

Research Article

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DHWMA, TEWMA, และ DMEWMA สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแกมมา

Efficiency Comparison of DHWMA, TEWMA, and DMEWMA Control Charts for Gamma Distribution

อรณิข ชุมภูวอร์¹ และ ปิยพล ไพจิตร^{1*}

Oranit Chumpuworn¹ and Piyaphon Paichit^{1*}

¹ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์ ประเทศไทย

¹Department of statistics, Faculty of Science, Silpakorn University, Sanamchandra Palace Campus, Thailand

*E-mail: paichit_p@silpakorn.edu

Received: 31/12/2021; Revised: 13/09/2022; Accepted: 12/10/2022

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมในการตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง (shape parameter : α) ของกระบวนการที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น (TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (DHWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง (DMEWMA) ดำเนินการโดยการจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โลที่ทำซ้ำ 20,000 รอบ กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา โดยพารามิเตอร์รูปร่างและพารามิเตอร์ขนาด เท่ากับ 1, 2, และ 8 และกำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ (λ) ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิดเท่ากับ 0.03, 0.05, 0.07, 0.1, 0.3, 0.5 และขนาดการเปลี่ยนแปลงกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.01 ถึง 0.5 เกณฑ์ที่ใช้วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม จะพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length : ARL) ซึ่งแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) น้อยที่สุด ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 แผนภูมิมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ของกระบวนการที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมาใกล้เคียงกัน

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง, แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น, แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง, ความยาวรันเฉลี่ย

Abstract

The purpose of this research is to compare the efficiency detection of process parameter shift for gamma distribution Control Chart, Triple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (TEWMA), Double Homogeneously Weighted Moving Average Control Chart (DHWMA), and Double-Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (DMEWMA). The process of this research is imitated by using Monte Carlo Simulation Technique for 20,000 iterations. The data is defined by gamma distribution with scale and location parameter those are 1, 2, and 8. Smoothing parameter (λ) are 0.03, 0.05, 0.07, 0.1, 0.3, 0.5 and process shift sizes (δ) are 0.01 - 0.5 respectively. The criterion is considered by out-of-control process (Average Run Length: ARL) which is the most efficiency control chart will show the least average run length (ARL_1). The result indicates that three control charts of efficiency control chart are not different for detecting the process parameter shift for gamma distribution

Keywords: DHWMA control chart, TEWMA control chart, DMEWMA control chart, Average run length

บทนำ

การควบคุมกระบวนการเชิงสถิติ (SPC) โดยเฉพาะเทคนิคที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพกลายเป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากขึ้นสำหรับการตรวจสอบคุณภาพของผลิตภัณฑ์ให้ได้มาตรฐาน ดังนั้นเพื่อให้ได้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพซึ่งจัดเป็นปัจจัยพื้นฐานในการเลือกซื้อสินค้าและบริการของผู้บริโภค SPC จึงทำหน้าที่เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งความมั่นคง (เสถียร) ของผลิตภัณฑ์และยังช่วยลดความผันแปรที่อาจมาจากเครื่องจักร วัตถุดิบ คน และสภาพแวดล้อม แผนภูมิควบคุมเป็นหนึ่งในเครื่องมือทางสถิติที่ได้รับความนิยมและสำคัญที่สุดสำหรับ SPC แผนภูมิควบคุมจะแสดงลำดับของค่าสังเกตและมีการแจ้งเตือนเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงและจำเป็นต้องมีการแก้ไข อีกทั้งยังสามารถช่วยลดความผันแปรของตัวแปรซึ่งถูกใช้เป็นตัวแทนของคุณลักษณะของสินค้าและบริการอีกด้วย

แผนภูมิควบคุมสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทตามรูปแบบโครงสร้างคือ แผนภูมิควบคุมประเภทแรกเป็นแผนภูมิควบคุมที่ไม่นำเอาค่าสถิติก่อนหน้ามาพิจารณา (memoryless) แต่จะใช้ค่าสถิติ ณ ปัจจุบันมาเท่านั้นมาพิจารณาว่ากระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่ ตัวอย่างของแผนภูมิควบคุมนี้คือแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ต (Shewhart control chart) ซึ่งจากลักษณะโครงสร้างของแผนภูมิควบคุมนี้ส่งผลให้ประสิทธิภาพการตรวจจับไม่ดีเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์เพียงเล็กน้อย แต่แผนภูมิควบคุมประเภทที่สองจะนำเอาค่าสถิติในอดีตมาร่วมพิจารณาด้วย (memory) ตัวอย่างของแผนภูมิควบคุมที่เป็นที่รู้จักคือ แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (CUSUM) พัฒนาโดย Page (1961) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) ถูกสร้างโดย Roberts (1959) โดยลักษณะ โครงสร้างที่ถูกออกแบบมาเพื่อนำเอาค่าสถิติทั้งในอดีตและปัจจุบันมาใช้ส่งผลให้แผนภูมิควบคุมเหล่านี้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์เพียงเล็กน้อยได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ต

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของพารามิเตอร์ได้ดี อีกทั้งยังมีคุณสมบัติโรบัสต์จึงทำให้สามารถดำเนินการได้ดีแม้ข้อมูลที่ได้อาจไม่มีการแจกแจงแบบปกติ (Montgomery, 2012) การแจกแจงแบบแกมมาบ่อยครั้งที่ถูกนำมาใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลที่มีลักษณะเบ้ และถูกใช้เพื่อเป็นตัวแทนของเวลารอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ อีกทั้งการแจกแจงแบบแกมมายังมีพารามิเตอร์ถึง 2 ค่าที่ใช้กำหนดรูปร่าง (shape) และขนาด (scale) ทำให้สามารถ fit model ได้หลายหลาย มีผู้วิจัยหลายท่านได้นำแผนภูมิ

ควบคุมไปใช้กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา เช่น Gonzalez & Viles (2001) ได้ออกแบบแผนภูมิควบคุมพิสัยสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา และ Sheu & Lin (2003) ได้สร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักทั่วไป (GWMA) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังเมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ปี ค.ศ. 2020 Abid et al. (2020) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมใหม่โดยนำแนวคิดของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองชั้น (Double Exponentially Weighted Moving Average : DEWMA) มาใช้กับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกัน (Homogeneously Weighted Moving Average : HWMA) ทำให้แผนภูมิควบคุมนี้มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กและปานกลางได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม HWMA และให้ข้อแผนภูมิควบคุมนี้ว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (Double Homogeneously Weighted Moving Average : DHWMA) อีกทั้งยังได้นำแผนภูมิควบคุมนี้ไปทำการเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุม EWMA CUSUM และ HWMA เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา และ การแจกแจงแบบที โดยพิจารณาจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม (ARL_1) พบว่าแผนภูมิควบคุม DHWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับดีที่สุด ต่อมาในปี ค.ศ. 2020 Alevizakos et al. (2020) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น (Triple Exponentially Weighted Moving Average : TEWMA) ซึ่งแผนภูมิควบคุมนี้มีการเพิ่มสถิติ EWMA 2 ตัว ลงในโครงสร้างของแผนภูมิควบคุม EWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมนี้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลางได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม DEWMA Alevizakos et al. (2020) ได้นำแผนภูมิควบคุมนี้ไปเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุม GWMA แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ที่ ลาปลาซ และแกมมาโดยพิจารณาจากค่า ARL_1 พบว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA ให้ประสิทธิภาพดีกว่า แผนภูมิควบคุม EWMA และ DEWMA แต่ให้ประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม GWMA เล็กน้อยทั้งนี้ขึ้นอยู่กับข้อกำหนดค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม GWMA

ในปี ค.ศ. 2021 Alevizakos et al. (2021) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง (Double –Modified EWMA: DMEWMA) โดยแผนภูมิควบคุมนี้ได้นำแนวคิดของการปรับให้เรียบมาใช้กับแผนภูมิควบคุม Modified EWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าเดิม อีกทั้งยังได้นำแผนภูมิควบคุมนี้ไปการเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม Modified EWMA เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 พบว่า แผนภูมิควบคุม DMEWMA ที่กำหนดค่า k กรณี $k = -\lambda / 2$ และ $k = -\lambda / 4$ มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของพารามิเตอร์ได้ดี จากการศึกษาด้านแผนภูมิควบคุมข้างต้นจะเห็นได้ว่าแผนภูมิควบคุม DMEWMA TEWMA และ DHWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กของพารามิเตอร์ได้ดีใกล้เคียงกันอีกทั้งยังมีคุณสมบัติโรบัสต์ ผู้วิจัยจึงต้องการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม TEWMA DHWMA และ DMEWMA (สำหรับแผนภูมิควบคุม DMEWMA กำหนดค่า k เป็น 2 กรณีคือ $k = -\lambda / 2$ และ $k = -\lambda / 4$ (Alevizakos, 2021)) โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 ภายใต้ $ARL_0 = 370$ เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. การแจกแจงแบบแกมมา

