The Journal of Applied Science **Vol. 18 No. 1: 94-115 [2019]**
วารสารวิทยาศาสตร์ประยุกต์ doi: 10.14416/j.appsci.2019.05.002
ISSN 1513-7805 (Printed in Thailand) ISSN 2586-9663 (Online)

Research Article

การออกแบบแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง-ทูกีโดยใช้ค่าพิสัยเคลื่อนที่

On designing of double exponentially weighted moving average-Tukey control chart based on moving range

สุพิชชา นักวิพา[1] เสาวณิต สุขภารังษี[1]* และ ยุพาภรณ์ อารีพงษ์[1]

Supicha Nukvira[1], Saowanit Sukparungsee[1]* and Yupaporn Areepong[1]

[1]ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ บางซื่อ กรุงเทพ 10800

[1]Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok 10800, Thailand

***E-mail**: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th

Received: 14/01/2019; Revised: 10/05/2019; Accepted: 21/05/2019

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเสนอแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง-ทูกี (double exponentially weighted moving average-Tukey control chart: DEWMA-Tukey) โดยใช้ค่าพิสัยเคลื่อนที่เพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงความผันแปรของกระบวนการ เมื่อกระบวนการมีลักษณะแบบสมมาตรและไม่สมมาตร และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าความผันแปรกับแผนภูมิควบคุมของทูกี (Tukey's control chart: Tukey) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง (double exponentially weighted moving average control chart: DEWMA) และแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง-ทูกี (double exponentially weighted moving average-Tukey control chart: DEWMA-Tukey) เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพ คือ ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (out of control average run length: ARL_0) กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in control average run length: ARL_1) เท่ากับ 370 และ 500 โดยประมาณค่า ARL_1 จากวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล พบว่า เมื่อ ARL_0=370 และคาบการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่เท่ากับ 2, 3 และ 10 แผนภูมิควบคุม

DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงในการกระจายของกระบวนการดีกว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุมของ Tukey เมื่อกระบวนการมีลักษณะสมมาตรและไม่สมมาตรในทุกระดับการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมไม่อิงค่าพารามิเตอร์, การกระจาย, ความยาวรันเฉลี่ย, ค่าพิสัยเคลื่อนที่, วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล

Abstract

The objectives of this research are to present a mixed double exponentially weighted moving average-Tukey's control chart (DEWMA-Tukey) using a moving range to detect process variation, when the process is symmetric and asymmetric, and to compare performance in detecting variation among Tukey's control chart (Tukey), double exponentially weighted moving average control chart (DEWMA), exponentially weighted moving average-Tukey control chart (EWMA-Tukey) and double exponentially weighted moving average-Tukey's control chart (DEWMA-Tukey). Criteria used to determine performance is the out of control average run length (ARL_1) when in control average run length is given to 370 and 500. The numerical results are obtained from the Monte Carlo simulation. It is found that when the ARL_0=370 and the width of moving range (MR) is set at 1, 3 and 10. The performance of DEWMA-Tukey is superior to the DEWMA and Tukey control charts for detecting changes in process variation for both of symmetric and asymmetric distribution and all magnitudes of change.

Keywords: nonparametric control chart, dispersion, moving range, average run length, Monte Carlo simulation method

บทนำ

ปัจจุบันการควบคุมคุณภาพของการผลิตใช้กันอย่างแพร่หลายในโรงงานอุตสาหกรรม เนื่องจากในโรงงานอุตสาหกรรมมีจุดประสงค์หลักที่ต้องการทำให้ผลิตภัณฑ์ให้ตรงตามคุณสมบัติที่วางแผนไว้ ทั้งนี้ในกระบวนการผลิตนั้นอาจเกิดความผันแปร ซึ่งความผันแปรของกระบวนการผลิตนั้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท ประเภทที่หนึ่งคือความผันแปรที่ไม่สามารถระบุสาเหตุได้ (chance variation) เป็นความผันแปรที่เกิดขึ้นเล็กน้อยไม่มีความรุนแรง ถือว่าเป็นเรื่องปกติที่สามารถเกิดขึ้นโดยทั่วไป ประเภทที่สองคือ ความผันแปรที่ระบุสาเหตุได้ (assignable variation) เป็นความผันแปรที่สร้างผลกระทบสูง เกิดความรุนแรงต่อกระบวนการผลิต ความผันแปร

