

Research Article

ประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สำหรับกระบวนการ ปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ เมื่อพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง

Efficient Moving Average Control Chart for Zero Truncated Poisson Processes when Parameter Changed

กณิศา เพ็ชรรัตน์^{1*}

Kanita petcharat^{1*}

¹มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บางซื่อ กรุงเทพฯ 10800 ประเทศไทย

¹ Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok 10800, Thailand

*E-mail: kanita.p@sci.kmutnb.ac.th

Received: 17/08/2020; Revised: 20/09/2020; Accepted: 29/09/2020

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average: MA) สำหรับตรวจจับการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ λ เมื่อ λ คือค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ โดยกำหนดให้ความกว้างของการหาค่าเฉลี่ย (w) มีค่าเท่ากับ 3 4 และ 5 ตามลำดับ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP) นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ หรือแผนภูมิควบคุม c ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ λ ซึ่งเกณฑ์ที่วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL) โดยใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo) ผลการวิจัยพบว่า เมื่อความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม MA จะมีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิได้เร็วขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิขนาดเล็ก ($\delta \leq 0.5$) ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม c แต่เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิขนาดใหญ่ ($\delta \geq 0.8$) พบว่าแผนภูมิควบคุม c จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA

คำสำคัญ : ความยาวรันเฉลี่ย, การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์, แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

Abstract

The aim of this research is to study the performance of moving average control chart (MA) for monitoring parameter λ , which λ be average of amount of defectives with span size (w) are equal 3, 4 and 5, respectively when observations are zero truncated Poisson (ZTP). In addition, the performance of the control chart between MA and C charts are measured by average run length (ARL) using Monte Carlo simulation method. The results show that the efficiency of MA control chart increases as the value of span size (w) increases. The comparison between MA and c control charts shows that MA control chart is more efficient in detecting small changes ($\delta \geq 0.8$) in the process but c control chart is more efficient in detecting large changes ($\delta \leq 0.5$) in the process.

Keywords: average run length, zero truncated Poisson, moving average control chart

บทนำ

การควบคุมคุณภาพในโรงงานอุตสาหกรรมมีความสำคัญอย่างยิ่ง เนื่องจากเป็นเครื่องมือในการเพิ่มประสิทธิภาพการผลิตที่สามารถลดความบกพร่องต่างๆ และลดปริมาณของเสียที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตได้ โดยประยุกต์ใช้เครื่องมือควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ (statistical quality control) มาช่วยในการเก็บข้อมูลและแก้ไขข้อบกพร่อง วิธีการหนึ่งที่นิยมใช้ในการควบคุมกระบวนการผลิต คือ แผนภูมิควบคุม (control chart) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการตรวจจับ และควบคุมการผลิตเพื่อให้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพสูง เครื่องมือเหล่านี้ช่วยให้การผลิตสินค้าเป็นไปตามขอบเขตที่กำหนดก่อนการตรวจสอบคุณภาพ รูปแบบของแผนภูมิควบคุมทั้งหลายได้รับการพัฒนาเพื่อตรวจสอบกระบวนการสำหรับสถานการณ์ต่างๆ การควบคุมคุณลักษณะของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ให้สอดคล้องกับข้อกำหนดหรือมาตรฐานในการผลิตที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย ได้แก่ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (แผนภูมิควบคุม p) ซึ่งแผนภูมิควบคุม p ใช้ในการตรวจจับสัดส่วนของเสียที่เกิดขึ้น โดยมีการแจกแจงแบบทวินาม ในขณะที่ แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ หรือแผนภูมิควบคุม c และแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิต่อหน่วย (แผนภูมิควบคุม u) มักใช้ตรวจจับกระบวนการที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง โดยทั่วไปแผนภูมิควบคุมทั้ง 3 ชนิดซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมคุณลักษณะของของชูฮาร์ต (Shewhart chart) จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยที่มีขนาดใหญ่ แต่ถ้ากระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยขนาดเล็ก แผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (exponentially weighted moving average: EWMA) ซึ่งแผนภูมิควบคุม EWMA จะมีตัวสถิติ EWMA ซึ่งจะให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตของกระบวนการ ในปี 1990 Gan ทำการศึกษาจำนวนของเสียที่มีการแจกแจงแบบทวินามโดยใช้แผนภูมิควบคุม EWMA พบว่า มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยจำนวนของเสียดีกว่าแผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (แผนภูมิควบคุม np)