เมื่อพิจารณาการแจกแจงแบบปัวซองโดยที่ λ แทนค่าเฉลี่ยของการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจในช่วงเวลา และการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังจะสนใจระยะเวลารอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเป็นครั้งแรกโดยมี β แทนระยะเวลาเฉลี่ยในการรอคอย ส่วนการแจกแจงแบบแกมมาจะกำหนดให้ตัวแปรสุ่มแทนช่วงเวลารอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจครบ α ครั้ง

กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องที่มีการแจกแจงแบบแกมมา โดยมี α และ β เป็นพารามิเตอร์รูปร่าง (Shape) และพารามิเตอร์ปรงขนาด (Scale) ตามลำดับ โดยที่ $\alpha, \beta > 0$ ซึ่ง $f(x)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น ของ X ดังนี้

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} & ; x > 0 \\ 0 & ; x \text{ Otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ x แทนด้วย $E(x) = \alpha\beta$ และ $Var(x) = \alpha\beta^2$ ตามลำดับ

2. แผนภูมิควบคุมที่ใช้ในงานวิจัย

2.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (Double Homogeneously Weighted Moving Average: DHWMA)

Abid et.al (2020) นำเสนอแผนภูมิควบคุม DHWMA โดยรวมแนวคิดของสองแผนภูมิควบคุมคือ DEWMA และ HWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กและปานกลางดีกว่าทั้งแผนภูมิควบคุม DEWMA และ HWMA สถิติสำหรับแผนภูมิควบคุม DHWMA กำหนดโดย

$$DH_t = \lambda HM_t + (1-\lambda)\bar{X}_{t-1} \quad (2)$$

$$HM_t = \lambda X_t + (1-\lambda)\bar{X}_{t-1}$$

โดยที่ $\bar{X}_{t-1} = \sum_{j=1}^{t-1} \frac{X_j}{t-1}$; $t = 2, 3, \dots$ DH_t คือ ตัวสถิติ DHWMA ณ เวลา t

X_t คือ ค่าสังเกต ณ เวลา t ใดๆ : $t = 2, 3, \dots$

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda < 1$)

กำหนดตัวสถิติเริ่มต้น $\bar{X}_{t-1} = \theta_0$ = ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ DH_t คือ $E(DH_t) = \theta_0$ และ กรณี $t = 1$; $Var(DH_t) = \lambda^4 \sigma^2$

$$\text{กรณี } t > 1 ; Var(DH_t) = \left[\lambda^4 + \frac{(1-\lambda)^2 (1+\lambda)^2}{t-1} \right] \sigma^2$$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม DHWMA คือ

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง} \quad UCL / LCL = \theta_0 \pm L_1 \sqrt{Var(DH_t)} \quad (3)$$

$$\text{เส้นกลาง} \quad CL = \theta_0$$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda < 1$)

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

L_1 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0 = 370$

2.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น (Triple Exponentially Weighted Moving Average: TEWMA)

Alevizakos et al. (2020) นำเสนอแผนภูมิควบคุม TEWMA มีการเพิ่มสถิติ EWMA 2 ตัว ลงใน โครงสร้างของแผนภูมิควบคุม EWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมนี้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กถึงปานกลางได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA โดยสถิติของแผนภูมิควบคุม TEWMA คือ

$$\begin{aligned} Y_t &= \lambda X_t + (1-\lambda)Y_{t-1} \\ Z_t &= \lambda Y_t + (1-\lambda)Z_{t-1} \\ W_t &= \lambda Z_t + (1-\lambda)W_{t-1} \end{aligned} \quad (4)$$

โดยที่ W_t คือ ตัวสถิติ TEWMA ลำดับที่ t ณ เวลา t

X_t คือ ค่าสังเกตของกระบวนการ ณ เวลา t

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda < 1$)

Y_t และ Z_t คือ ตัวสถิติ EWMA ลำดับที่ 1 และ 2 ณ เวลา t ตามลำดับ

กำหนดตัวสถิติเริ่มต้น $Y_0 = Z_0 = W_0 = \theta_0$ คือค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ W_t คือ $E(W_t) = \theta_0$

$$\text{และ } Var(W_t) = \left[\frac{6(1-\lambda)^6 \lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4 \lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2 \lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2} \right] \sigma^2$$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม TEWMA คือ

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง} \quad UCL / LCL = \theta_0 \pm L_2 \sqrt{Var(W_t)} \quad (5)$$

$$\text{เส้นกลาง (Central line: CL)} \quad CL = \theta_0$$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda < 1$)

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

L_2 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมที่สอดคล้องกับ $ARL_0 = 370$

2.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง (Double-Modified Exponentially Weighted Moving Average: DMEWMA)

Alevizakos et al. (2021) ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุม DMEWMA โดยแผนภูมิควบคุมนี้ได้นำแนวคิดของการปรับให้เรียบมาใช้กับแผนภูมิควบคุม Modified EWMA ทำให้แผนภูมิควบคุมที่ได้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าเดิมและเมื่อกำหนด และ $k = -\lambda/2$ และ $k = -\lambda/4$ ทำให้แผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพดีที่สุด โดยสถิติของแผนภูมิควบคุม DMEWMA คือ

$$\begin{aligned} M_t &= \lambda X_t + (1-\lambda)M_{t-1} + k(X_t - M_{t-1}) \\ DM_t &= \lambda X_t + (1-\lambda)DM_{t-1} + k(M_t - DM_{t-1}) \end{aligned} \quad (6)$$

งานวิจัยนี้กำหนดค่า k เป็น 2 กรณี คือ $k = -\lambda/2$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ DMEWMA และ $k = -\lambda/4$ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ DMEWMA2

โดยที่ X_t คือ ค่าสังเกตของกระบวนการ ณ เวลา t

DM_t คือ ตัวสถิติ DMEWMA ณ เวลา t

λ คือ ค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ ($0 < \lambda < 1$)

ตัวสถิติเริ่มต้น $X_0 = M_0 = DM_0 = \theta_0$ คือค่าเฉลี่ยของกระบวนการ

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของ DM_t คือ $E(DM_t) = \theta_0$

และความแปรปรวน DM_t คือ

$$Var(DM_t) = \left[(k+\lambda)^4 + 4\lambda^2(k+\lambda)^2(k+\lambda-1)^2 + \frac{4\lambda^2(k+\lambda-1)^2(k+\lambda)^2(1-\lambda)^2}{1-\theta} - \frac{4\lambda^3(k+\lambda-1)^3(k+\lambda)(1-\lambda)}{(1-\theta)^2} + \lambda^4(k+\lambda-1)^4 \frac{1+\theta}{(1-\theta)^3} \right] \sigma^2$$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมบน (UCL) และล่าง (LCL) ของแผนภูมิควบคุม DMEWMA คือ

$$\text{ขีดจำกัดควบคุมบนและล่าง} \quad UCL / LCL = \theta_0 \pm L_3 \sqrt{Var(DM_t)} \quad (7)$$

$$\text{เส้นกลาง (Central line: CL)} \quad CL = \theta_0$$

โดยที่ θ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของค่าสถิติของกระบวนการ

σ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าสถิติของกระบวนการ

L_3 คือ ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมหรือค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DMEWMA ที่สอดคล้องกับค่า $ARL_0 = 370$

3. ความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL)

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) คือ จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ตกอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่กระบวนการส่งสัญญาณออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกโดยค่า ARL แบ่งออกเป็น 2 สถานะคือ

3.1 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม (in-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $ARL_0 = 1/\alpha$ เมื่อ α คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 หมายถึงค่าความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง

3.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม (out-of-control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $ARL_1 = 1/(1-\beta)$ เมื่อ β คือ ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 หมายถึง ความน่าจะเป็นที่กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง $1-\beta$ คือความน่าจะเป็นที่พบว่ากระบวนการออกนอกการควบคุม เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง ค่า ARL_1 ควรจะมีค่าต่ำๆ หรือกล่าวได้ว่าเมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม แผนภูมิควบคุมส่งสัญญาณแจ้งเตือนบ่อยมากขึ้น

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation) ในการคำนวณค่า ARL เป็นวิธีการศึกษาทดลอง โดยทำการทดลองซ้ำๆ หลายครั้ง ซึ่งสามารถคำนวณค่า ARL ได้ดังนี้

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^M RL_t}{M}$$

โดยที่ M คือ จำนวนรอบการซ้ำ

RL_t คือ ค่าความยาวรัน เป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบจนกระทั่งพบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก ในการทำซ้ำครั้งที่ $t; t = 1, 2, \dots, 20,000$

วิธีการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (DHWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง (DMEWMA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น (TEWMA) เมื่อกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา การศึกษาวิจัยนี้ใช้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพจากค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม (out-of-control process : ARL_1) ถ้าแผนภูมิควบคุมใดที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำสุด จะเป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพในการ

ตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง (Shape parameter: α) ดีที่สุดเมื่อกำหนด $ARL_0 = 370$ งานวิจัยครั้งนี้จำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยดังต่อไปนี้

1. กำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ (λ) สำหรับแผนภูมิควบคุม DHWMA, TEWMA, และ DMEWMA เป็น 0.03, 0.05, 0.07, 0.1, 0.3, และ 0.5 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมกำหนดพารามิเตอร์รูปทรง (α_0) เป็น 1, 2, และ 8 พารามิเตอร์ขนาด (β_0) เป็น 1, 2, และ 8

2. จำลองข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์แบ่งออกเป็น 2 กรณีคือ

2.1 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม ($ARL_0 = 370$) กำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมาดังนี้

$G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1)$, $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 2)$, $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1)$, $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 2)$, $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 8)$, และ $G(\alpha_0 = 8, \beta_0 = 1)$

โดยขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 500 กำหนดจำนวนรอบในการทำซ้ำ (M) เท่ากับ 20,000

2.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุมกำหนดให้ข้อมูลมีการแจกแจงแกมมาเป็น $G(\alpha_1, \beta_0)$ กำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงเท่ากับ $\alpha_1 = \alpha_0 + \delta$ เมื่อ δ เท่ากับ 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, และ 0.5 โดยขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 500 และกำหนดจำนวนรอบในการทำซ้ำ (M) เท่ากับ 20,000

3. นำข้อมูลที่ได้จากการจำลองในข้อ 2 มาคำนวณค่าสถิติ DH_t , W_t และ DM_t ตามสมการที่ (2.2), (2.4) และ (2.6) ตามลำดับ

4. คำนวณขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DHWMA, TEWMA, และ DEWMA คือ UCL และ LCL ตามสมการที่ (2.3), (2.5), และ (2.7)

5. นำค่าสถิติที่คำนวณได้ของทั้ง 3 แผนภูมิในข้อ 3 มาเปรียบเทียบกับขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิที่ได้ในข้อ 4 เพื่อหาจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกซึ่งเรียกว่า ค่าความยาวรัน (RL_t)

6. ทำซ้ำตั้งแต่ข้อ 1 ถึง 5 จนกว่าจะครบ 20,000 รอบในแต่ละสถานการณ์ คือ $RL_1, RL_2, \dots, RL_{20,000}$

7. คำนวณค่า ARL แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

กรณีที่กระบวนการอยู่ในการควบคุม (in-control process)

7.1 นำค่า RL_t ที่ได้จากข้อที่ 6 มาหาค่า ARL_0 ดังนี้ $ARL_0 = (\sum_{t=1}^M RL_t) / 20,000$

โดยที่ RL_t คือ ค่าความยาวรันเป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองข้อมูลครั้งที่ t ; $t = 1, 2, \dots, 20,000$ หากได้ค่า ARL_0 มีค่าเท่ากับ 370 จะทำการเก็บค่า L และคำนวณค่า UCL มาใช้ในการหาค่า ARL_1

กรณีที่กระบวนการอยู่นอกการควบคุม (out-control process)

7.2 นำค่า RL_t ที่ได้จากข้อที่ 6 มาหาค่า ARL_1 (โดยข้อ 5 จะนำค่าสถิติที่ได้มาเปรียบเทียบกับ UCL ที่ได้จาก ARL_0 มีค่าเท่ากับ 370) ดังนี้ $ARL_1 = (\sum_{t=1}^M RL_t) / 20,000$

โดยที่ RL_t คือ ค่าความยาวรันเป็นจำนวนหน่วยตัวอย่างที่อยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งพบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองข้อมูลครั้งที่ t ; $t = 1, 2, \dots, 20,000$

8. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจากค่าความยาวรันเฉลี่ยที่หามาได้ในข้อ 7.2 กรณีเมื่อกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม โดยแผนภูมิที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดจะเป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพสูงสุด

ผลการวิจัย

1. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1)$

1.1 จากตารางที่ 1 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.03, 0.05$ พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.1$ แผนภูมิควบคุม TEWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 มีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DHWMA

1.2 จากตารางที่ 1 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.03, 0.05$ พบว่าเมื่อ $0.2 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุด

1.3 จากตารางที่ 1 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.3, 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.2 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม TEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุด

1.4 จากตารางที่ 1 และรูปที่ 1 กรณี $\lambda = 0.07$ และ 0.1 พบว่าแผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุดในทุกระดับ δ

2. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 2)$

2.1 จากตารางที่ 2 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.03, 0.05$ พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.08$ แผนภูมิควบคุม TEWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DHWMA

2.2 จากตารางที่ 2 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.07$ และ 0.1 พบว่าแผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุดในทุกระดับ δ

2.3 จากตารางที่ 2 และรูปที่ 2 กรณี $\lambda = 0.3$ และ 0.5 พบว่าเมื่อ $0.03 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม TEWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุด

3. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1)$

3.1 จากตารางที่ 3 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.03$ พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.04$ แผนภูมิควบคุม DMEWMA2 มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิอื่น

3.2 จากตารางที่ 3 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.05$ และ 0.07 พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.09$ แผนภูมิควบคุม DMEWMA2 มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิอื่น แต่เมื่อ $0.1 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุด

3.3 จากตารางที่ 3 และรูปที่ 3 กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม TEWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุด

4. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 2)$

4.1 จากตารางที่ 4 และรูปที่ 4 กรณี $\lambda = 0.03, 0.3$, และ 0.5 พบว่า แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิอื่น ในทุกระดับ δ

4.2 จากตารางที่ 4 และรูปที่ 4 กรณี $\lambda = 0.05$ และ 0.07 พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.1$ แผนภูมิควบคุม TEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิอื่น แต่เมื่อ $0.2 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุด

4.3 จากตารางที่ 4 และรูปที่ 4 กรณี $\lambda = 0.1$ พบว่าเมื่อ $0.02 < \delta < 0.04$ แผนภูมิควบคุม TEWMA และ DMEWMA2 มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม DHWMA แต่เมื่อ $0.06 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุด

5. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 8)$

5.1 จากตารางที่ 5 และรูปที่ 5 กรณี $\lambda = 0.03, 0.07$, และ 0.3 พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.03$ แผนภูมิควบคุม DMEWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่น แต่เมื่อ $0.04 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่า

5.2 จากตารางที่ 5 และรูปที่ 5 กรณี $\lambda = 0.05, 0.1$ พบว่าแผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีที่สุดในทุกระดับ δ

5.3 จากตารางที่ 5 และรูปที่ 5 กรณี กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิมีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการใกล้เคียงกัน

6. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 8, \beta_0 = 1)$

6.1 จากตารางที่ 6 และรูปที่ 6 กรณี $\lambda = 0.05, 0.07, 0.1$ และ 0.3 พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่น

6.2 จากตารางที่ 6 และรูปที่ 6 กรณี $\lambda = 0.3$ พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.03$ แผนภูมิควบคุม DMEWMA2 มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิอื่น แต่เมื่อ $0.05 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่า

6.3 จากตารางที่ 6 และรูปที่ 6 กรณี $\lambda = 0.5$ พบว่าเมื่อ $0.01 < \delta < 0.1$ แผนภูมิควบคุม DMEWMA, DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิอื่น แต่เมื่อ $0.2 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่า

7. จากตารางที่ 7 เป็นการแสดงค่าความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 โดยข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมาเมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม ($ARL_0 = 370$)

ตารางที่ 1 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.03	0.01	359.170	364.956	357.614	346.494
	0.02	346.346	357.156	333.206	339.032
	0.03	314.260	330.690	325.422	318.904
	0.04	305.248	326.06	304.610	299.828
	0.05	286.052	318.994	287.102	288.93
	0.06	282.072	303.180	277.464	273.610
	0.07	268.504	257.782	262.428	265.248
	0.08	255.882	251.482	235.888	240.806
	0.09	242.228	236.064	227.424	230.018
	0.1	228.856	218.190	213.652	226.546
	0.2	174.572	93.116	150.364	146.338
	0.3	145.812	47.300	114.200	116.870
	0.4	129.610	28.410	98.066	98.488
	0.5	119.758	17.622	88.644	88.166
0.05	0.01	353.468	366.658	349.976	349.164
	0.02	338.920	330.688	330.538	336.112
	0.03	319.332	327.292	320.486	326.814
	0.04	292.884	302.564	296.688	297.434
	0.05	283.230	295.37	286.714	281.504
	0.06	266.532	281.838	272.056	268.102
	0.07	258.484	257.314	250.958	261.734
	0.08	247.728	231.528	237.776	241.890
	0.09	220.690	214.276	225.294	220.378
	0.1	216.022	209.174	221.916	217.26
	0.2	135.166	81.626	127.168	128.748
	0.3	104.312	43.262	91.444	89.994
	0.4	88.768	26.808	72.466	72.980
	0.5	78.936	19.020	61.812	61.852