ชนิดนี้จำเป็นต้องหาสาเหตุให้ได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจาก 4 ปัจจัย คือ เครื่องจักร (machine) วัตถุดิบ (material) คน (man) และวิธีการทำงาน (method) เครื่องมือทางสถิติที่มีความสำคัญในการควบคุมกระบวนการผลิตคือ แผนภูมิควบคุม (control chart) ในปี ค.ศ. 1931 Shewhart ได้เสนอการใช้แผนภูมิควบคุม (Shewhart, 1931) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพใช้ในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิต แบ่งเป็น 2 ประเภท คือแผนภูมิควบคุมที่ใช้กับลักษณะของคุณภาพผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการชั่ง ตวง วัด หรือลักษณะข้อมูลเชิงปริมาณ เรียกว่าแผนภูมิควบคุมเชิงผันแปร (control charts for variables) เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\overline{X}$ chart) หรือ แผนภูมิควบคุมพิสัย (R chart) โดยใช้เมื่อขนาดตัวอย่างย่อยขนาดเล็ก ($n<10$) ซึ่งทั้งสองแผนภูมินิยมใช้คู่กันเสมอ เนื่องจากความผันแปรมีความสำคัญมากกว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต โดยอาจควบคุมค่าเฉลี่ยตามเป้าหมายได้ แต่เกิดความผันแปรสูงจึงไม่เป็นผลดีกับกระบวนการผลิต และเมื่อขนาดตัวอย่างย่อยมีขนาดใหญ่ ($n\geq 10$) แผนภูมิควบคุมส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S chart) จึงถูกนำมาใช้แทนแผนภูมิควบคุมพิสัย และเมื่อขนาดตัวอย่างย่อยมีค่าเท่ากับหนึ่ง ($n=1$) จะใช้แผนภูมิควบคุมข้อมูลตัวอย่างเดียว (X chart) และแผนภูมิควบคุมค่าพิสัยเคลื่อนที่ (MR chart) สำหรับแผนภูมิประเภทที่ 2 ใช้กับลักษณะของคุณภาพผลิตภัณฑ์ที่เกิดจากของเสีย รอยตำหนิ รอยขีดข่วน หรือลักษณะข้อมูลเชิงนับ หรือเชิงคุณลักษณะ เช่น ผลิตภัณฑ์เสีย ผลิตภัณฑ์ที่มีรอยตำหนิ เรียกว่า แผนภูมิควบคุมเชิงคุณลักษณะ (control charts for attributes) ได้แก่ แผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (p chart) แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (np chart) แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิหรือข้อบกพร่อง (c chart) และแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิหรือข้อบกพร่องต่อหน่วย (u chart) แผนภูมิที่กล่าวมาข้างต้นเหมาะสมกับการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ ($\delta\geq 1.5\sigma$) (Montgomery, 2009) และเมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงมีขนาดเล็ก ($\delta<1.5\sigma$) ได้มีนักวิจัยเสนอแผนภูมิควบคุมต่าง ๆ โดยในปี ค.ศ. 1954 Page เสนอแผนภูมิควบคุมรวมสะสม (cumulative sum control chart: CUSUM) เป็นการรวมสะสมของผลต่างของค่าเฉลี่ยของกระบวนการและค่าเฉลี่ยของค่าสังเกตที่สนใจนำมาพล็อตลงในแผนภูมิควบคุม (Page, 1954) ต่อมาในปี ค.ศ. 1959 Roberts เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (exponentially weighted moving average: EWMA) ใช้ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตโดยให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีต (Roberts, 1959) และในปี ค.ศ. 1994 Butler และ Stefani เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง (double exponentially weighted moving average: DEWMA) (Butletr & Stefani, 1994) โดยแผนภูมิควบคุม DEWMA พัฒนามาจากแผนภูมิควบคุม EWMA ได้จากการถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้งหรือการทำซ้ำเป็นครั้งที่สองของแผนภูมิควบคุม EWMA และในปี ค.ศ. 2013 Alkahtani เสนอผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA (Alkahtani, 2013) ผลการศึกษาพบว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงที่มีขนาดเล็กซึ่งแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอไปเบื้องต้นเป็นแผนภูมิที่ต้องอาศัยค่าพารามิเตอร์และต้องทราบลักษณะการแจกแจงของประชากร สำหรับข้อมูลที่ไม่ทราบการแจกแจงหรือไม่ทราบคุณลักษณะประชากรจึงไม่สามารถใช้แผนภูมิดังกล่าวได้

ดังนั้นแผนภูมิควบคุมไม่อิงค่าพารามิเตอร์ (nonparametric control chart) จึงเป็นแผนภูมิทางเลือกในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ ซึ่งเป็นแผนภูมิที่ได้รับความนิยมได้แก่ แผนภูมิควบคุมของทูกี (Tukey control chart: Tukey) เสนอโดย Alemi ในปี ค.ศ. 2004 โดยแผนภูมิควบคุมของ Tukey ออกแบบเพื่อการตรวจสอบเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 1 และเป็นแผนภูมิควบคุมไม่อิงค่าพารามิเตอร์ที่มีความแกร่งต่อการแจกแจงปกติ และการแจกแจงไม่เป็นปกติ (Alemi, 2004) ในปี ค.ศ. 2012 Sukparungsee ได้เสนอแผนภูมิควบคุมของ Tukey โดยมีขีดจำกัดควบคุมสมมาตรและไม่สมมาตร เมื่อกระบวนการแจกแจงปกติ และการแจกแจงไม่เป็นปกติ ผลการศึกษาพบว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey ที่มีขีดจำกัดควบคุมไม่สมมาตรนั้น มีความแกร่งต่อการแจกแจงไม่เป็นปกติมากกว่ากรณีที่ใช้ขีดจำกัดควบคุมสมมาตร (Sukparungsee, 2012)

งานวิจัยนี้จึงนำข้อดีของแผนภูมิควบคุมของ Tukey ในประเด็นของการไม่อิงค่าพารามิเตอร์และแผนภูมิควบคุม DEWMA ในประเด็นของการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีมารวมกัน และเสนอแผนภูมิควบคุมผสมใหม่ชื่อว่า “แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง-ทูกี (double exponentially weighted moving average-Tukey’s control chart: DEWMA-Tukey)” โดยใช้ค่าพิสัยเคลื่อนที่ในการตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์รูปร่าง และเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey

วิธีการทดลอง

แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพของกระบวนการผลิต สามารถตรวจจับขนาดการเปลี่ยนแปลงใหญ่ ($\delta \geq 1.5\sigma$) และขนาดการเปลี่ยนแปลงเล็ก ($\delta < 1.5\sigma$) เป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้ค่าพารามิเตอร์ เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย แผนภูมิควบคุมพิสัย เป็นต้น และแผนภูมิควบคุมที่ไม่ใช้ค่าพารามิเตอร์ เช่น แผนภูมิควบคุมของ Tukey สำหรับการแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 2 กรณี คือ การแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตร ได้แก่ การแจกแจงลาปลาซ (Laplace distribution) ด้วยพารามิเตอร์ $\beta = 5$ และ $\alpha = 4$ และการแจกแจงที่มีลักษณะไม่สมมาตร ได้แก่ การแจกแจงไวบูล (Weibull distribution) ด้วยพารามิเตอร์ $\beta = 2$ และ $\alpha = 1$ การแจกแจงแกมมา (gamma distribution) ด้วยพารามิเตอร์ $\beta = 4$ และ $\alpha = 2$ และการแจกแจงบีตา (beta distribution) ด้วยพารามิเตอร์ $\beta = 5$ และ $\alpha = 2$ เป็นต้น รวมถึงความยาวรันเฉลี่ยซึ่งใช้เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการตรวจจับการเปลี่ยนในงานวิจัยนี้ โดยแผนภูมิควบคุมใดให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) ต่ำสุด จะถือว่าแผนภูมินั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจจับดีสุด โดยมีรายละเอียดของ แผนภูมิควบคุม การแจกแจงที่ศึกษา และเกณฑ์การวัดประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลง ดังนี้