ปัจจุบันเทคโนโลยีในการผลิตมีความก้าวหน้ามากยิ่งขึ้น ส่งผลให้โอกาสที่จะเกิดผลิตภัณฑ์เสีย หรืออาจทำให้พบรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์แต่ละหน่วยมีน้อยมาก ในกรณีที่มีการตรวจสอบรอยตำหนิ หากไม่พบรอยตำหนิบนผลิตภัณฑ์ในหลาย ๆ ครั้งที่สุ่มตรวจสอบ การแจกแจงของจำนวนรอยตำหนิลักษณะนี้เรียกว่า การแจกแจงแบบปัวซองที่มีศูนย์มาก (zero inflated Poisson: ZIP) การแจกแจงแบบปัวซองโดยทั่วไปจะมีพารามิเตอร์ของค่าเฉลี่ยจำนวนรอยตำหนิ (λ) เพียงตัวเดียว ในขณะที่ การแจกแจงแบบ ZIP จะมีคุณลักษณะของสัดส่วนของรอยตำหนิที่เป็นศูนย์ (π) ในปี 2001 Xie et al. ใช้แผนภูมิควบคุม C ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงกระบวนการที่ผลิตภัณฑ์มีจำนวนรอยตำหนิที่เป็นศูนย์มาก พบว่าแผนภูมิควบคุม C สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้อย่างมีประสิทธิภาพ ในปี 2012 Fatahi et al. นำเสนอแผนภูมิควบคุม EWMA กับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบ ZIP พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังได้ประยุกต์ใช้ข้อมูลจริงในการตรวจจับอุบัติการณ์การโดนเข็มทิ่มตำในโรงพยาบาล ในขณะเดียวกันได้มีนักวิจัยที่สนใจศึกษาการแจกแจงแบบปัวซองที่ไม่มี “ศูนย์” เกิดขึ้นเลย ซึ่งจะเป็นการนับจำนวนรอยตำหนิชนิดใดชนิดหนึ่งที่ต้องเกิดขึ้น ซึ่งข้อมูลลักษณะดังกล่าว เรียกว่า การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP) ปี 2012 He และ Li ได้ทำการศึกษากระบวนการที่มีลักษณะ ZIP และ ZTP ในแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (cumulative sum chart : CUSUM) โดยการจำลองสถานการณ์ต่างๆ นอกจากนี้ยังได้ทำการประยุกต์ใช้กับข้อมูลการบรรจุภัณฑ์ของไดโอดเปล่งแสง (lighting emitting diode : LED) พบว่า ZTP CUSUM ตรวจจับจำนวนการเปลี่ยนแปลงรอยตำหนิได้เร็วกว่า ZIP CUSUM นอกจากนี้ ในปี 2017 Leong et al. ได้ทำการศึกษาแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับกระบวนการ ZTP ในกรณีที่ใช้การสนองตอบอย่างรวดเร็ว (fast initial response) พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีความไวในการตอบสนองการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้อย่างรวดเร็ว ในกรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก และสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับข้อมูลจำนวนวันพักฟื้นในโรงพยาบาลของผู้ป่วยที่ผ่าตัดไส้ติ่ง และ ผ่าตัดถุงน้ำดี ในปี 2018 Sukparungsee ได้ทำการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม CUSUM โดยใช้ลูกโซ่มาร์คอฟ เมื่อกระบวนการมีลักษณะการแจกแจงแบบ ZIP นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมอื่น พบว่าเมื่อกระบวนการมีลักษณะการแจกแจง ZIP แผนภูมิควบคุม CUSUM มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่า แผนภูมิควบคุม EWMA แต่ในขณะที่มีการเปลี่ยนแปลงมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ พบว่า แผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพดีกว่า เกณฑ์ที่นิยมใช้ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือ ความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL) ซึ่งเป็นค่าที่แสดงว่ามีประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยควรมีค่ามากที่สุด แทนด้วยสัญลักษณ์ ARL_0 แต่เมื่อกระบวนการอยู่นอกเขตควบคุม (out of control process) ค่าความยาวรันเฉลี่ยควรมีค่าต่ำ แทนด้วยสัญลักษณ์ ARL_1 ซึ่งแผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL_1 ต่ำที่สุดแสดงว่าแผนภูมินั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด

นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้ตรวจจับสัดส่วนของเสีย ยังมีแผนภูมิควบคุมชนิดอื่นๆ เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average : MA) ซึ่งนำเสนอโดย Khoo ในปี 2004 โดยใช้แผนภูมิควบคุมดังกล่าวมาตรวจจับสัดส่วนของเสีย พบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของเสียขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม p และแผนภูมิควบคุม EWMA ในปี 2017 Saeed et al. ทำการศึกษาแผนภูมิควบคุม MA ในการตรวจจับจำนวนของเสีย เมื่ออายุของผลิตภัณฑ์มีการแจกแจงไวบูลแบบตัดทอนเวลา พบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับจำนวนของเสียได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (np chart) จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่ากรณีข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (ZTP) ยังไม่มีการนำมาศึกษาบนแผนภูมิควบคุม MA ซึ่งการแจกแจงในลักษณะนี้เป็นที่นิยมใช้มากทางด้านอุตสาหกรรม เช่น การตรวจจับรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ที่ไม่เกิดศูนย์ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง ปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์เมื่อพารามิเตอร์มีการเปลี่ยนแปลง นอกจากนี้ยังทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม c

1. แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving average control chart: MA)

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (moving Average Control Chart: MA) ที่เสนอในปี 2004 โดย Khoo ใช้เพื่อทำการตรวจสอบจำนวนความไม่สำเร็จหรือของเสียในแต่ละกลุ่มย่อย ซึ่งในการตรวจจับของเสีย แผนภูมิดังกล่าวจะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดี ในการสร้างแผนภูมิควบคุม MA ค่าสถิติที่นำไปพล็อตในแผนภูมิได้จากตัวสถิติดังนี้

$$MA_i = \frac{D_i + D_{i-1} + \dots + D_{i-w+1}}{w} \quad (1)$$

เมื่อ D_i คือ จำนวนของเสีย ที่ เวลา i ซึ่งมีการแจกแจงแบบทวินาม ที่มีค่าเฉลี่ย $E(D_i) = np_0$ และความแปรปรวน $Var(D_i) = np_0(1-p_0)$

w คือ ความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่
จะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ MA_i ดังนี้

$$E(D_i) = np_0 \quad (2)$$

$$Var(D_i) = \frac{np_0(1-p_0)}{w} \quad (3)$$

เมื่อ n คือ ขนาดตัวอย่างในแต่ละกลุ่มย่อย
 p_0 คือ สัดส่วนของเสีย

เมื่อกำหนดให้ เส้นกลาง (center line : CL) ขีดจำกัดควบคุมบน (upper control limit : UCL) และ ขีดจำกัดควบคุมล่าง (lower control limit : LCL) ของแผนภูมิควบคุม MA เป็นดังสมการ

$$\begin{aligned} \text{LCL} &= np_0 - k\sqrt{\frac{np_0(1-p_0)}{w}} \\ \text{CL} &= np_0 \\ \text{UCL} &= np_0 + k\sqrt{\frac{np_0(1-p_0)}{w}} \end{aligned} \quad (4)$$

