352.128	328.878	290.090	285.748	252.5066	223.322	85.504	53.326	41.148	20.954	22.278	19.972
	0.20	2.93	351.624	343.620	305.440	297.374	273.818	266.954	106.166	49.964	30.992	14.610	11.902	10.5054
	0.50	3.95	368.398	356.220	333.126	332.972	328.752	317.248	176.110	92.804	48.134	12.834	7.964	6.342
G(2,1,1)	0.03	0.97	359.998	331.854	319.690	294.556	271.452	264.342	160.322	128.040	111.878	80.688	71.056	63.760
	0.05	1.63	355.996	335.030	311.044	285.842	268.712	265.222	130.400	92.304	74.768	51.292	44.890	40.428
	0.07	1.99	366.424	339.668	318.390	293.094	287.278	271.090	123.466	81.358	61.310	38.840	33.566	30.2010
	0.09	2.14	358.168	339.154	318.016	293.586	273.486	263.914	121.008	68.796	52.658	31.024	27.134	24.056
	0.20	2.75	354.346	344.152	326.414	310.2094	309.762	276.830	140.7024	75.110	43.134	18.656	14.646	12.874
	0.50	3.65	368.262	360.1024	355.832	346.480	344.478	335.292	220.468	135.106	83.634	19.552	12.020	8.620
G(2,1,2)	0.03	0.96	362.806	345.314	327.896	303.726	288.208	267.410	175.188	139.274	120.898	90.058	79.690	71.782
	0.05	1.63	351.946	334.804	334.094	292.5976	264.322	261.164	139.124	96.496	81.318	56.834	45.338	32.434
	0.07	1.96	352.168	344.252	326.234	303.796	279.624	268.962	127.230	81.678	63.960	42.5092	37.084	33.458
	0.09	2.18	364.802	346.056	326.200	312.708	277.138	263.602	127.970	75.238	56.934	34.600	30.022	26.798
	0.20	2.80	356.438	346.176	337.762	314.848	300.1074	291.328	152.000	80.610	48.694	20.068	13.932	9.728
	0.50	3.62	367.846	362.330	358.010	344.362	322.474	317.344	212.462	138.648	80.912	11.760	8.686	5.082

ตารางที่ 4 ค่าความยาววันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม DMEWMA2