1. แผนภูมิควบคุมเป็นหนึ่งในเครื่องมือทางสถิติที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพของกระบวนการผลิต มีจุดประสงค์หลักในการควบคุมคุณภาพของกระบวนการผลิตเพื่อให้สามารถทราบถึงปัญหาที่เกิดขึ้นกับกระบวนการผลิต และมีการใช้กันอย่างแพร่หลายในการตรวจสอบคุณภาพของกระบวนการผลิต ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1.1 แผนภูมิควบคุมของทูกี (Tukey's control chart: Tukey) เป็นแผนภูมิควบคุมประเภทที่ไม่อิงค่าพารามิเตอร์ และสามารถใช้กับกระบวนการที่มีลักษณะสมมาตรและไม่สมมาตร มีขีดจำกัดควบคุม ดังนี้

$$UCL = Q_3 + k_1(IQR) \tag{1}$$

และ
$$LCL = Q_1 - k_1(IQR) \tag{2}$$

โดยที่ Q_1 และ Q_3 คือ ค่าควอไทล์ที่ 1 และ 3

IQR คือ ค่าพิสัยควอไทล์ $Q_3 - Q_1$

k_1 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมของ Tukey ที่สอดคล้องกับค่า ARL_0 = 370 และ 500 ได้จากการจำลองด้วยวิธิมอนติคาร์โล

1.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง (double exponentially weighted moving average: DEWMA) เสนอโดย Butler & Stefani (1994) กำหนดให้ (Y_i) เป็นตัวสถิติของแผนภูมิควบคุม DEWMA ซึ่งเกิดจากการปรับให้เรียบซ้ำครั้งที่ 2 ของตัวสถิติ EWMA และกำหนดให้สัมประสิทธิ์ตัวถ่วงน้ำหนักของค่าสังเกตในอดีต $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ในงานวิจัยนี้กำหนดให้ $\lambda = 0.05$ โดยตัวสถิติของแผนภูมิควบคุม DEWMA แสดงได้ ดังนี้

$$Y_i = \lambda Z_i + (1-\lambda)Y_{i-1} \tag{3}$$

$$Z_i = \lambda X_i + (1-\lambda)Z_{i-1} \tag{4}$$

โดยที่ Z_i ในสมการที่ (4) คือ ตัวสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA

และ $E(Y_i) = E(Z_i) = E(X_i) = \mu_0$

$$V(Y_i) = \left[\lambda \frac{1+(1-\lambda)^2 - (i^2+2i-1)(1-\lambda)^{2i} + (2i^2+2i-1)(1-\lambda)^{2i+2} - i^2(1-\lambda)^{2i+4}}{(1-(1-\lambda)^2)^3} \right] \tag{5}$$

จากสมการที่ (5) เมื่อ $i \to \infty$ ความแปรปรวนจะได้ดังนี้

$$V(Y) = \frac{\lambda^4(1+(1-\lambda)^2)}{(1-(1-\lambda)^2)^3} \tag{6}$$

ขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม DEWMA เมื่อ $i \to \infty$ คือ

$$UCL = \mu_0 + k_2\sigma\sqrt{\frac{\lambda^4(1+(1-\lambda^2)}{(1-(1-\lambda)^2)^3}} \tag{7}$$

 doi: 10.14416/j.appsci.2019.05.002

และ $$LCL = \mu_0 - k_2\sigma\sqrt{\frac{\lambda^4(1+(1-\lambda^2)}{(1-(1-\lambda)^2)^3}} \quad (8)$$

โดยที่ k_2 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DEWMA ซึ่งสอดคล้องกับค่า $ARL_0 = 370$ และ 500 ได้จากการจำลองด้วยวิธิมอนติคาร์โล

λ คือ สัมประสิทธิ์ตัวถ่วงน้ำหนักของค่าสังเกตในอดีต

1.3 แผนภูมิควบคุมผสมคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง-ทูกี (double exponentially weighted moving average-Tukey's control chart: DEWMA-Tukey) เป็นการนำแผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุมของ Tukey มารวมกันโดยอาศัยค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม DEWMA (Supchottharee, 2016) ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey แสดงดังนี้

$$UCL = Q_3 + k_3(IQR)\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}} \quad (9)$$

และ $$LCL = Q_1 - k_3(IQR)\sqrt{\frac{\lambda(2-2\lambda+\lambda^2)}{(2-\lambda)^3}} \quad (10)$$

โดยที่ Q_1 และ Q_3 คือ ค่าควอไทล์ที่ 1 และ 3

IQR คือ ค่าพิสัยควอไทล์ $Q_1 - Q_3$

k_3 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey ซึ่งสอดคล้องกับค่า $ARL_0 = 370$ และ 500 ได้จากการจำลองด้วยวิธิมอนติคาร์โล

λ คือ สัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักของค่าสังเกตในอดีต

2. การแจกแจงที่นำมาศึกษาในงานวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะสมมาตร โดยใช้ การแจกแจงลาปลาซ และลักษณะไม่สมมาตร โดยใช้การแจกแจงไวบูล การแจกแจงแกมมา และการแจกบีตา โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 การแจกแจงลาปลาซ หรือการแจกแจกแบบเลขชี้กำลังสองครั้ง (double exponential distribution) ซึ่งมีลักษณะสมมาตรคล้ายกับการแจกแจงปกติ แต่ต่างกันตรงช่วงปลาย โดยการแจกแจงลาปลาซนั้นมีช่วงปลายที่ยาวกว่าการแจกแจงปกติ สามารถนำไปใช้ในการศึกษาอัตราการเติบโตขององค์กรในช่วงเวลาที่สนใจเพื่อประโยชน์ในการวางแผนงานขององค์กร กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta = 5$ และ $\alpha = 4$

ฟังก์ชันการแจกแจงของความน่าจะเป็น (probability density function: pdf) คือ

$$f(x \mid \alpha, \beta) = \frac{1}{2\beta} e^{\left(-\frac{|x-\alpha|}{\beta}\right)},\ \beta > 0, -\infty < x < \infty \quad (11)$$

โดยค่าเฉลี่ย คือ $E(X) = \alpha$ และความแปรปรวน คือ $Var(X) = 2\beta^2$

2.2 การแจกแจงไวบูล มีลักษณะการแจกแจงไม่สมมาตรซึ่งการแจกแจงไวบูล มีความเกี่ยวข้องและพัฒนามาจากการแจกแจงเลขชี้กำลัง การแจกแจงป๊วซง และการแจกแจงแกมมา ซึ่งนิยมใช้ทางวิศวกรรมศาสตร์ในการทดสอบอายุการใช้งานของอุปกรณ์ หรือระบบ มีลักษณะคล้ายการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และทางด้านคณิตศาสตร์ประกันภัยนิยมใช้วิเคราะห์ความเชื่อถือได้ (reliability) หรือความเสี่ยง (risk) กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta = 2$ และ $\alpha = 1$