เมื่อ k คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของแผนภูมิควบคุม
กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมเมื่อ $\text{LCL} \leq MA_i \leq \text{UCL}$ อาจกล่าวได้ว่ากระบวนการอยู่นอกการควบคุมเมื่อ $MA_i > \text{UCL}$ หรือ $MA_i < \text{LCL}$

2. แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ (แผนภูมิควบคุม c)

แผนภูมิควบคุมรอยตำหนิ หรือแผนภูมิควบคุม c เป็นแผนภูมิที่นิยมใช้ในการควบคุมรอยตำหนิที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย ซึ่ง 1 หน่วยอาจหมายถึง ชิ้นงาน 1 ชิ้น หรือ จำนวนรอยตำหนิ 1 รอย ต่อ หน่วยพื้นที่ แผนภูมิควบคุม c จะใช้เมื่อขนาดตัวอย่างหรือจำนวนหน่วยของการตรวจสอบคงที่ เมื่อกำหนดให้ X คือตัวแปรสุ่มแทนจำนวนรอยตำหนิหรือ จุดบกพร่องที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย ซึ่งสามารถอธิบายได้ว่า X มีการแจกแจงแบบปัวซอง (Poisson distribution) ที่มีฟังก์ชันแจกแจงความน่าจะเป็นคือ

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x=0,1,2,3,\dots \text{ และ } c > 0 \quad (5)$$

เมื่อ λ คือ จำนวนรอยตำหนิหรือจุดบกพร่องเฉลี่ยที่เกิดขึ้นบนผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย
จะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน คือ $E(X) = V(X) = \lambda$ เมื่อกำหนดให้ เส้นกลาง (center line: CL) ขีดจำกัดควบคุมบน (upper control limit: UCL) และ ขีดจำกัดควบคุมล่าง (lower control limit: LCL) ของแผนภูมิควบคุม c กำหนดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{LCL} &= \lambda - 3\sqrt{\lambda} \\ \text{CL} &= \lambda \\ \text{UCL} &= \lambda + 3\sqrt{\lambda} \end{aligned} \quad (6)$$

ในทางปฏิบัติอาจต้องทำการเก็บข้อมูลมาตรวจสอบจำนวนหนึ่ง แล้วสร้างแผนภูมิควบคุม c โดยการประมาณค่า λ

ด้วย $\bar{c}$ เมื่อ $\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^N c_i}{N}$ โดยที่ c คือจำนวนรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ และ N คือขนาดของข้อมูลที่น่ามาตรวจสอบ

3. การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP)

ในงานวิจัยนี้ใช้การแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ (zero truncated Poisson: ZTP) ซึ่งมีรูปแบบการแจกแจงความน่าจะเป็น ดังนี้

$$\text{ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น } x=1,2,3,\dots, f(x,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!(1-e^{-\lambda})} \quad (7)$$

เมื่อ x คือจำนวนเต็มบวกใดๆ ($x=1,2,3,\dots$)

λ คือค่าเฉลี่ยรอยคำหนิของผลิตภัณฑ์ที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง $\lambda > 0$ ซึ่งจะได้ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ดังนี้

$$\text{ค่าเฉลี่ย} \quad E(X) = \mu_0 = \frac{\lambda}{1-e^{-\lambda}} \quad (8)$$

$$\text{ค่าความแปรปรวน} \quad V(X) = \frac{\lambda}{1-e^{-\lambda}} \left(1 - \frac{\lambda e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}} \right) \quad (9)$$

4. ความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL)

ความยาวรันเฉลี่ย (average run length: ARL) เป็นเกณฑ์ที่นิยมใช้ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม ในงานวิจัยนี้จึงใช้ค่า ARL ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม C กับแผนภูมิควบคุม MA โดยทำการประมาณค่า ARL ด้วยวิธีการจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$ARL = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M RL_i \quad (10)$$

โดยที่ M คือ จำนวนครั้งการทำซ้ำของการจำลอง ในที่นี้กำหนดให้ $M = 50,000$ รอบ

RL_i คือ จำนวนตัวอย่างที่สุ่มมาตรวจสอบจนกว่าจะพบว่าค่าสถิติออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรกในการจำลองครั้งที่ i ($i=1,2,3,\dots,M$)