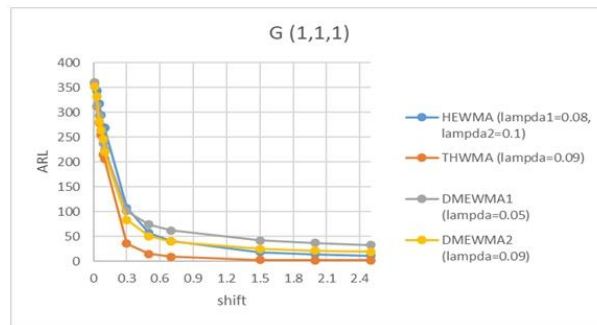
Distribution	Lampda	L	Shift (δ)											
			0.01	0.03	0.05	0.07	0.09	0.10	0.30	0.50	0.70	1.50	2.00	2.50
G(1,1,1)	0.03	0.97	352.456	321.002	296.824	259.404	235.640	228.430	135.670	108.510	94.318	66.580	58.424	52.158
	0.05	1.64	344.080	327.990	295.376	265.188	235.618	221.602	100.472	74.414	61.5010	42.040	36.932	32.826
	0.07	2.01	367.142	337.902	298.194	268.974	246.826	222.090	91.152	59.170	47.180	31.5050	27.450	24.184
	0.09	2.2	352.016	332.102	282.168	264.180	246.668	220.2078	83.518	51.358	39.974	25.572	21.782	19.456
	0.20	3.01	351.974	338.960	322.946	299.78	274.798	252.792	108.514	49.216	31.502	14.250	11.5012	10.1074
	0.50	4.723	368.316	355.566	341.870	333.742	324.534	320.1052	216.336	120.5018	71.018	17.458	10.486	7.664
G(1,1,2)	0.03	0.98	346.528	316.648	273.086	261.664	228.944	223.186	126.958	99.016	84.834	71.5090	59.076	45.936
	0.05	1.61	344.936	315.832	292.924	245.062	217.914	208.930	93.136	68.212	55.990	37.598	32.5070	28.966
	0.07	2.02	363.526	319.492	302.758	261.026	239.976	223.082	85.606	56.792	43.876	35.256	28.188	21.5038
	0.09	2.25	350.060	327.586	313.576	268.586	233.948	233.028	82.5020	50.022	37.922	23.184	29.054	17.342
	0.20	2.98	350.050	344.428	306.414	291.044	268.538	249.658	96.924	45.984	38.690	13.330	10.7046	9.302
	0.50	4.80	366.348	360.686	350.1046	349.986	348.496	335.898	220.928	130.412	76.888	17.992	11.046	7.686
G(1,2,1)	0.03	0.98	360.472	318.224	295.296	272.432	244.458	229.500	135.560	108.906	93.862	67.448	58.182	52.198
	0.05	1.65	350.2040	316.660	292.696	259.580	226.508	222.602	104.472	74.106	61.708	42.348	36.718	32.668
	0.07	2.00	353.634	310.804	302.138	274.062	239.560	229.152	92.5070	59.778	47.322	31.786	27.058	24.264
	0.09	2.22	346.206	330.5056	305.384	272.498	244.288	231.432	86.338	53.028	40.456	25.802	21.962	19.594
	0.20	2.98	359.840	327.626	312.864	294.000	274.282	261.762	97.404	50.086	30.2092	14.162	11.692	10.1020
	0.50	4.78	361.252	353.224	352.160	347.858	343.540	330.364	211.366	136.158	81.222	17.430	10.702	7.592
G(1,2,2)	0.03	1.01	366.018	334.450	318.082	305.388	279.136	267.548	161.938	129.370	110.454	80.1092	70.620	63.356
	0.05	1.65	356.274	348.038	323.922	306.992	271.644	268.590	128.594	92.054	75.362	50.890	44.398	39.810
	0.07	2.01	355.984	346.782	327.824	299.874	283.334	257.946	124.640	79.256	60.5096	38.408	33.114	29.570
	0.09	2.20	357.562	333.292	327.728	317.236	277.682	271.076	123.498	71.5098	53.424	31.234	26.772	23.884
	0.20	2.90	365.662	340.802	340.5078	312.826	309.294	306.198	150.986	76.626	47.038	18.720	14.752	12.480
	0.50	4.20	363.510	351.434	347.930	346.602	331.190	322.936	240.808	170.468	107.120	26.112	15.888	11.068
G(2,1,1)	0.03	0.94	357.536	340.902	320.006	301.122	283.934	270.686	170.7062	136.270	121.242	89.444	79.022	71.754
	0.05	1.63	357.432	331.728	318.020	291.054	279.502	266.708	135.146	96.444	80.1038	56.200	44.706	32.016
	0.07	1.94	351.976	337.396	316.780	290.338	271.220	260.972	126.524	83.816	64.368	42.184	36.386	32.768
	0.09	2.19	367.128	344.840	334.934	299.812	292.800	275.338	127.300	74.608	55.538	34.006	29.186	26.330
	0.20	2.87	347.800	339.154	321.5014	291.740	280.206	272.836	139.210	73.198	44.698	19.702	13.610	11.610
	0.50	4.25	369.222	364.230	361.5024	354.712	352.064	336.224	249.524	178.918	113.656	26.498	16.346	10.944

จากตารางที่ 1 แสดงค่าความยาววันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม HEWMA เมื่อพิจารณาการแจกแจง G(1,1,1) พบว่าภายใต้การเปลี่ยนแปลง(δ)ขนาด 0.01 ถึง 0.09 ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดเมื่อกำหนด λ_{1H} เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ส่วน λ_{2H} เท่ากับ 0.10 และ 0.30 ภายใต้การเปลี่ยนแปลง(δ)ขนาด 0.10 ถึง 0.70 ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุด เมื่อกำหนด λ_{1H} เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ส่วน λ_{2H} เท่ากับ 0.10 ภายใต้การเปลี่ยนแปลง(δ)ขนาด 1.50 ถึง 2.50 ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดเมื่อกำหนด λ_{1H} เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ส่วน λ_{2H} เท่ากับ 0.30 พิจารณาการแจกแจง G(1,2,1) พบว่าภายใต้การ