ฟังก์ชันการแจกแจงของความน่าจะเป็น คือ

$$f\left(x \mid \alpha, \beta\right) = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta}},\ x \geq 0,\ \alpha > 0,\ \beta > 0 \qquad (12)$$

โดยค่าเฉลี่ย คือ $E\left(X\right) = \alpha\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)$ และความแปรปรวน คือ $Var\left(X\right) = \alpha^2\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^2\right]$

2.3 การแจกแจงแกมมา เป็นการแจกแจงที่เป็นรูปทั่วไปของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\frac{1}{\lambda}$ โดยที่ $\lambda > 0$ เป็นตัวแปรสุ่มหมายถึงระยะเวลารอคอยจนกระทั่งเหตุการณ์แรกที่สนใจเกิดขึ้น และเมื่อเหตุการณ์ที่สนใจนั้นถูกกำหนดด้วยการแจกแจงป๊วซงที่มีค่าเฉลี่ย λ โดยที่ X เป็นตัวแปรสุ่มแทนเวลาที่รอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจครั้งที่ k เป็นตัวแปรสุ่มของการแจกแจงแกมมาที่พารามิเตอร์ $\alpha = k,\ \beta = \frac{1}{\lambda}$ และเป็นหนึ่งในการแจกแจงที่ใช้ศึกษาเกี่ยวกับระยะเวลารอคอยจนเกิดเหตุการณ์ที่สนใจศึกษา เช่น ระยะเวลารอคอยจนกระทั่งมีลูกค้าเข้ามาใช้บริการตู้ฝากเงิน กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta = 4$ และ $\alpha = 2$

ฟังก์ชันการแจกแจงของความน่าจะเป็น คือ

$$f\left(x \mid \alpha, \beta\right) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma\left(\alpha\right)} x^{\alpha-1} \mathrm{e}^{-\beta\alpha},\ x \geq 0,\ \alpha > 0,\ \beta > 0 \qquad (13)$$

โดยค่าเฉลี่ย คือ $E\left(X\right) = \frac{\alpha}{\beta}$ และความแปรปรวน คือ $Var\left(X\right) = \frac{\alpha}{\beta^2}$

2.4 การแจกบีตา เป็นการแจกแจงแบบต่อเนื่องและมีลักษณะการแจกแจงสมมาตร โดยที่ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง X เป็นตัวแปรสุ่มของการแจกแจงบีตาที่พารามิเตอร์ (α, β) และฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นมีความสัมพันธ์กับฟังก์ชันแกมมา ซึ่งมีพิสัยจำกัด α ถึง β โดยการแจกแจงบีตานั้น ใช้การศึกษาด้านการวิจัยทางการแพทย์ในแขนงต่างๆ กำหนดค่าพารามิเตอร์ $\beta = 5$ และ $\alpha = 2$

ฟังก์ชันการแจกแจงของความน่าจะเป็น คือ

$$f\left(x \mid \alpha, \beta\right) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)+\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} \quad ;0 < x < 1 \qquad (14)$$

โดยค่าเฉลี่ย $E\left(X\right) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$ และความแปรปรวนคือ $Var\left(X\right) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$

 doi: 10.14416/j.appsci.2019.05.002

3. ความยาวรันเฉลี่ย (average run length) คือ จำนวนค่าสังเกตที่ใช้ตรวจสอบกระบวนการผลิต เมื่อกระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมก่อนกระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก ซึ่งค่าความยาวรันเฉลี่ยแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ 1) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม แทนด้วย ARL_0 และ 2) ความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการผลิตไม่อยู่ภายใต้การควบคุม แทนด้วย ARL_1 ซึ่งการหาค่าความยาวรันเฉลี่ยสามารถหาได้หลายวิธี เช่น วิธีสมการปริพันธ์ (integral equation) (Krasin et al., 2012) และวิธีลูกโซ่มาร์คอฟ (Markov chain approach) (Ngamsopasirisakun et al., 2012) วิธีการมาร์ติงเกิล (Martingale) วิธีจากสูตรสำเร็จ (Kaewsrikhaw et al., 2012) และวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo simulation) (Supchottharee, 2016) เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล ใช้ในการหาค่า *ARL* ซึ่งเป็นวิธีพื้นฐานใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องในการหาค่า ARL กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยภายใต้ขอบเขตการควบคุม (ARL_0) = 370 และ 500 ค่าความยาวรันเฉลี่ยจากวิธีมอนติคาร์โลคำนวณได้ดังนี้

$$ARL = \frac{\sum_{t=1}^{M} RL_t}{M} \tag{15}$$

และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าความยาวรันเฉลี่ย คือ

$$SDRL = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{M} (RL_t - ARL)^2}{M-1}} \tag{16}$$

โดยที่ $SDRL$ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า RL

M คือ จำนวนครั้งการทำซ้ำของการจำลองข้อมูล

RL_t คือ จำนวนตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบจนกระทั่งพบว่ามีกระบวนการออกนอกขีดจำกัดในการจำลองข้อมูลครั้งที่ t

ผลและวิจารณ์ผลการทดลอง

ในงานวิจัยนี้เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และ EWMA-Tukey สำหรับการแจกแจงไวบูล การแจกแจงแกมมา โดยค่า ARL_S จากแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey นำมาจากผลการวิจัยของ (Mongkoltawat et al., 2017) สำหรับการแจกแจงบีตา จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม Tukey, DEWMA และDEWMA-Tukey ในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์รูปร่าง โดยใช้ค่าพิสัยเคลื่อนที่ เกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพ คือ ค่า ARL_1 ซึ่งประมาณค่าได้จากวิธีการจำลองแบบมอนติคาร์โล เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของขีดจำกัดควบคุม k_1, k_2, k_3 และ k_4 ของแต่ละแผนภูมิควบคุมให้สอดคล้องกับค่าความยาวรันเฉลี่ย (in control average run length: ARL_0) และกำหนดให้จำนวนรอบของการทำซ้ำด้วยการจำลองแบบมอนติคาร์โล 500,000 รอบ และกำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