5. วิธีดำเนินการวิจัย

ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมรอยคำหนิ C กับแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ มีระเบียบวิธีดำเนินการวิจัยมีดังนี้

5.1 จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ โดยกำหนดให้ λ แทนค่าเฉลี่ยจำนวนรอยคำหนิของผลิตภัณฑ์ เมื่อกระบวนการคงที่ หรืออยู่ภายใต้การควบคุม $\lambda = \lambda_0 = 2$ และ 5 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 700 และขนาดกลุ่มย่อย เท่ากับ 20

5.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม กำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงจำนวนรอยตำหนิของกระบวนการผลิต เมื่อ $\lambda_1 = (1 + \delta)\lambda_0$ เมื่อ δ คือระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ มีค่าเท่ากับ 0, 0.1, 0.2, ..., 1.0 และ λ_1 คือค่าเฉลี่ยของจำนวนรอยตำหนิในกระบวนการผลิตที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งกรณี $\delta = 0$ จะได้ว่า $\lambda_1 = \lambda_0$

5.3 กำหนดค่าความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (w) สำหรับแผนภูมิ MA เท่ากับ 3 4 และ 5

5.4 คำนวณค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม C กับแผนภูมิควบคุม MA

5.5 คำนวณหาขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม C และ สัมประสิทธิ์ความกว้างของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อกำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 370 ที่ $\lambda_0 = 2$ และ $\lambda_0 = 5$

5.6 ทำการจำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ เมื่อกระบวนการอยู่ภายนอกการควบคุมต่างๆ ด้วยวิธีมอนติคาร์โล และทำการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม (ARL_1) ในทุกๆ ระดับการเปลี่ยนแปลง

5.7 เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม C กับ แผนภูมิควบคุม MA โดยพิจารณา δ ในทุกระดับ

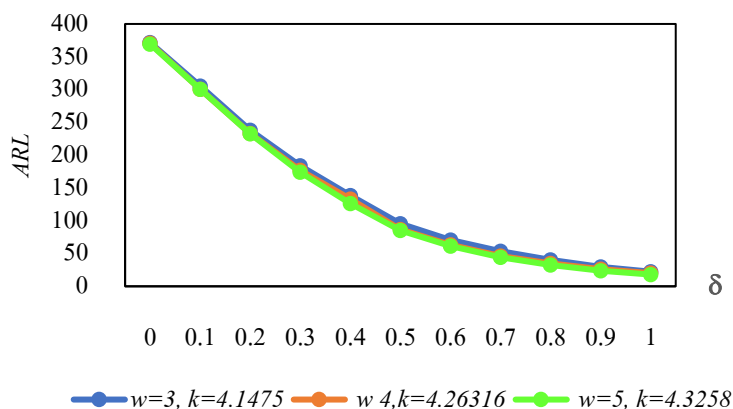
ผลการวิจัย

การหาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์จะแสดงตามตารางที่ 1 และ ตารางที่ 2 ตามลำดับ นอกจากนี้ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม C กับแผนภูมิควบคุม MA ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยรอยตำหนิของผลิตภัณฑ์ (λ) ในตารางที่ 3 และ ตารางที่ 4 ตามลำดับได้ผลลัพธ์ดังนี้

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม MA ที่ δ ระดับต่างๆ เมื่อ $\lambda_0 = 2$

δ	แผนภูมิควบคุม MA		
	$w = 3, k = 4.1475$	$w = 4, k = 4.26316$	$w = 5, k = 4.3258$
0	371.592	370.528	369.428
0.1	305.274	300.659	300.371*
0.2	237.870	232.938	232.563*
0.3	183.579	177.002	174.097*
0.4	138.415	133.286	126.274*
0.5	95.639	86.940	85.025*
0.6	70.682	63.133	61.147*
0.7	53.559	46.208	44.363*
0.8	40.372	35.134	32.697*
0.9	29.413	26.150	23.738*
1.0	22.339	20.131	18.011*