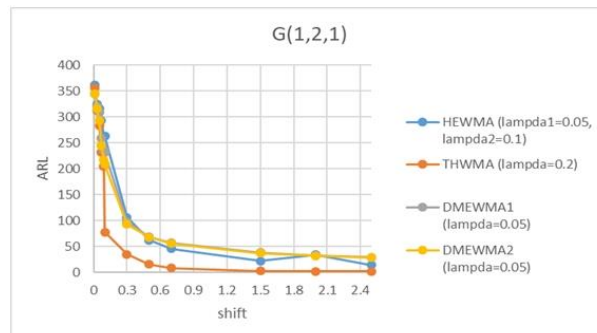
เปลี่ยนแปลง(δ)ขนาด 0.01 ถึง 0.09 ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดเมื่อกำหนด λ_{1H} เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ส่วน λ_{2H} เท่ากับ 0.10 ภายใต้การเปลี่ยนแปลง(δ)ขนาด 0.10 ถึง 0.70 ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดเมื่อกำหนด λ_{1H} เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ส่วน λ_{2H} เท่ากับ 0.10 และ 0.50, ภายใต้การเปลี่ยนแปลง(δ)ขนาด 1.50 ถึง 2.50 ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดเมื่อกำหนด λ_{1H} เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ส่วน λ_{2H} เท่ากับ 0.30 และ 0.50 พิจารณาการแจกแจง G(1,2,2) พบว่าภายใต้การเปลี่ยนแปลง(δ)ขนาด 0.01 ถึง 0.09 ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดเมื่อกำหนด λ_{1H} เท่ากับ 0.05 และ 0.08 ส่วน λ_{2H} เท่ากับ 0.10, ภายใต้

0.10 ถึง 0.70 ค่า λ ที่ทำให้ได้ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.03 ถึง 0.09 และภายใต้การเปลี่ยนแปลง (δ) ขนาด 1.50 ถึง 2.50 ค่า λ ที่ทำให้ได้ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดมีค่าเท่ากับ 0.50 พิจารณาการแจกแจง $G(2,1,1)$ พบว่าภายใต้การเปลี่ยนแปลง (δ) ขนาด 0.01 ถึง 0.09 ค่า λ ที่ทำให้ ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.03, 0.10 และ 0.20 ภายใต้การเปลี่ยนแปลง (δ) ขนาด 0.10 ถึง 0.70 ค่า λ ที่ทำให้ได้ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดจะมีค่า 0.03, 0.07 และ 0.20 และภายใต้การเปลี่ยนแปลง (δ) ขนาด 1.50 ถึง 2.50 ค่า λ ที่ทำให้ได้ค่า ARL_1 ต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 0.50 และพิจารณาการแจกแจง $G(2,1,2)$ พบว่าภายใต้การเปลี่ยนแปลง (δ) ขนาด 0.01 ถึง 0.09 ค่า λ ที่ทำให้ ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดจะมีค่า 0.03, 0.07, 0.10 และ 0.20 ภายใต้การเปลี่ยนแปลง (δ) ตั้งแต่ 0.10 ถึง 0.70 ค่า λ ที่ทำให้ได้ค่า ARL_1 มีค่าน้อยที่สุดจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0.07, 0.09 และ 0.20 และภายใต้การเปลี่ยนแปลง (δ) ตั้งแต่ 1.50 ถึง 2.50 ค่า λ ที่ทำให้ได้ค่า ARL_1 ต่ำสุดมีค่าเท่ากับ 0.09 และ 0.50

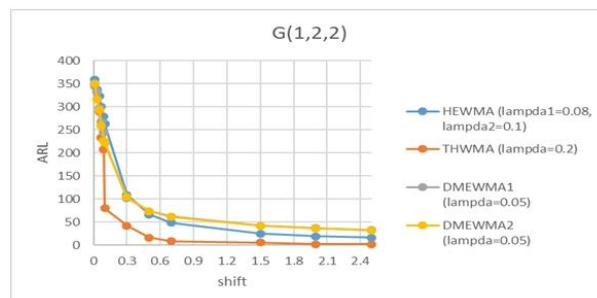
9



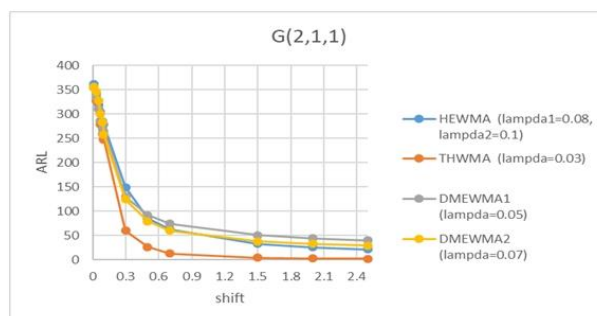
รูปที่ 1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA DMEWMA1 และDMEWMA2 สำหรับ G(1,1,1)