ตารางที่ 1 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.07	0.01	359.736	362.410	352.066	353.382
	0.02	342.732	336.762	347.724	332.136
	0.03	339.566	319.486	319.66	322.546
	0.04	326.666	298.792	315.522	300.698
	0.05	306.176	285.430	288.200	291.758
	0.06	296.412	283.726	285.690	269.152
	0.07	266.794	244.174	254.928	263.040
	0.08	251.838	240.272	251.634	236.744
	0.09	238.346	205.266	220.104	223.408
	0.1	214.43	185.172	217.866	219.196
	0.2	127.906	75.634	126.556	126.222
	0.3	91.800	43.432	80.538	80.148
	0.4	71.598	25.148	60.908	63.020
	0.5	62.770	18.726	52.220	50.522
0.1	0.01	360.828	343.074	365.438	347.260
	0.02	336.638	336.284	332.334	340.986
	0.03	319.562	305.930	327.222	333.006
	0.04	297.366	304.958	316.612	296.600
	0.05	284.364	284.776	294.140	289.324
	0.06	275.450	254.148	283.172	263.736
	0.07	266.806	252.356	277.374	267.652
	0.08	255.612	237.378	257.360	244.792
	0.09	228.090	228.600	234.932	241.934
	0.1	218.506	192.204	224.466	227.024
	0.2	124.898	87.722	131.580	125.716
	0.3	79.074	44.926	76.444	78.192
	0.4	60.052	28.192	56.874	53.906
	0.5	50.454	21.138	44.604	43.354

ตารางที่ 1 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.3	0.01	356.368	362.760	362.560	357.120
	0.02	349.586	352.336	358.078	355.788
	0.03	326.526	330.510	347.522	339.426
	0.04	322.578	328.310	338.222	338.274
	0.05	316.732	314.070	314.032	330.238
	0.06	302.602	303.966	312.290	315.984
	0.07	301.376	292.380	309.838	310.616
	0.08	294.488	272.394	295.260	298.772
	0.09	278.162	255.994	291.216	293.196
	0.1	272.046	253.934	289.228	286.452
	0.2	165.638	167.004	196.080	197.702
	0.3	108.796	102.038	122.604	125.006
	0.4	71.338	72.780	89.114	81.284
	0.5	49.826	55.234	59.940	51.148
0.5	0.01	366.978	362.590	369.966	360.356
	0.02	360.632	351.620	360.028	352.006
	0.03	345.522	343.944	354.638	346.432
	0.04	344.440	336.774	353.256	343.700
	0.05	332.530	332.272	352.536	330.316
	0.06	328.100	322.168	338.546	321.048
	0.07	319.526	317.442	334.330	320.114
	0.08	318.708	309.034	305.940	317.446
	0.09	311.118	300.652	301.800	305.100
	0.1	304.23	297.562	296.436	303.892
	0.2	221.574	232.850	232.878	239.430
	0.3	143.452	174.286	165.030	161.120
	0.4	107.808	124.506	126.122	126.254
	0.5	76.184	82.594	86.682	85.190

ตารางที่ 2 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.03	0.01	346.600	368.318	349.464	356.490
	0.02	337.192	355.308	337.076	344.784
	0.03	322.270	328.974	319.020	318.860
	0.04	309.912	322.168	316.326	303.582
	0.05	287.210	288.556	292.510	290.698
	0.06	270.194	277.902	262.032	270.448
	0.07	267.734	267.488	260.480	261.006
	0.08	250.406	255.226	235.676	243.568
	0.09	244.908	217.098	231.716	231.906
	0.1	231.748	199.612	229.480	212.760
	0.2	170.592	90.440	148.024	146.030
	0.3	144.036	45.150	116.554	115.212
	0.4	130.466	28.068	99.580	98.926
	0.5	118.610	19.058	87.450	88.454
0.05	0.01	353.882	364.868	357.476	353.700
	0.02	331.246	346.854	336.566	344.524
	0.03	315.370	332.138	331.744	324.596
	0.04	297.678	296.084	297.018	312.822
	0.05	283.784	292.664	288.218	296.126
	0.06	263.682	276.360	264.796	276.890
	0.07	254.356	242.262	263.442	274.258
	0.08	253.200	237.706	243.798	241.926
	0.09	214.580	213.866	216.208	230.900
	0.1	211.676	192.982	207.930	211.786
	0.2	139.486	83.490	126.814	124.682
	0.3	103.828	42.112	91.462	91.796
	0.4	88.826	26.504	73.482	74.008
	0.5	78.774	19.998	61.916	63.204

ตารางที่ 2 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.07	0.01	357.466	355.784	365.806	348.250
	0.02	349.896	345.148	348.976	327.742
	0.03	330.402	342.832	336.448	323.998
	0.04	314.668	304.584	319.296	315.426
	0.05	297.722	297.552	313.896	294.454
	0.06	267.298	262.810	289.584	279.560
	0.07	264.136	244.454	288.110	260.530
	0.08	238.960	232.258	274.516	244.436
	0.09	229.100	221.018	254.598	229.260
	0.1	222.310	204.732	249.688	216.210
	0.2	124.650	92.456	132.740	123.886
	0.3	89.190	41.264	82.938	79.094
	0.4	71.056	27.294	63.266	62.558
	0.5	62.058	20.712	52.718	50.652
0.1	0.01	354.114	353.644	363.550	349.376
	0.02	348.574	321.744	356.234	342.846
	0.03	319.764	312.478	348.940	328.360
	0.04	316.302	305.546	328.082	327.884
	0.05	301.234	279.834	323.118	303.834
	0.06	290.314	264.766	304.486	297.810
	0.07	269.992	235.042	299.104	289.184
	0.08	253.590	217.390	276.566	268.736
	0.09	249.304	197.992	253.798	258.738
	0.1	233.358	174.536	258.220	240.596
	0.2	124.254	85.362	139.996	128.616
	0.3	83.190	43.514	89.336	84.688
	0.4	61.042	30.228	60.634	58.568
	0.5	50.316	20.450	45.636	45.620

ตารางที่ 2 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.3	0.01	366.270	360.130	368.016	355.156
	0.02	362.420	349.528	366.114	353.128
	0.03	352.194	338.166	351.306	351.846
	0.04	346.914	328.932	349.890	331.938
	0.05	341.552	319.904	349.098	317.992
	0.06	312.074	305.444	346.502	311.926
	0.07	307.500	290.006	339.422	309.786
	0.08	291.970	271.734	319.814	297.988
	0.09	276.972	269.234	318.562	293.780
	0.1	263.954	266.220	294.854	292.096
	0.2	182.726	161.804	196.108	184.944
	0.3	108.760	110.810	139.082	127.982
	0.4	73.356	75.326	91.958	80.242
	0.5	53.088	57.638	60.426	59.978
0.5	0.01	359.254	364.314	357.526	361.056
	0.02	352.192	359.118	348.706	357.548
	0.03	332.018	341.036	338.496	356.376
	0.04	327.290	331.764	333.496	344.536
	0.05	322.708	332.728	332.380	343.742
	0.06	309.576	328.868	327.086	338.188
	0.07	308.464	322.960	317.274	324.034
	0.08	305.214	303.544	313.838	311.378
	0.09	299.802	302.670	299.600	310.942
	0.1	283.342	282.604	297.300	305.050
	0.2	223.810	229.992	236.220	242.598
	0.3	135.626	173.844	175.778	193.858
	0.4	102.702	125.924	121.848	123.102
	0.5	65.868	92.188	78.392	87.350

ตารางที่ 3 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.03	0.01	356.480	366.762	366.426	353.542
	0.02	347.154	355.300	359.778	334.186
	0.03	343.926	337.138	336.662	331.868
	0.04	326.094	320.154	328.540	307.432
	0.05	320.468	305.174	319.772	301.840
	0.06	308.470	282.424	306.786	298.460
	0.07	304.716	277.948	292.748	283.110
	0.08	289.308	263.908	287.868	272.912
	0.09	276.934	259.268	283.674	271.424
	0.1	267.646	247.760	270.158	253.416
	0.2	211.144	145.874	194.816	181.158
	0.3	180.464	70.528	152.656	150.798
	0.4	160.480	42.948	130.966	125.456
	0.5	149.230	30.928	116.522	114.188
0.05	0.01	359.718	362.666	364.180	365.948
	0.02	352.556	347.458	352.336	345.732
	0.03	332.462	329.742	331.038	339.306
	0.04	328.062	326.024	327.336	327.294
	0.05	312.884	324.398	324.160	311.390
	0.06	304.972	296.690	310.312	300.48
	0.07	302.856	277.248	290.824	283.542
	0.08	284.462	276.83	280.346	270.688
	0.09	268.830	267.974	267.384	266.054
	0.1	250.018	246.162	255.692	252.808
	0.2	175.344	148.446	172.284	171.358
	0.3	133.018	72.058	124.996	118.976
	0.4	114.948	46.218	98.622	99.664
	0.5	102.142	33.078	85.448	83.992