เท่ากับ 370 และ 500 และขนาดตัวอย่าง (m) เท่ากับ 3,000 โดยใช้คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ (MR) เท่ากับ 2, 3 และ 10 การแจกแจงที่ใช้ในการศึกษาในงานวิจัยแบ่งออกเป็นการแจกแจงที่มีลักษณะไม่สมมาตร คือ การแจกแจงไวบูล การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงบีตา และการแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตร คือ การแจกแจงลาปลาซ โดยมีผลการวิจัยที่แสดงดังตารางที่ 1-8 ดังนี้

ตารางที่ 1. ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และEWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Weibull (2,1) และ $ARL_0 = 370$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	EWMA-Tukey
		$k_1 = 4.118$	$k_2 = 19.691$	$k_3 = 0.0239$	$k_4 = 1.488$
2	1	370.0 ± 0.152	370.810 ± 0.431	370.0 ± 0.210	370.97 ± 0.52
	1.2	308.472 ± 0.529	208.919 ± 0.212	*128.419 ± 0.034*	252.61 ± 0.03
	1.4	259.197 ± 0.394	106.337 ± 0.074	*66.217 ± 0.018*	229.46 ± 0.01
	1.6	194.367 ± 0.294	74.723 ± 0.038	*53.611 ± 0.011*	121.09 ± 0.01
	1.8	170.239 ± 0.265	37.881 ± 0.031	*19.659 ± 0.008*	86.61 ± 0.00
	2	131.015 ± 0.177	24.008 ± 0.012	*11.718 ± 0.005*	33.77 ± 0.00
	2.5	48.717 ± 0.064	8.811 ± 0.003	*2.469 ± 0.002*	9.76 ± 0.00
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	
		$k_1 = 4.0981$	$k_2 = 13.7101$	$k_3 = 1.193$	
3	1	370.112 ± 0.105	370.611 ± 0.128	370.116 ± 0.531	
	1.2	359.411 ± 0.425	324.750 ± 0.218	*293.100 ± 0.114*	
	1.4	300.321 ± 0.322	289.516 ± 0.222	*201.411 ± 0.235*	
	1.6	287.456 ± 0.312	256.439 ± 0.173	*109.343 ± 0.112*	
	1.8	259.326 ± 0.719	197.390 ± 0.128	*80.778 ± 0.192*	
	2	200.431 ± 0.417	187.11 ± 0.670	*41.921 ± 0.812*	
	2.5	189.911 ± 0.123	154.32 ± 0.417	*19.432 ± 0.984*	

หมายเหตุ : $\pm$ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

ตารางที่ 1. (ต่อ) ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และEWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Weibull (2,1) และ $ARL_0 = 370$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		$k_1 = 2.187$	$k_2 = 14.2091$	$k_3 = 1.0397$
10	1	370.67 ± 0.0138	370.1032 ± 0.018	370.519 ± 0.023
	1.2	333.489 ± 0.261	303.118 ± 0.015	*276.965* $\pm$ *0.338*
	1.4	251.039 ± 0.258	261.449 ± 0.013	*230.091* $\pm$ *0.335*
	1.6	222.618 ± 0.324	243.894 ± 0.0011	*179.610* $\pm$ *0.324*
	1.8	187.518 ± 0.331	194.194 ± 0.009	*140.936* $\pm$ *0.322*
	2	163.194 ± 0.286	177.619 ± 0.007	*71.323* $\pm$ *0.255*
	2.5	134.651 ± 0.301	105.441 ± 0.005	*38.551* $\pm$ *0.234*

หมายเหตุ : $\pm$ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

ตารางที่ 2. ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และ EWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Gamma (4,2) และ $ARL_0 = 370$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	EWMA-Tukey
		$k_1 = 4.2011$	$k_2 = 12.291$	$k_3 = 3.4619$	$k_4 = 2.38$
2	1	370.016 ± 0.026	370.195 ± 0.193	370.840 ± 0.311	370.94 ± 0.43
	1.2	361.238 ± 0.516	311.915 ± 0.477	*240.104* $\pm$ *0.402*	241.80 ± 0.40
	1.4	229.604 ± 0.333	197.231 ± 0.308	*172.229* $\pm$ *0.107*	199.87 ± 0.29
	1.6	168.446 ± 0.239	145.619 ± 0.248	*100.578* $\pm$ *0.058*	121.56 ± 0.17
	1.8	124.693 ± 0.174	119.933 ± 0.091	*47.681* $\pm$ *0.042*	51.46 ± 0.07
	2	92.597 ± 0.134	69.507 ± 0.084	*27.669* $\pm$ *0.004*	21.39 ± 0.03
	2.5	75.751 ± 0.125	56.819 ± 0.092	*6.109* $\pm$ *0.004*	18.79 ± 0.03

ตารางที่ 2. (ต่อ) ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และ EWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Gamma (4,2) และ $ARL_0 = 370$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		$k_1 = 4.2011$	$k_2 = 12.291$	$k_3 = 2.38$
3	1	370.112±0.105	370.611±0.128	370.421±0.531
	1.2	369.121±0.425	352.120±0.218	*283.010±0.114*
	1.4	321.941±0.422	301.116±0.412	*231.361±0.325*
	1.6	291.16±0.712	243.332±0.173	*193.87±0.152*
	1.8	267.196±0.319	201.180±0.128	*149.21±0.192*
	2	259.411±0.647	177.291±0.130	*121.321±0.812*
	2.5	201.191±0.513	142.563±0.756	*97.112±0.714*
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		$k_1 = 2.418$	$k_2 = 15.691$	$k_3 = 0.939$
10	1	370.947 ± 0.251	370.991 ± 0.104	370.146 ± 0.148
	1.2	322.257 ± 0.257	313.081 ± 0.972	*228.173 ± 0.142*
	1.4	301.411 ± 0.142	297.143 ± 0.927	*193.144 ± 0.614*
	1.6	284.256 ± 0.253	211.263 ± 0.013	*101.641 ± 0.091*
	1.8	216.285 ± 0.042	193.863 ± 0.051	*81.64 ± 0.082*
	2	197.845 ± 0.095	121.732 ± 0.023	*63.275 ± 0.032*
	2.5	152.91 ± 0.024	93.723 ± 0.0112	*48.275 ± 0.092*