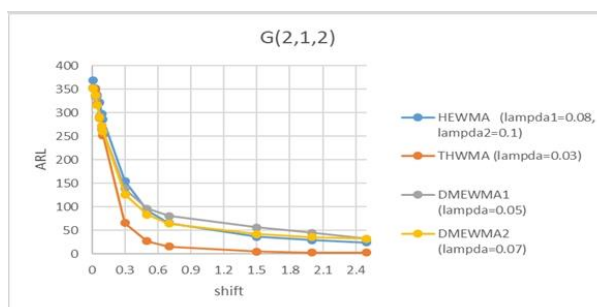
รูปที่ 2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA DMEWMA1 และDMEWMA2 สำหรับ G(1,2,1)



รูปที่ 3 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA DMEWMA1 และDMEWMA2 สำหรับ G(1,2,2)



รูปที่ 4 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA DMEWMA1 และDMEWMA2 สำหรับ G(2,1,1)



รูปที่ 5 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA DMEWMA1 และDMEWMA2 สำหรับ G(2,1,2)

แผนภูมิควบคุม DMEWMA1 ($\lambda = 0.05$) และ DMEWMA2 ($\lambda = 0.07$) ส่วนแผนภูมิควบคุม HEWMA ($\lambda_{1H} = 0.08, \lambda_{2H} = 0.10$) จะมีประสิทธิภาพดีกว่า DMEWMA1 ($\lambda = 0.05$) และ DMEWMA2 ($\lambda = 0.09$) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลง (δ) ตั้งแต่ 1.50 ขึ้นไป และจากรูปที่ 5. พิจารณาการแจกแจง $G(2,1,2)$ เมื่อนำแผนภูมิควบคุมที่ตรวจจับการเปลี่ยนแปลง (δ) พารามิเตอร์ขนาดเล็ก ($0.01 \leq \delta \leq 0.09$) ที่ดีที่สุดของแต่ละแผนภูมิมาเปรียบเทียบประสิทธิภาพพบว่า แผนภูมิควบคุม THWMA ($\lambda = 0.03$) มีประสิทธิภาพสูงสุดรองลงมาคือ แผนภูมิควบคุม DMEWMA1 ($\lambda = 0.05$) และ DMEWMA2 ($\lambda = 0.07$) ส่วนแผนภูมิควบคุม HEWMA ($\lambda_{1H} = 0.08, \lambda_{2H} = 0.10$) จะมีประสิทธิภาพดีกว่า DMEWMA1 ($\lambda = 0.05$) และ DMEWMA2 ($\lambda = 0.07$) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลง (δ) ตั้งแต่ 1.50 ขึ้นไป

4. สรุปผลการวิจัย

แผนภูมิควบคุม THWMA ที่กำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบระหว่าง 0.07 ถึง 0.20 ($0.07 \leq \lambda \leq 0.20$) จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดเล็กถึงปานกลาง ($0.01 \leq \delta \leq 0.70$) สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา 3 พารามิเตอร์ได้ดี แม้ว่าจะมีการกำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมโดยการปรับค่าพารามิเตอร์ 1 พารามิเตอร์ (พารามิเตอร์บ่งรูปร่างหรือพารามิเตอร์บ่งขนาด) และ 2 พารามิเตอร์ (พารามิเตอร์บ่งขนาดและพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง และ พารามิเตอร์บ่งรูปร่างและพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง)

แผนภูมิควบคุม DMEWMA1 และ DMEWMA2 ที่กำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบระหว่าง 0.05 ถึง 0.20 ($0.05 \leq \lambda \leq 0.20$) จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดเล็กถึงปานกลาง ($0.01 \leq \delta \leq 0.70$) สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา 3 พารามิเตอร์ได้ดี แม้ว่าจะมีการกำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมโดยการปรับค่าพารามิเตอร์ 1 พารามิเตอร์ (พารามิเตอร์บ่งรูปร่างหรือพารามิเตอร์บ่งขนาด) และ 2 พารามิเตอร์ (พารามิเตอร์บ่งขนาดและพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง และพารามิเตอร์บ่งรูปร่างและพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง)