ตารางที่ 3 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.07	0.01	368.502	352.538	360.444	357.668
	0.02	358.254	345.278	358.522	337.098
	0.03	342.362	344.796	346.268	330.300
	0.04	339.550	334.532	339.326	325.744
	0.05	325.620	300.896	322.206	317.000
	0.06	302.230	299.466	319.686	295.526
	0.07	295.924	290.312	307.450	293.986
	0.08	291.014	282.872	295.506	270.476
	0.09	280.162	252.456	280.242	266.630
	0.1	257.596	248.464	274.486	263.178
	0.2	174.674	154.164	176.594	163.778
	0.3	123.140	73.494	119.402	121.476
	0.4	95.550	45.408	90.434	84.770
	0.5	82.126	31.200	71.670	72.380
0.1	0.01	353.134	359.894	356.348	365.768
	0.02	345.698	344.170	345.788	361.034
	0.03	340.860	341.184	338.240	347.146
	0.04	331.548	321.772	328.440	333.958
	0.05	322.434	304.840	316.870	332.058
	0.06	302.836	303.35	302.032	312.998
	0.07	287.234	273.502	295.786	310.002
	0.08	277.530	270.970	289.702	306.962
	0.09	275.814	257.154	271.658	278.586
	0.1	271.138	234.176	268.234	274.790
	0.2	175.354	142.666	187.556	189.136
	0.3	116.094	78.392	109.292	127.892
	0.4	86.458	78.392	84.462	88.870
	0.5	68.546	34.158	66.480	66.304

ตารางที่ 3 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.3	0.01	352.094	360.380	366.838	368.830
	0.02	345.706	358.732	351.934	350.780
	0.03	344.192	345.944	346.346	349.448
	0.04	339.344	340.550	348.284	348.514
	0.05	322.250	338.342	335.216	343.256
	0.06	320.266	324.962	322.614	337.190
	0.07	318.068	317.694	321.114	328.716
	0.08	311.718	301.63	316.866	323.252
	0.09	310.396	299.100	309.416	307.330
	0.1	306.280	278.06	302.372	300.894
	0.2	211.618	197.232	239.668	253.170
	0.3	160.358	141.716	166.870	180.982
	0.4	102.630	108.506	124.842	124.860
	0.5	80.422	74.372	92.320	94.976
0.5	0.01	367.758	365.400	366.502	365.376
	0.02	351.858	360.394	356.722	359.332
	0.03	342.176	351.072	350.786	354.220
	0.04	340.726	342.624	338.948	349.104
	0.05	333.748	341.440	337.148	341.590
	0.06	330.010	339.706	334.064	331.106
	0.07	329.022	333.150	328.334	329.736
	0.08	327.072	331.522	325.124	328.956
	0.09	307.834	328.768	319.120	325.464
	0.1	300.688	323.150	315.322	313.644
	0.2	250.886	310.440	266.132	261.618
	0.3	190.440	209.420	210.358	228.426
	0.4	148.410	165.506	157.856	169.834
	0.5	110.260	122.232	121.482	143.882

ตารางที่ 4 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 2)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.03	0.01	354.064	348.534	361.748	348.044
	0.02	348.816	332.600	348.864	341.216
	0.03	344.298	327.376	344.994	332.802
	0.04	329.132	318.090	329.02	318.998
	0.05	317.864	312.230	319.514	315.410
	0.06	305.120	305.764	301.088	298.814
	0.07	302.864	283.784	296.262	294.004
	0.08	288.842	279.606	293.114	282.166
	0.09	272.050	264.096	278.294	267.934
	0.1	269.034	258.556	267.458	259.230
	0.2	205.986	139.598	196.848	181.234
	0.3	176.486	68.286	154.540	148.846
	0.4	159.324	44.254	130.894	129.400
	0.5	149.662	29.818	116.146	114.43
0.05	0.01	359.546	367.548	362.530	361.992
	0.02	353.824	350.042	348.360	356.744
	0.03	335.018	343.146	343.340	334.068
	0.04	322.478	328.660	329.526	323.168
	0.05	304.154	310.452	316.864	319.44
	0.06	301.902	311.058	293.196	301.074
	0.07	275.356	291.706	290.454	287.436
	0.08	271.968	287.100	277.312	284.862
	0.09	261.776	270.384	271.296	267.292
	0.1	243.474	264.844	248.952	266.522
	0.2	174.952	143.200	178.772	167.886
	0.3	133.140	76.092	125.576	127.456
	0.4	112.642	46.100	100.588	98.638
	0.5	101.760	32.556	86.048	85.760

ตารางที่ 4 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 2)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.07	0.01	366.174	360.282	361.284	362.550
	0.02	342.974	351.742	348.060	346.990
	0.03	320.726	339.506	342.486	331.724
	0.04	308.430	335.436	331.668	328.172
	0.05	305.956	309.672	320.528	309.570
	0.06	287.644	302.306	318.854	303.758
	0.07	286.116	282.406	297.620	291.360
	0.08	282.060	270.044	295.950	283.624
	0.09	276.188	264.536	292.576	277.790
	0.1	252.974	259.826	275.790	261.054
	0.2	164.328	132.812	175.756	175.128
	0.3	120.806	74.558	120.072	116.672
	0.4	94.626	40.430	90.816	87.788
	0.5	81.458	32.226	73.296	72.048
0.1	0.01	366.368	354.406	359.236	356.494
	0.02	340.312	341.032	349.170	350.724
	0.03	338.024	339.374	337.974	337.418
	0.04	337.798	335.678	336.464	331.056
	0.05	326.726	322.262	319.814	323.100
	0.06	309.894	292.956	308.482	314.122
	0.07	302.206	290.962	291.548	310.798
	0.08	297.772	264.308	277.452	306.934
	0.09	287.904	257.278	270.852	278.310
	0.1	272.224	240.686	256.574	277.820
	0.2	172.452	127.588	178.540	166.542
	0.3	123.956	77.804	121.530	121.776
	0.4	87.772	48.308	81.596	87.548
	0.5	71.620	33.994	69.190	66.452

ตารางที่ 4 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 2)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.3	0.01	363.678	352.648	364.472	367.260
	0.02	357.004	349.544	359.090	364.074
	0.03	340.038	343.590	350.614	354.328
	0.04	333.248	324.252	344.800	343.008
	0.05	326.872	312.078	342.964	341.162
	0.06	317.790	308.098	340.048	333.056
	0.07	316.082	297.994	332.524	326.048
	0.08	304.436	295.206	309.544	313.858
	0.09	298.588	276.132	316.124	314.048
	0.1	292.588	274.250	297.534	305.136
	0.2	201.284	195.100	248.258	241.348
	0.3	144.972	137.166	175.028	175.856
	0.4	113.520	97.818	120.456	129.034
	0.5	76.168	72.518	91.454	87.710
0.5	0.01	362.322	362.724	360.914	368.534
	0.02	357.548	352.736	349.524	360.430
	0.03	352.092	347.214	346.802	356.636
	0.04	349.954	339.480	341.304	354.120
	0.05	345.652	336.472	339.408	347.740
	0.06	338.486	317.798	334.130	342.536
	0.07	334.318	317.832	333.804	332.138
	0.08	333.184	315.234	330.376	329.676
	0.09	320.380	314.234	325.870	322.996
	0.1	316.042	311.272	317.470	318.192
	0.2	260.228	252.708	270.972	275.936
	0.3	206.320	195.236	217.142	214.524
	0.4	139.116	159.756	169.664	171.826
	0.5	114.200	122.126	133.120	132.314