หมายเหตุ : ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1 ต่ำสุด

จากตารางที่ 1 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจง Weibull (2,1) และค่า $ARL_0 = 370$ โดยใช้คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2, 3 และ 10 แผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง

ตารางที่ 3. ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA และ DEWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Beta (5,2) และ $ARL_0 = 370$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		k_1 =6.591	k_2 = 19.0023	k_3 = 2.1402
2	1	370.451 ±0.491	370.327±0.172	370.013±0.045
	1.2	291.544±0.291	275.591±0.284	*241.627±0.013*
	1.4	250.484±0.212	220.719±0.152	*177.511±0.011*
	1.6	234.648±0.185	170.944±0.018	*76.598±0.009*
	1.8	198.449±0.136	135.501±0.038	*50.943±0.008*
	2	120.994±0.118	107.623±0.006	*34.594±0.005*
	2.5	98.184±0.109	93.849±0.007	*3.189±0.003*
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		k_1 = 3.2116	k_2 = 13.901	k_3 = 0.3210
3	1	370.67 ± 0.0138	370.1032 ± 0.018	370.519 ± 0.023
	1.2	333.489 ± 0.261	303.118 ± 0.015	*276.965 ± 0.338*
	1.4	251.039 ± 0.258	261.449 ± 0.013	*130.091 ± 0.335*
	1.6	222.618 ± 0.324	243.894 ± 0.0011	*79.610 ± 0.324*
	1.8	187.518 ± 0.331	194.194 ± 0.009	*50.936 ± 0.322*
	2	163.194 ± 0.286	177.619 ± 0.007	*31.323 ± 0.255*
	2.5	134.651 ± 0.301	135.441 ± 0.005	*28.551 ± 0.234*
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		k_1 = 0.418	k_2 = 10.7091	k_3 = 0.939
10	1	370.947 ± 0.251	370.991 ± 0.104	370.146 ± 0.148
	1.2	322.257 ± 0.257	313.081 ± 0.972	*228.173 ± 0.142*
	1.4	301.411 ± 0.142	297.143 ± 0.927	*193.144 ± 0.614*
	1.6	284.256 ± 0.253	211.263 ± 0.013	*101.641 ± 0.091*
	1.8	216.285 ± 0.042	193.863 ± 0.051	*81.64 ± 0.082*
	2	197.845 ± 0.095	121.732 ± 0.023	*53.275 ± 0.032*
	2.5	152.91 ± 0.024	93.723 ± 0.0112	*18.275 ± 0.092*

หมายเหตุ : ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1ต่ำสุด

ตารางที่ 4. ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และEWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Laplace (5,4) และ $ARL_0 = 370$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	EWMA – Tukey
		$k_1 = 4.2011$	$k_2 = 12.291$	$k_3 = 3.4619$	$k_4 = 1.233$
2	1	370.016 ± 0.026	370.195 ± 0.193	370.840 ± 0.311	370.42 ± 0.74
	1.2	361.238 ± 0.516	311.915 ± 0.477	240.104 ± 0.402	*229.63 ± 0.27*
	1.4	229.604 ± 0.333	197.231 ± 0.308	172.229 ± 0.107	*134.63 ± 0.14*
	1.6	168.446 ± 0.239	145.619 ± 0.248	100.578 ± 0.058	*96.39 ± 0.09*
	1.8	124.693 ± 0.174	119.933 ± 0.091	*47.681 ± 0.042*	76.88 ± 0.07
	2	92.597 ± 0.134	69.507 ± 0.084	*27.669 ± 0.004*	65.27 ± 0.06
	2.5	75.751 ± 0.125	56.819 ± 0.092	*6.109 ± 0.004*	49.94 ± 0.04

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		$k_1 = 2.418$	$k_2 = 11.691$	$k_3 = 4.939$
3	1	370.127 ± 0.650	370.274 ± 0.023	370.141 ± 0.053
	1.2	332.861 ± 0.861	263.135 ± 0.321	*222.973 ± 0.0521*
	1.4	291.011 ± 0.422	227.159 ± 0.361	*183.011 ± 0.331*
	1.6	284.256 ± 0.089	191.271 ± 0.380	*127.542 ± 0.0132*
	1.8	203.533 ± 0.043	143.651 ± 0.011	*73.521 ± 0.0731*
	2	199.71 ± 0.024	101.413 ± 0.0192	*52.612 ± 0.0702*
	2.5	172.74 ± 0.0198	82.431 ± 0.0138	*33.136 ± 0.913*

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		$k_1 = 1.3018$	$k_2 = 14.0811$	$k_3 = 0.51201$
10	1	370.212 ± 0.192	370.012 ± 0.960	370.165 ± 0.012
	1.2	354.183 ± 0.123	281.371 ± 0.153	*217.181 ± 0.723*
	1.4	300.723 ± 0.192	247.112 ± 0.013	*164.175 ± 0.136*
	1.6	271.131 ± 0.021	200.142 ± 0.0272	*108.175 ± 0.109*
	1.8	231.186 ± 0.032	171.142 ± 0.001	*91.27 ± 0.082*
	2	163.913 ± 0.065	154.123 ± 0.0174	*60.164 ± 0.142*
	2.5	146.13 ± 0.0198	100.577 ± 0.058	*31.275 ± 0.194*

หมายเหตุ : $\pm$ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1ต่ำสุด

จากตารางที่ 2 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจง Gamma (4,2) และค่า $ARL_0 = 370$ โดยใช้คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2, 3 และ 10 แผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA- Tukey ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง

จากตารางที่ 3 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจง Beta (5,2) และค่า $ARL_0 = 370$ โดยใช้คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2, 3 และ 10 แผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey และแผนภูมิควบคุม DEWMA ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง

จากตารางที่ 4 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจง Laplace (5,4) และค่า $ARL_0 = 370$ คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2 ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง $\delta \leq 1.6$ แผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey และ DEWMA-Tukey และที่ระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง $\delta > 1.6$ แผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่า แผนภูมิควบคุมของ Tukey และ EWMA-Tukey สำหรับกรณีที่ MR = 3 และ 10 แผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุม Tukey และEWMA-Tukey ทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