แผนภูมิควบคุม THWMA DMEWMA1 DMEWMA2 และแผนภูมิควบคุม HEWMA เป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดเล็กถึงปานกลาง ($0.01 \leq \delta \leq 0.70$) ได้ดีถึงแม้ข้อมูลที่ใช้จะมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงแบบปกติ ในงานวิจัยนี้ใช้การแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์โดยที่จะมีการกำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมโดยการปรับค่าพารามิเตอร์ 1 พารามิเตอร์ (พารามิเตอร์บ่งรูปร่างหรือพารามิเตอร์บ่งขนาด) และ 2 พารามิเตอร์ (พารามิเตอร์บ่งขนาดและพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง และ พารามิเตอร์บ่งรูปร่างและพารามิเตอร์บ่งตำแหน่ง) และจากการนำแผนภูมิควบคุมที่ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดเล็ก ($0.01 \leq \delta \leq 0.09$) ทั้งสี่แผนภูมิมาเปรียบเทียบกันพบว่าแผนภูมิควบคุม THWMA มีการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดเล็ก ($0.01 \leq \delta \leq 0.09$) ได้ดีที่สุด ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากแผนภูมิชนิดนี้มีการปรับให้เรียบถึง 3 ครั้ง อีกทั้งการให้น้ำหนักกับข้อมูลในอดีตที่เท่ากันจะช่วยทำให้การตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ขนาดเล็กเร็วยิ่งขึ้น และเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม THWMA จะมีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับแผนภูมิควบคุม DMEWMA1 และ DMEWMA2 อย่างไรก็ตามหากมีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ ($\delta \geq 1.50$) แผนภูมิควบคุม HEWMA จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด

5. การประยุกต์กับข้อมูลจริง

การประยุกต์ข้อมูลอายุความล้มของลูกปืน (Lakshmi & Vaidyanathan, 2016) มีหน่วยเป็น ชั่วโมงโดยนำมาทดสอบด้วยสถิติแอนเดอร์สันพบว่า มีการแจกแจงแบบแกมมา 3 พารามิเตอร์ โดยมีค่าพารามิเตอร์บ่งรูปร่างเป็น 2.50 พารามิเตอร์บ่งขนาดเป็น 0.09 และพารามิเตอร์บ่งตำแหน่งเป็น 0.50 จะทำให้ได้ค่า L ของค่าสถิติแผนภูมิควบคุม HEWMA ($\lambda_{1H} = 0.05, \lambda_{2H} = 0.10$) เท่ากับ 5.25, THWMA ($\lambda = 0.50$) เท่ากับ 2.35, DMEWMA1 ($\lambda = 0.20$) เท่ากับ 2.71 และ DMEWMA2 ($\lambda = 0.20$) เท่ากับ 2.77 ซึ่งจะกำหนดให้เป็นค่าพารามิเตอร์เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ส่วนเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมจะกำหนดพารามิเตอร์บ่งรูปร่างเป็น 2.50 พารามิเตอร์บ่งขนาดเป็น 0.11 และพารามิเตอร์บ่งตำแหน่งเป็น 0.51

ตารางที่ 5 ค่าสถิติและขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุม HEWMA THWMA DMEWMA1 และDMEWMA2

i	X_i	HE_i $L = 5.25$	UCL (HE_i)	$DM_i(k = -\frac{\lambda}{4})$ $L = 2.71$ $UCL = 1.073$	$DM_i(k = -\frac{\lambda}{2})$ $L = 2.77$ $UCL = 1.072$	TH_i $L = 2.34$	UCL (TH_i)
1	0.449	1.007	1.007	1.049	1.047	1.244549763**	1.045
2	0.379	1.008	1.009	1.057	1.053	1.113	1.732
3	0.315	1.010	1.011	1.062	1.059	1.026	1.5031
4	0.613	1.015**	1.013	1.086**	1.073**	2.003	1.442
5	0.402	1.020	1.015	1.107	1.096	0.7024	1.389
6	0.2069	1.022	1.017	1.110	1.110	0.818	1.352
7	0.654	1.023	1.019	1.103	1.107	0.915	1.326
8	0.338	1.024	1.021	1.088	1.096	0.821	1.305
9	0.392	1.023	1.022	1.071	1.080	0.970	1.288
10	0.484	1.007	1.007	1.053	1.062	0.815	1.274