ตารางที่ 5 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 8)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.03	0.01	355.482	355.948	353.526	355.434
	0.02	335.322	355.948	342.130	335.214
	0.03	330.204	314.250	323.044	318.484
	0.04	316.824	295.456	308.264	305.652
	0.05	304.650	276.852	288.334	292.574
	0.06	281.204	265.066	270.304	281.874
	0.07	279.376	254.270	259.744	260.848
	0.08	256.628	219.866	244.478	244.570
	0.09	244.648	217.352	236.618	230.934
	0.1	237.104	193.804	213.236	216.904
	0.2	171.586	79.478	148.052	146.194
	0.3	145.946	42.258	116.504	115.518
	0.4	131.354	26.026	99.736	99.458
	0.5	120.840	16.574	88.400	88.926
0.05	0.01	353.484	348.322	354.536	351.804
	0.02	344.892	319.188	349.746	349.330
	0.03	331.098	304.438	316.044	319.960
	0.04	309.724	294.072	306.306	302.458
	0.05	282.038	282.398	304.104	295.568
	0.06	276.496	260.382	284.868	278.592
	0.07	253.590	227.910	257.490	261.938
	0.08	246.776	222.984	250.106	245.134
	0.09	227.692	213.614	232.206	227.742
	0.1	216.508	209.614	215.150	212.188
	0.2	131.548	83.136	122.672	123.898
	0.3	102.630	41.150	88.704	89.492
	0.4	89.218	23.256	71.528	72.540
	0.5	78.838	16.766	62.000	61.944

ตารางที่ 5 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 8)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.07	0.01	351.804	369.052	339.006	361.736
	0.02	349.330	334.880	321.542	336.816
	0.03	319.960	328.234	314.952	317.188
	0.04	302.458	315.656	298.074	306.290
	0.05	295.568	277.128	296.234	302.318
	0.06	278.592	264.314	275.764	268.956
	0.07	261.938	242.202	254.000	264.680
	0.08	245.134	217.110	249.672	245.452
	0.09	227.742	207.388	230.108	224.798
	0.1	212.188	197.422	214.880	212.884
	0.2	123.898	79.168	117.148	124.316
	0.3	89.492	41.882	78.562	80.612
	0.4	72.540	25.830	62.868	61.120
	0.5	61.944	18.568	50.440	51.274
0.1	0.01	358.276	351.884	359.360	362.596
	0.02	334.824	343.290	356.034	340.476
	0.03	327.162	310.514	330.824	323.890
	0.04	313.970	290.222	317.160	315.128
	0.05	296.962	272.966	305.530	298.350
	0.06	278.314	269.516	300.078	287.890
	0.07	275.920	232.020	275.282	261.596
	0.08	244.630	217.648	272.324	259.312
	0.09	242.524	203.676	250.614	255.720
	0.1	227.464	192.084	233.176	223.954
	0.2	125.606	87.920	137.952	135.038
	0.3	82.490	45.824	82.176	82.138
	0.4	59.874	26.534	57.684	57.656
	0.5	50.220	20.330	44.768	43.892

ตารางที่ 5 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 8)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.3	0.01	366.972	357.050	352.078	359.042
	0.02	362.374	352.564	345.858	356.892
	0.03	343.874	340.376	337.346	354.736
	0.04	323.904	322.340	328.974	346.786
	0.05	319.910	320.176	325.418	338.978
	0.06	317.686	304.454	313.194	326.534
	0.07	300.642	296.536	307.164	309.118
	0.08	294.466	289.110	302.206	297.822
	0.09	290.728	268.12	287.888	292.618
	0.1	288.708	267.522	287.400	284.300
	0.2	173.888	160.952	198.678	188.294
	0.3	108.936	110.748	121.444	123.842
	0.4	70.520	78.342	81.532	84.918
	0.5	51.920	55.598	56.500	55.714
0.5	0.01	358.832	365.006	367.400	356.876
	0.02	356.072	356.648	362.976	353.430
	0.03	349.816	346.464	354.072	351.202
	0.04	345.722	345.798	352.908	346.312
	0.05	341.542	338.608	340.372	334.942
	0.06	330.924	330.656	330.308	330.136
	0.07	329.656	329.142	329.016	319.400
	0.08	323.334	323.074	313.986	318.710
	0.09	315.672	315.294	312.024	302.394
	0.1	295.258	308.990	308.276	295.622
	0.2	236.946	239.384	228.998	235.002
	0.3	146.412	178.552	161.536	164.676
	0.4	104.620	117.330	120.508	114.996
	0.5	76.878	88.760	76.060	79.116

ตารางที่ 6 ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 8, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.03	0.01	369.364	360.542	368.626	355.234
	0.02	359.252	357.970	366.502	354.400
	0.03	357.386	354.832	364.270	352.242
	0.04	356.264	329.994	357.020	351.820
	0.05	345.710	327.790	347.510	346.308
	0.06	341.658	326.402	346.788	337.046
	0.07	335.408	323.756	340.844	329.760
	0.08	330.574	303.400	338.988	328.874
	0.09	328.208	298.816	334.840	318.526
	0.1	321.092	293.290	316.216	312.712
	0.2	283.244	232.764	286.272	266.550
	0.3	249.242	189.996	238.380	230.768
	0.4	233.020	121.592	208.904	207.378
	0.5	216.298	94.016	187.438	186.354
0.05	0.01	363.882	361.152	368.270	363.924
	0.02	360.652	356.748	365.846	358.760
	0.03	354.806	351.264	363.178	356.932
	0.04	345.722	348.930	352.894	343.002
	0.05	340.398	336.466	337.808	340.982
	0.06	338.228	326.366	335.418	339.390
	0.07	330.712	325.358	326.120	337.752
	0.08	329.190	323.196	324.788	331.646
	0.09	321.994	319.620	322.722	317.494
	0.1	313.222	318.636	315.302	305.406
	0.2	256.980	233.920	259.132	261.110
	0.3	209.204	176.786	218.192	211.786
	0.4	186.164	138.744	173.252	177.590
	0.5	162.582	91.420	151.702	155.128

ตารางที่ 6 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 8, \beta_0 = 1)$

ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.07	0.01	369.688	365.158	367.688	367.292
	0.02	361.866	363.014	356.560	363.188
	0.03	353.248	347.734	355.516	359.604
	0.04	349.288	337.770	350.756	348.512
	0.05	346.826	336.620	340.838	343.598
	0.06	338.014	328.980	333.518	339.542
	0.07	335.250	327.072	324.968	338.206
	0.08	332.798	324.322	323.156	329.404
	0.09	329.230	309.324	322.540	321.904
	0.1	311.312	301.194	309.634	319.912
	0.2	272.080	237.514	269.072	260.476
	0.3	212.322	176.480	204.086	212.840
	0.4	177.712	127.702	180.564	174.718
	0.5	150.366	99.588	147.324	145.366
0.1	0.01	361.954	353.492	368.950	367.830
	0.02	355.044	351.334	361.736	360.842
	0.03	351.144	349.602	356.912	356.298
	0.04	349.586	346.794	355.188	348.420
	0.05	341.824	339.466	342.066	342.484
	0.06	334.572	334.546	340.638	338.744
	0.07	327.556	325.832	333.270	329.040
	0.08	322.540	309.112	331.508	328.054
	0.09	319.540	307.504	328.910	324.732
	0.1	315.890	305.434	315.784	320.170
	0.2	268.110	228.352	267.606	272.784
	0.3	220.500	176.874	224.632	224.414
	0.4	173.560	117.952	181.882	178.262
	0.5	138.676	94.894	143.020	157.196

ตารางที่ 6 (ต่อ) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 8, \beta_0 = 1)$