ตารางที่ 5. ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และEWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Weibull (2,1) และ $ARL_0 = 500$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	EWMA-Tukey
		$k_1 = 1.119$	$k_2 = 11.271$	$k_3 = 1.3041$	$k_4 = 1.604$
2	1	500.501 ± 0.013	500.107 ± 0.032	500.162 ± 0.452	500.75 ± 0.76
	1.2	412.649 ± 0.514	389.911 ± 0.038	231.988 ± 0.030	56.67 ± 0.03
	1.4	364.197 ± 0.505	332.841 ± 0.029	156.556 ± 0.026	30.71 ± 0.01
	1.6	230.108 ± 0.458	189.648 ± 0.026	106.418 ± 0.022	21.78 ± 0.01
	1.8	198.455 ± 0.361	138.493 ± 0.23	75.458 ± 0.021	17.08 ± 0.00
	2	121.664 ± 0.049	113.237 ± 0.020	20.807 ± 0.018	14.13 ± 0.00
	2.5	106.590 ± 0.038	79.293 ± 0.017	11.228 ± 0.016	9.98 ± 0.00

ตารางที่ 5. (ต่อ) ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และEWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Weibull (2,1) และ $ARL_0 = 500$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		$k_1 = 1.9811$	$k_2 = 7.32$	$k_3 = 2.108$
3	1	500.647 ± 0.013	500.436 ± 0.199	500.169 ± 0.708
	1.2	475.524 ± 0.013	410.245 ± 0.3843	*317.279 ± 0.113*
	1.4	448.478 ± 0.049	327.846 ± 0.345	*218.820 ± 0.148*
	1.6	298.258 ± 0.027	254.835 ± 0.324	*127.294 ± 0.019*
	1.8	200.142 ± 0.087	199.345 ± 0.102	*101.992 ± 0.009*
	2	175.257 ± 0.024	105.36 ± 0.058	*79.247 ± 0.005*
	2.5	95.141 ± 0.044	62.951 ± 0.0256	*32.187 ± 0.003*
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		$k_1 = 1.0519$	$k_2 = 7.6401$	$k_3 = 2.1109$
10	1	500.192 ± 0.0321	500.436 ± 0.512	500.169 ± 0.009
	1.2	472.241 ± 0.0021	430.193 ± 0.591	*341.093 ± 0.031*
	1.4	399.431 ± 0.0128	321.871 ± 0.013	*204.613 ± 0.0513*
	1.6	341.701 ± 0.0193	291.612 ± 0.073	*151.163 ± 0.0823*
	1.8	290.812 ± 0.091	220.592 ± 0.102	*100.013 ± 0.071*
	2	263.152 ± 0.0182	151.136 ± 0.183	*69.138 ± 0.033*
	2.5	191.621 ± 0.162	90.512 ± 0.136	*36.861 ± 0.631*

หมายเหตุ : ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1ต่ำสุด

จากตารางที่ 5 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจง Weibull (2,1) และค่า $ARL_0 = 500$ โดยใช้คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2, 3 และ 10 แผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง

 doi: 10.14416/j.appsci.2019.05.002

ตารางที่ 6. ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และ EWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Gamma (4,2) และ $ARL_0 = 500$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	EWMA-Tukey
		$k_1 = 4.288$	$k_2 = 9.461$	$k_3 = 3.241$	$k_4 = 2.38$
2	1	500.421 ± 0.355	500.072 ± 0.316	500.199 ± 0.147	500.59 ± 0.29
	1.2	441.058 ± 0.582	393.507 ± 0.018	362.210 ± 0.033	*307.09 ± 0.39*
	1.4	410.634 ± 0.551	324.841 ± 0.016	297.673 ± 0.028	*265.89 ± 0.48*
	1.6	365.931 ± 0.539	274.622 ± 0.011	179.319 ± 0.026	*155.09 ± 0.36*
	1.8	299.414 ± 0.243	188.519 ± 0.010	107.917 ± 0.025	*80.71 ± 0.28*
	2	231.282 ± 0.212	109.594 ± 0.009	52.769 ± 0.024	*39.56 ± 0.21*
	2.5	190.411 ± 0.158	86.649 ± 0.008	10.265 ± 0.021	*5.20 ± 0.07*
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	
		$k_1 = 4.1801$	$k_2 = 9.3114$	$k_3 = 3.0015$	
3	1	500.192 ± 0.631	500.103 ± 0.931	500.113 ± 0.971	
	1.2	452.971 ± 0.623	421.761 ± 0.117	*399.243 ± 0.138*	
	1.4	381.723 ± 0.0131	324.871 ± 0.512	*281.715 ± 0.197*	
	1.6	349.175 ± 0.0103	298.162 ± 0.132	*112.863 ± 0.261*	
	1.8	281.753 ± 0.0173	201.751 ± 0.923	*89.543 ± 0.026*	
	2	149.741 ± 0.0139	99.615 ± 0.012	*53.761 ± 0.163*	
	2.5	82.735 ± 0.0153	55.762 ± 0.016	*29.143 ± 0.099*	
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	
		$k_1 = 3.7061$	$k_2 = 14.1091$	$k_3 = 2.5019$	
10	1	500.661 ± 0.366	500.417 ± 0.709	500.126 ± 0.204	
	1.2	480.700 ± 0.359	249.827 ± 0.365	*205.096 ± 0.204*	
	1.4	368.227 ± 0.345	139.667 ± 0.208	*118.403 ± 0.232*	
	1.6	276.244 ± 0.324	85.179 ± 0.129	*68.093 ± 0.042*	
	1.8	218.943 ± 0.309	75.114 ± 0.037	*45.619 ± 0.094*	
	2	179.269 ± 0.287	57.957 ± 0.062	*24.830 ± 0.032*	
	2.5	136.927 ± 0.262	49.349 ± 0.221	*10.095 ± 0.011*	