หมายเหตุ * หมายถึง ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย δ

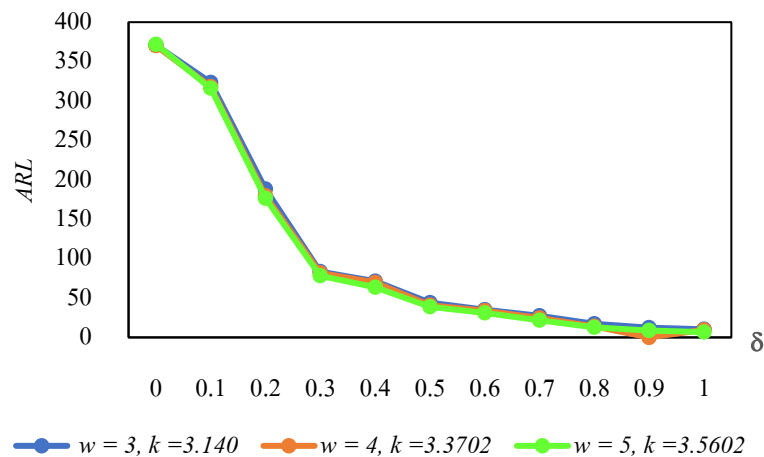


รูปที่ 1 แสดงค่า ARL_0 และ ARL_1 ที่ δ ระดับต่างๆ

ตารางที่ 2 เปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม MA ที่ δ ระดับต่างๆ เมื่อ $\lambda_0 = 5$

δ	MA chart		
	$w = 3, k = 3.140$	$w = 4, k = 3.3702$	$w = 5, k = 3.5602$
0	370.746	370.052	371.961
0.1	323.557	318.050	316.118*
0.2	188.325	179.642	176.295*
0.3	83.579	81.920	78.143*
0.4	71.275	69.775	63.527*
0.5	44.263	40.864	38.995*
0.6	35.063	33.912	31.252*
0.7	27.559	24.482	21.741*
0.8	17.372	14.155	12.686*
0.9	12.413	10.150.	8.769*
1.0	10.293	9.404	6.758*

หมายเหตุ * หมายถึง ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย δ

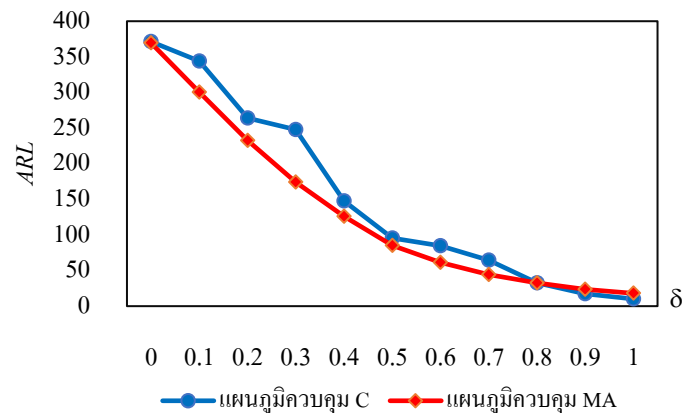


รูปที่ 2 แสดงค่า ARL_0 และ ARL_1 ที่ δ ระดับต่างๆ

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม C กับแผนภูมิควบคุม MA ที่ δ ระดับต่างๆ เมื่อ $\lambda_0 = 2$

δ	แผนภูมิควบคุม C $n=20$	แผนภูมิควบคุม MA $w = 5, k = 4.3258$
0	371.279	369.428
0.1	344.153	300.371*
0.2	263.985	232.563*
0.3	247.824	174.097*
0.4	147.824	126.274*
0.5	95.656	85.025*
0.6	84.587	61.147*
0.7	64.602	44.363*
0.8	32.551*	32.697
0.9	17.509*	23.738
1.0	10.061*	18.011