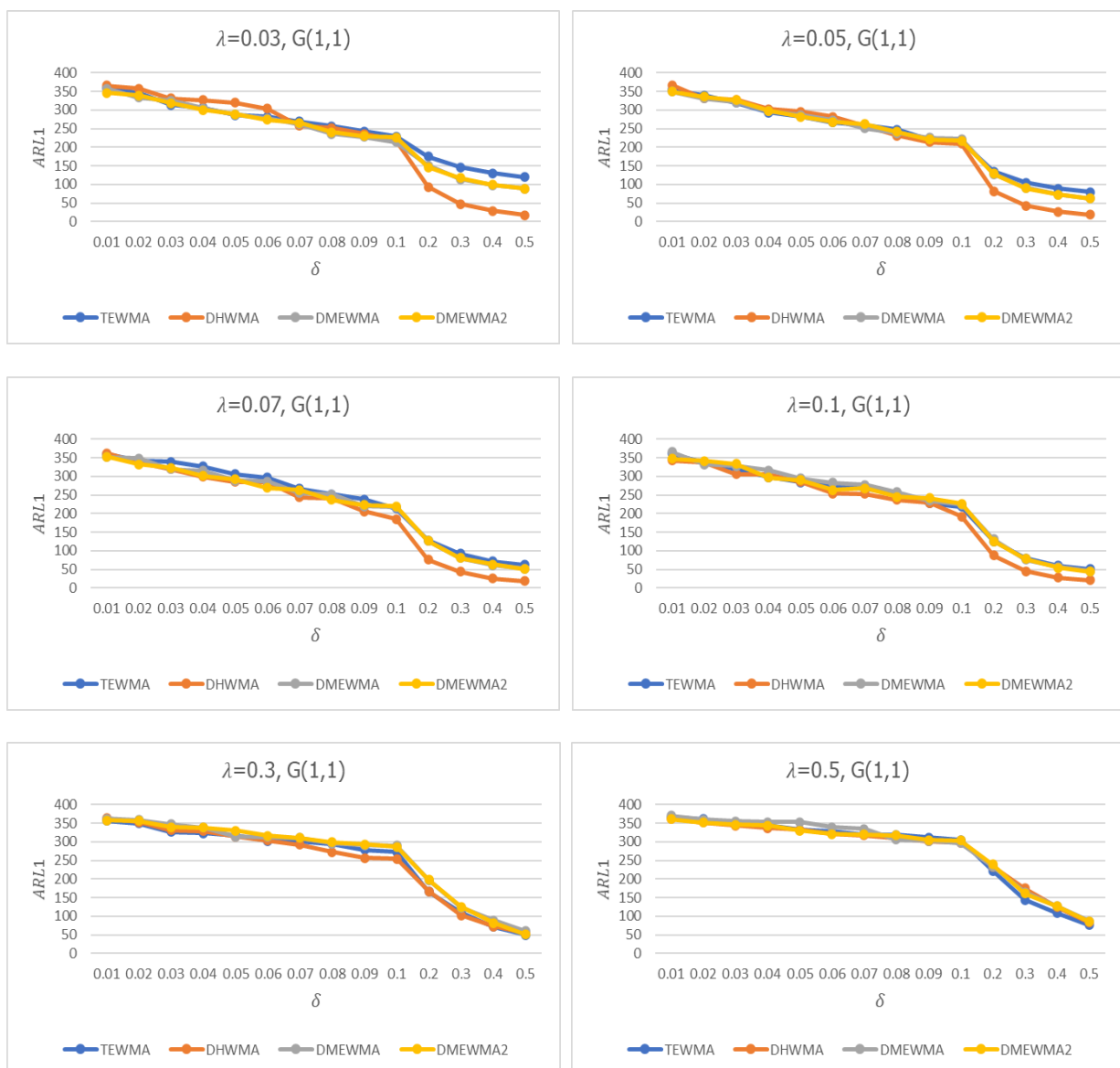
ความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม					
λ	δ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA 2
0.3	0.01	368.186	353.678	368.024	361.684
	0.02	364.376	350.000	362.878	357.568
	0.03	361.766	349.476	358.142	355.360
	0.04	359.804	342.990	349.932	353.554
	0.05	353.876	348.236	348.446	352.690
	0.06	349.626	340.570	345.106	350.484
	0.07	345.934	336.560	344.380	347.902
	0.08	344.494	325.182	341.108	340.982
	0.09	341.998	315.022	339.820	336.070
	0.1	327.308	301.012	333.364	326.646
	0.2	281.346	252.978	297.746	302.350
	0.3	262.732	200.956	269.414	265.106
	0.4	234.260	173.968	226.074	246.076
	0.5	180.786	130.018	198.916	187.544
0.5	0.01	367.740	364.958	368.602	369.632
	0.02	363.634	357.964	354.806	367.544
	0.03	362.242	354.08	353.096	365.124
	0.04	359.172	353.258	350.274	362.756
	0.05	351.516	349.002	348.576	350.958
	0.06	347.074	344.778	345.782	347.248
	0.07	345.800	340.120	342.832	345.234
	0.08	344.154	338.960	336.886	343.692
	0.09	343.358	337.888	335.826	338.56
	0.1	338.060	336.058	334.544	326.866
	0.2	312.648	310.384	316.418	312.784
	0.3	280.774	276.010	288.988	281.326
	0.4	240.046	228.250	265.348	260.304
	0.5	230.760	203.472	221.726	216.850

ตารางที่ 7 ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม ($ARL_0 = 370$)

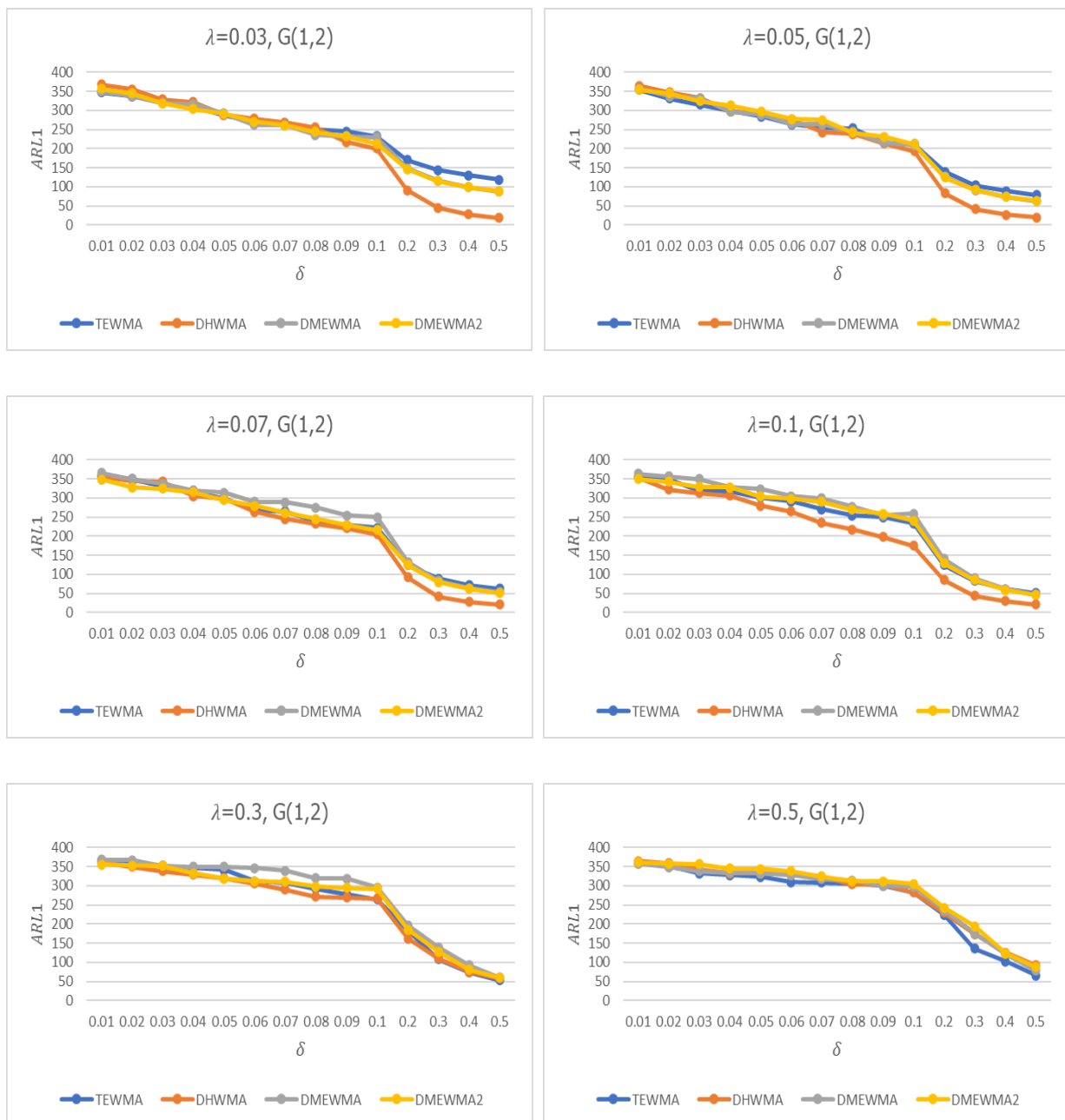
การแจกแจงแบบแกมมา	λ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA2
$G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1)$	0.03	0.629	1.210	1.110	1.110
	0.05	1.351	1.130	1.680	1.700
	0.07	1.750	1.191	1.990	1.990
	0.1	1.999	1.415	2.300	2.270
	0.3	3.023	4.310	3.330	3.323
	0.5	3.700	5.310	3.902	3.900
$G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 2)$	0.03	1.200	2.245	1.100	1.110
	0.05	2.700	2.274	1.700	1.722
	0.07	3.410	2.451	2.110	1.998
	0.1	4.100	2.710	2.400	2.341
	0.3	6.090	8.720	3.400	3.325
	0.5	7.310	10.600	3.900	3.954
$G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1)$	0.03	0.770	1.456	1.110	1.002
	0.05	1.856	1.560	1.660	1.670
	0.07	2.360	1.632	1.990	1.950
	0.1	2.782	1.870	2.230	2.280
	0.3	4.060	5.520	3.100	3.150
	0.5	4.790	6.620	3.550	3.621
$G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 2)$	0.03	1.550	2.890	1.110	1.020
	0.05	3.640	5.310	1.670	1.650
	0.07	4.610	3.234	1.990	1.955
	0.1	5.630	3.843	2.220	2.263
	0.3	8.010	10.762	3.100	3.124
	0.5	9.700	13.100	3.570	3.585
$G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 8)$	0.03	5.200	8.400	1.110	1.125
	0.05	10.850	8.401	1.710	1.691
	0.07	13.410	9.300	1.980	1.998
	0.1	16.200	11.020	2.330	2.321
	0.3	24.344	35.200	3.300	3.332
	0.5	29.600	42.630	3.900	3.900