จากตารางที่ 5 สำหรับแผนภูมิ HEWMA THWMA และ DMEWMA ตามลำดับ ใช้ข้อมูลอายุความล้าของลูกปืน (X_i) คำนวณค่าตัวสถิติลำดับที่ i ของแผนภูมิควบคุม ด้วยสมการที่ (1), (3) และ(5) ตามลำดับ และนำค่าตัวสถิติที่ได้ และค่า L ของแต่ละแผนภูมิมาคำนวณหาค่า UCL ด้วยสมการที่ (2), (4) และ(6) ตามลำดับ นำค่าตัวสถิติที่ได้ของแต่ละแผนภูมิควบคุมมาเทียบกับค่า UCL ของแต่ละแผนภูมิควบคุม พบว่าค่าตัวสถิติแผนภูมิควบคุม HEWMA ออกนอกขีดจำกัดควบคุมครั้งแรกที่ $i=4$, แผนภูมิควบคุม DMEWMA1 ออกนอกขีดจำกัดควบคุมครั้งแรกที่ $i=4$, แผนภูมิควบคุม DMEWMA2 ออกนอกขีดจำกัดควบคุมครั้งแรกที่ $i=4$ และแผนภูมิควบคุม THWMA ออกนอกขีดจำกัดควบคุมครั้งแรกที่ $i=1$ ซึ่งจากการเปรียบเทียบพบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกัน

เอกสารอ้างอิง

- Abbas, N. (2018). Homogeneously weighted moving average control chart with an application in substrate manufacturing process. *Computers & Industrial Engineering*, 120, 460–470. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.05.009>
- Abid, M., Shabbir, A., Nazir, H.Z., Sherwani, R.A.K., & Riaz, M. (2020). A double homogeneously weighted moving average control chart for monitoring of the process mean. *Quality and Reliability Engineering*, 36(178), 1513–1527. <https://doi.org/10.1002/qre.2641>
- Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C. (2021). Modified EWMA and DEWMA control charts for process monitoring. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 1–25, <https://doi.org/10.1080/03610926.2021.1872642>
- Alkahtani, S. S. (2013). Robustness of DEWMA versus EWMA Control Charts to Non-Normal Processes. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 12(1), 148–163.
- Aksoy, H. (2000). Use of gamma distribution in hydrological analysis. *Turkish Journal of Engineering & Environmental Sciences*, 24, 419–428.
- Bhaumik, D. K. & Gibbons, R. D. (2006). One-sided approximate prediction intervals for at least p of m observations from a gamma population at each of r locations. *Technometrics*, 48(1), 112–119. <https://doi.org/10.10198/004017005000000355>
- Haq, A. (2013). A new hybrid exponentially weighted moving average control chart for monitoring process mean. *Quality and Reliability Engineering International*, 29(7), 1015–1025. <http://doi.org/10.1002/qre.1453>
- Haq, A. (2017). A new hybrid exponentially weighted moving average control chart for monitoring process mean: discussion. *Quality and Reliability Engineering International*. 33(7), 1629–1631. <https://doi.org/10.1002/qre.2092>
- Khan, N., Aslam, M., Ahmad, L., & Jun, C.-H. (2017). A Control Chart for Gamma Distributed Variables Using Repetitive Sampling Scheme. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 13(1), 47–61. <http://dx.doi.org/10.108187/pjsor.v13i1.1390>
- Lakshmi, R. V., & Vaidyanathan, V. S. (2016). Three-Parameter Gamma Distribution: Estimation Using Likelihood, Spacings and Least Squares Approach. *Journal of Statistics and Management Systems*, 19(1), 37–53. <https://doi.org/10.1080/09720510.2014.986927>
- Montgomery, D. C. (2012). *Introduction to statistical quality control* (7th ed.), New York, NY: Wiley.
- Nazir, H. Z., Riaz, M., Does, R. J. M. M., & Abbas, N. (2013). Robust CUSUM control charting. *Quality Engineering*, 25(3), 211–224. <https://doi.org/10.1080/08982112.2013.769057>
- Page, E. S. (1954). Continuous inspection schemes. *Biometrika*, 41(1), 100–115.
- Riaz, M., Abbas, Z., Nazir, H. Z., & Abid, M. (2021). On the Development of Triple Homogeneously Weighted Moving Average Control Chart. *Symmetry*, 13(2), 1–21. <https://doi.org/10.3390/sym13020360>
- Robert, S. W. (1959). Control Chart Test Based on Geometric Moving Averages. *Technometrics*, 1, 239–250.
- Saeed, N., & Kamal, S. (2016). The EWMA control chart based on robust scale estimators. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 12(4), 659–672. <https://doi.org/10.108187/pjsor.v12i4.1475>
- Shewhart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufacturing Product*. New York, USA: Van Nostrand.