หมายเหตุ * หมายถึง ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย δ

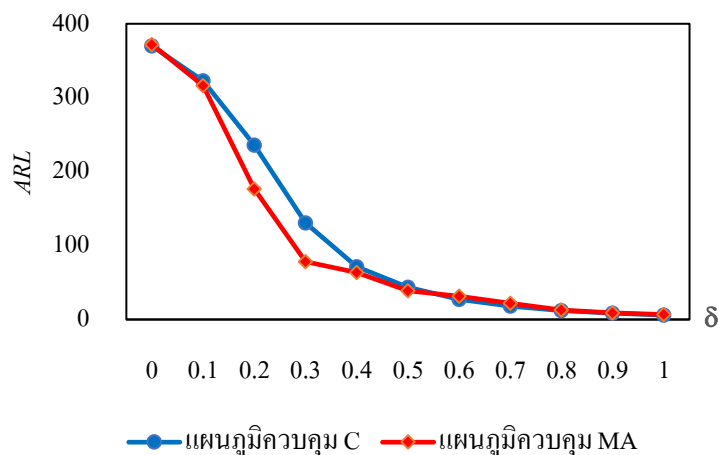


รูปที่ 3 แสดงค่า ARL_0 และ ARL_1 ที่ δ ระดับต่างๆ

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม C กับแผนภูมิควบคุม MA ที่ δ ระดับต่างๆ เมื่อ $\lambda_0 = 5$

δ	แผนภูมิควบคุม C	แผนภูมิควบคุม MA
	$n=20$	$w = 5, k = 3.5602$
0	369.915	371.961
0.1	322.724	316.118*
0.2	235.637	176.295*
0.3	130.693	78.143*
0.4	71.170	63.527*
0.5	43.618	38.995*
0.6	27.064*	31.252
0.7	17.963*	21.741
0.8	11.928*	12.686
0.9	8.311*	8.769
1.0	5.865*	6.758

หมายเหตุ * หมายถึง ค่า ARL_1 ที่ต่ำที่สุดในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ย δ



รูปที่ 4 แสดงค่า ARL_0 และ ARL_1 ที่ δ ระดับต่างๆ

การวิจัยครั้งนี้ทำการศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ ซึ่งประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมใช้การพิจารณาความยาวรันเฉลี่ย โดยทำการศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อกำหนดระดับความกว้างของการหาค่าเฉลี่ย เท่ากับ 3 4 และ 5 ตามลำดับ นอกจากนี้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม C ซึ่งข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ได้มาจากการจำลองข้อมูลโดยวิธีมอนติคาร์โล เพื่อหาความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) มีค่าเท่ากับ 370 และพิจารณาความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) ถ้าค่า ARL_1 มีค่าต่ำสุดแสดงถึงแผนภูมิควบคุมมีประสิทธิภาพดีที่สุด จากตารางที่ 1 และ ตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม MA เมื่อ $\lambda_0 = 2$ และ $\lambda_0 = 5$ ตามลำดับ โดยกำหนดระดับความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3 4 และ 5 พบว่าเมื่อระดับความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม MA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยรายดำหนิของผลิตภัณฑ์ได้รวดเร็วขึ้น แสดงได้ดังรูปที่ 1 และ รูปที่ 2 จากตารางที่ 3 และ ตารางที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม C เมื่อ $\lambda_0 = 2$ และ $\lambda_0 = 5$ ตามลำดับ พบว่ากรณีที่ $\lambda_0 = 2$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายดำหนิของผลิตภัณฑ์ที่มีขนาดเล็ก และขนาดกลาง ($0.1 \leq \delta \leq 0.7$) ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม C แต่เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมีขนาดใหญ่ ($0.8 \leq \delta \leq 1.0$) แผนภูมิควบคุม C จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายดำหนิของผลิตภัณฑ์ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA แสดงได้ดังรูปที่ 3 กรณีที่ $\lambda_0 = 5$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายดำหนิของผลิตภัณฑ์ขนาดเล็ก ($0.1 \leq \delta \leq 0.5$) ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม C แต่เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงมีกลางและขนาดใหญ่ ($0.6 \leq \delta \leq 1.0$) แผนภูมิควบคุม C จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายดำหนิของผลิตภัณฑ์ได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA แสดงได้ดังรูปที่ 4