ตารางที่ 7 (ต่อ) ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม TEWMA, DHWMA, DMEWMA, และ DMEWMA2 เมื่อกระบวนการอยู่ในการควบคุม ($ARL_0 = 370$)

การแจกแจงแบบแกมมา	λ	TEWMA	DHWMA	DMEWMA	DMEWMA2
$G(\alpha_0 = 8, \beta_0 = 1)$	0.03	1.071	2.540	0.980	0.910
	0.05	3.460	2.540	1.590	1.590
	0.07	4.600	2.800	1.880	1.900
	0.1	5.329	3.220	2.170	2.170
	0.3	7.623	8.780	2.890	2.890
	0.5	8.791	10.712	3.200	3.214



รูปที่ 1 แสดงค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 1, \beta_0 = 1)$



รูปที่ 2 แสดงค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0=1, \beta_0=2)$



รูปที่ 3 แสดงค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 1)$



รูปที่ 4 แสดงค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 2, \beta_0 = 2)$



รูปที่ 5 แสดงค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0=1, \beta_0=8)$



รูปที่ 6 แสดงค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม กรณีสข้อมูลมีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0 = 8, \beta_0 = 1)$

สรุปผลการวิจัย

ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (DHWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น (TEWMA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง (DMEWMA) เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมาซึ่งกำหนดพารามิเตอร์รูปร่าง และพารามิเตอร์บ่งขนาด เท่ากับ 1, 2, 8 และกำหนดค่าพารามิเตอร์ปรับเรียบ (λ) ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิด เท่ากับ 0.03, 0.05, 0.07, 0.1, 0.3, 0.5 พบว่าเมื่อกระบวนการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ขนาด 0.01 ถึง 0.06 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักเหมือนกันซ้ำสองครั้ง (DHWMA), แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสามชั้น (TEWMA), แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังปรับปรุงซ้ำสองครั้ง (DMEWMA) ทั้ง 3 ชนิด มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ใกล้เคียงกัน แต่เมื่อกระบวนการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ขนาด 0.07-0.5 แผนภูมิควบคุม DHWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด

ภายใต้สถานการณ์ที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา $G(2,2)$ กรณี $\lambda = 0.05$ ที่ $0.07 < \delta < 0.1$ และกรณี $\lambda = 0.07$ ที่ $0.02 < \delta < 0.06$ และเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา $G(2,1)$ กรณี $\lambda = 0.5$ ที่ $0.07 < \delta < 0.1$ และ $0.1 < \delta < 0.5$ แผนภูมิควบคุม TEWMA มีแนวโน้มมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่น

แต่กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา $G(8,1)$ แผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิดมีประสิทธิภาพในการตรวจพบการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการน้อยกว่ากรณีข้อมูลที่ข้อมูลมีการแจกแจงอื่น

ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ (Out of control) โดยพิจารณาจากค่า ARL_1 ภายใต้ $ARL_0 = 370$ เท่านั้น แต่จะไม่นำ ARL_0 มาเปรียบเทียบด้วย เพราะถือว่ากระบวนการยังคงทำงานเป็นปกติ หรือยังอยู่ภายใต้การควบคุม (In control)

การประยุกต์กับข้อมูลจริง

ข้อมูลที่น่ามาใช้ในการวิจัยเป็นข้อมูลอายุการใช้งานของคลัตช์ลูกปืน 23 ชิ้นและมีการแจกแจงแกมมาโดยมีพารามิเตอร์รูปร่างและพารามิเตอร์บ่งขนาดเป็น 5.16 และ 0.81 ตามลำดับ (Shanker et.al, 2016) เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดให้พารามิเตอร์รูปร่างและพารามิเตอร์บ่งขนาดเป็น 5 และ 0.81

ตารางที่ 7 ข้อมูลจริงและค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม TEWMA DHWMA และ DMEWMA

ลำดับที่	อายุการใช้งาน	ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม				
		$L=0.12,$ $UCL=4.08$	$L=0.73$	$L=0.72,$ $UCL=4.2646$	$L=0.72,$ $UCL=4.2644$	
i	X_i	W_i	DH_i	UCL	DM_i	DM_i
1	7.100	4.182*	4.209*	4.063	4.187	4.181
2	9.633	4.193	7.125	5.378	4.231	4.204
3	7.100	4.211	8.353	4.989	4.306*	4.264
4	5.880	4.237	7.923	4.817	4.389	4.344*
5	5.840	4.268	7.412	4.714	4.471	4.428
6	5.700	4.305	6.667	4.644	4.551	4.5098
7	5.480	4.345	6.861	4.592	4.626	4.587
8	5.173	4.388	6.661	4.552	4.693	4.658
9	4.673	4.431	6.006	4.519	4.750	4.721
10	3.826	4.474	6.262	4.493	4.791	4.771
11	3.813	4.513	6.018	4.470	4.815	4.803
12	3.802	4.549	5.354	4.450	4.825	4.820
13	3.766	4.581	5.649	4.433	4.822	4.823
14	3.086	4.606	5.497	4.4187	4.805	4.813
15	3.006	4.625	5.324	4.405	4.774	4.790
16	2.886	4.637	5.169	4.393	4.731	4.753
17	2.880	4.642	4.605	4.382	4.678	4.704
18	2.711	4.640	4.898	4.372	4.616	4.647
19	2.533	4.630	4.775	4.363	4.545	4.580
20	2.340	4.613	4.655	4.355	4.467	4.506
21	2.306	4.589	4.539	4.347	4.383	4.425
22	1.833	4.557	4.047	4.340	4.291	4.337
23	1.800	4.518	4.309	4.333	4.192	4.241

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมกำหนดให้พารามิเตอร์รูปร่างและพารามิเตอร์บ่งขนาดเป็น 5 และ 0.81 จากตารางพบว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA และ DHWMA สามารถตรวจจับพบค่าออกนอกการควบคุม ได้ครั้งแรกในลำดับที่ $i=1$ ส่วนแผนภูมิควบคุม DMEWMA เมื่อกำหนดค่า $k = -\lambda/2$ ตรวจจับพบค่าออกนอกการควบคุม ได้ครั้งแรกในลำดับที่ $i=3$ และแผนภูมิควบคุม DMEWMA เมื่อกำหนดค่า $k = -\lambda/4$ ตรวจจับพบค่าออกนอกการควบคุม ได้ครั้งแรกในลำดับที่ $i=4$

จากการประยุกต์ใช้งานข้อมูลจริง พบว่าแผนภูมิควบคุม TEWMA และ DHWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้รวดเร็วกว่าแผนภูมิ DMEWMA เมื่อกำหนดค่า $k = -\lambda / 2$ และ $k = -\lambda / 4$

เอกสารอ้างอิง

- Abid, M., Shabbir, A., Nazir, H. Z., Sherwani R. A. K., & Riaz, M. (2020). A double homogeneously weighted moving average control chart for monitoring of the process mean. *Quality and Reliability Engineering International*, 36(5), 1513-1527. <http://doi.org/10.1002/qre.2641>
- Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C. (2022). Modified EWMA and DEWMA control charts for process monitoring. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 51(21), 7390-7412. <https://doi.org/10.1080/03610926.2021.1872642>
- Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C. (2021). The triple exponentially weighted moving average control chart. *Quality Technology & Quantitative Management*, 18(3), 326-354. <http://dx.doi.org/10.1080/16843703.2020.1809063>
- Gonzalez, I. M., & Viles, E. (2001). Design of R control chart assuming a gamma distribution. *Economic Quality Control*, 16(2), 199-204. <http://doi.org/10.1515/EQC.2001.199>
- Montgomery, D. C. (2012). *Introduction to statistical quality control* (7th ed.). Wiley, New York.
- Page, E. S. (1961). Cumulative Sum Control Chart. *Technometrics*, 3, 1-9.
- Roberts, S. W. (1959). Control chart tests based on geometric moving averages. *Technometrics*, 1(3), 239-250.
- Shanker, R., Shukla, K. K., Shanker, R., & Leonida, T. A. (2016). On modeling of lifetime data using two-parameter Gamma and Weibull distributions. *Biometrics & biostatistics International journal*, 4(5), 1-6. <https://doi.org/10.15406/bbij.2016.04.00107>
- Sheu, S-H., & Lin, T-C. (2006). The generally weighted moving average control chart for detecting small shifts in the process mean. *Quality Engineering*, 16(2), 209-231. <https://doi.org/10.1081/QEN-120024009>