วิจารณ์และสรุปผลการวิจัย

ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม MA สำหรับตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายคำหนิของผลิตภัณฑ์ (λ) เมื่อกำหนดให้ค่าความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 3 4 และ 5 ตามลำดับ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปัวซองที่มีการตัดปลายศูนย์ ซึ่งเกณฑ์ที่วัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคือความยาวรันเฉลี่ย โดยใช้วิธีการจำลองมอนติคาร์โล ผลการวิจัยพบว่า เมื่อความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม MA จะมีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายคำหนิของผลิตภัณฑ์ได้เร็วขึ้น นอกจากนี้การเปรียบเทียบประสิทธิภาพแผนภูมิควบคุม MA กับแผนภูมิควบคุม C ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายคำหนิของผลิตภัณฑ์ พบว่าแผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยรายคำหนิของผลิตภัณฑ์ที่มีขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม C แต่เมื่อค่าเฉลี่ยรายคำหนิของผลิตภัณฑ์มีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ พบว่า แผนภูมิควบคุม C จะมีประสิทธิภาพในตรวจจับได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม MA

ทั้งนี้แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สามารถประยุกต์ใช้กับข้อมูลประเภทอื่นได้ เช่น การแจกแจงทวินามลบประเภทตัดปลายศูนย์ (zero truncated negative binomial distribution: ZNTB) เป็นต้น หรืออาจนำแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมอื่นๆ เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่สองครั้ง (double moving average: DMA)

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ ได้รับทุนสนับสนุนโครงการทุนวิจัยทั่วไป จากคณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ สัญญาทุนเลขที่ 6245107 ผู้วิจัยขอขอบพระคุณมา ณ ที่นี้ด้วย

เอกสารอ้างอิง

- Alghamdi, S.A.D., Aslam, M. Khan, K. & Jun, C-H. (2017). A Time Truncated Moving Average Chart for the Weibull Distribution. in *IEEE Access*, 5, 7216-7222. <http://doi: 10.1109/ACCESS.2017.2697040>
- Fatahi, A.A., Noorossana, R., Dokouhaki, P. & Moghaddam, B.F. (2012). Zero inflated Poisson EWMA control chart for monitoring rare health-related event. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*. 12(4). <http://doi.org/10.1142/S0219519412500650>.
- Gan, F.F. (1990). Monitoring Poisson Observations using Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Charts. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*. 19, 124-103. <https://doi.org/10.1080/03610919008812847>

- He, S. and Li, S. (2012). *A combination of CUSUM charts for monitoring a Zero-inflated Poisson Process*. pp. 168-174. In International Conference on Management Science & Engineering (19th) Dallas TX, <http://doi:10.1109/ICMSE.2012.6414178>
- Khoo, M. (2004). A moving average control chart for monitoring the fraction non-conforming. *Quality and Reliability of Engineering International*. 20, 617-635. <https://doi.org/10.1002/qre.576>
- Leong, R.N., Co. F., Mojica.V.J. &Tan, D.S. (2017). An exponentially weighted moving average control chart for Zero-truncated Poisson processes: a design and analytic framework with fast initial response feature. *The Philippine Statistician*. 66(1), 21-40. https://www.psai.ph/docs/publications/tps/tps_2017_66_1_2.pdf
- Sukparungsee, S. (2018). Average run length of cumulative sum control chart by markov chain approach for zero-inflated Poisson processes. *Thailand Statistician*. 16(1), 6-13. <https://ph02.tci-thaijo.org/index.php/thaistat/article/view/67645/88480>
- Xie, M., He, B. & Goh. T.N. (2008). Zero-inflated Poisson model in statistical process control. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 37, 1440-1452. [https://doi.org/10.1016/S0167-9473\(01\)00033-0](https://doi.org/10.1016/S0167-9473(01)00033-0)