หมายเหตุ : ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1ต่ำสุด

ตารางที่ 7. ค่า ARL_1ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Beta (5,4) และ $ARL_0 = 500$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		k_1 =3.936	k_2 = 12.0714	k_3 = 9.121
2	1	500.512 ± 0.421	500.712 ± 0.019	500.350 ± 0.018
	1.2	251.846 ± 0.359	438.191 ± 0.016	*196.051 ± 0.015*
	1.4	172.230 ± 0.252	387.114 ± 0.014	*151.658 ± 0.014*
	1.6	136.591 ± 0.194	254.324 ± 0.012	*90.981 ± 0.012*
	1.8	123.681 ± 0.175	133.231 ± 0.010	*61.954 ± 0.0011*
	2	99.605 ± 0.142	120.912 ± 0.008	*56.520 ± 0.009*
	2.5	83.227 ± 0.117	94.681 ± 0.006	*34.631 ± 0.008*
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		k_1 =3.029	k_2 = 10.318	k_3 = 8.295
3	1	500.250 ± 0.25	500.325 ± 0.107	500.925 ± 0.252
	1.2	380.252 ± 0.413	379.141 ± 0.176	*341.285 ± 0.205*
	1.4	344.321 ± 0.925	334.635 ± 0.853	*323.925 ± 0.202*
	1.6	257.100 ± 0.258	227.129 ± 0.0148	*204.295 ± 0.205*
	1.8	226.099 ± 0.035	197.915 ± 0.295	*165.325 ± 0.925*
	2	150.105 ± 0.025	129.253 ± 0.025	*97.120 ± 0.205*
	2.5	116.855 ± 0.025	102.109 ± 0.025	*83.205 ± 0.025*
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey
		k_1 =1.9109	k_2 = 8.942	k_3 = 4.301
10	1	500.017 ± 0.0137	500.497 ± 0.173	500.163 ± 0.015
	1.2	487.112 ± 0.0116	401.81 ± 0.109	*391.821 ± 0.137*
	1.4	439.185 ± 0.108	378.16 ± 0.163	*203.818 ± 0.141*
	1.6	387.153 ± 0.162	298.31 ± 0.128	*189.153 ± 0.031*
	1.8	320.936 ± 0.132	209.286 ± 0.092	*79.216 ± 0.014*
	2	263.104 ± 0.193	167.263 ± 0.017	*53.209 ± 0.153*
	2.5	141.186 ± 0.174	93.752 ± 0.012	*30.175 ± 0.937*

หมายเหตุ : ± คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1ต่ำสุด

 doi: 10.14416/j.appsci.2019.05.002

ตารางที่ 8. ค่า ARL_s ของแผนภูมิควบคุมของ Tukey, DEWMA, DEWMA-Tukey และ EWMA-Tukey ภายใต้กระบวนการมีการแจกแจง Laplace (5,4) และ$ARL_0 = 500$

MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	EWMA-Tukey
		$k_1 = 4.981$	$k_2 = 15.4221$	$k_3 = 1.8921$	$k_4 = 1.341$
2	1	500.001 ± 0.56	500.00 ± 0.479	500.003 ± 0.824	500.98 ± 0.83
	1.2	482.391 ± 0.721	409.615 ± 0.028	386.195 ± 0.162	*253.04 ± 0.34*
	1.4	426.553 ± 0.708	340.308 ± 0.021	243.597 ± 0.077	*145.75 ± 0.17*
	1.6	383.497 ± 0.623	301.591 ± 0.017	211.114 ± 0.048	*103.22 ± 0.10*
	1.8	330.881 ± 0.599	276.482 ± 0.016	178.618 ± 0.039	*81.69 ± 0.07*
	2	261.591 ± 0.524	226.341 ± 0.014	96.419 ± 0.034	*69.07 ± 0.05*
	2.5	162.914 ± 0.505	192.648 ± 0.008	*21.604 ± 0.029*	52.48 ± 0.04
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	
		$k_1 = 1.291$	$k_2 = 10.7401$	$k_3 = 3.5191$	
3	1	500.866 ± 0.139	500.233 ± 0.258	500.255 ± 0.532	
	1.2	453.246 ± 0.183	432.519 ± 0.205	*402.250 ± 0.205*	
	1.4	374.042 ± 0.205	328.858 ± 0.295	*256.205 ± 0.258*	
	1.6	341.997 ± 0.295	252.276 ± 0.925	*160.959 ± 0.255*	
	1.8	163.582 ± 0.295	136.259 ± 0.251	*111.254 ± 0.157*	
	2	127.148 ± 0.250	101.252 ± 0.025	*74.825 ± 0.256*	
	2.5	91.049 ± 0.029	75.250 ± 0.335	*46.295 ± 0.257*	
MR	δ	Tukey	DEWMA	DEWMA-Tukey	
		$k_1 = 1.9109$	$k_2 = 8.942$	$k_3 = 4.301$	
10	1	500.017 ± 0.0137	500.497 ± 0.173	500.163 ± 0.015	
	1.2	487.112 ± 0.0116	401.81 ± 0.109	*391.821 ± 0.137*	
	1.4	439.185 ± 0.108	378.16 ± 0.163	*203.818 ± 0.141*	
	1.6	387.153 ± 0.162	298.31 ± 0.128	*189.153 ± 0.031*	
	1.8	320.936 ± 0.132	209.286 ± 0.092	*79.216 ± 0.014*	
	2	263.104 ± 0.193	167.263 ± 0.017	*53.209 ± 0.153*	
	2.5	141.186 ± 0.174	93.752 ± 0.012	*30.175 ± 0.937*	

หมายเหตุ : $\pm$ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า ARL_1 และตัวเอียงเป็นค่า ARL_1ต่ำสุด

จากตารางที่ 6 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจง Gamma (4,2) และค่า $ARL_0 = 500$ โดยใช้คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2, 3 และ 10 แผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง

จากตารางที่ 7 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Beta (5,2) และค่า $ARL_0 = 500$ โดยใช้คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2, 3 และ 10 แผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey และแผนภูมิควบคุม DEWMA ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์รูปร่าง

จากตารางที่ 8 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจง Laplace (5,4) และค่า $ARL_0 = 370$ คาบเวลาในการหาค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2 ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง $1 \le \delta \le 2$ แผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey และ DEWMA-Tukey และที่ระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง $\delta > 2$ แผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่า แผนภูมิควบคุมของ Tukey และ EWMA-Tukey สำหรับกรณีที่ MR = 3 และ 10 แผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุม Tukey และ EWMA-Tukey ทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลง

วิจารณ์ผลการทดลอง

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับกระบวนการผลิตโดยใช้ค่าพิสัยเคลื่อนที่ เมื่อ MR = 2 ระหว่างแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey กับแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey โดยนำผลการวิจัยบางส่วนมาจาก (Mongkoltawat et al., 2017) เมื่อข้อมูลมีลักษณะการแจกแจงที่มีลักษณะไม่สมมาตรได้แก่ Weibull (2,1), Gamma (4,2) และ Beta (5,4) และการแจกแจงที่มีลักษณะไม่สมมาตร Laplace (5,4) เมื่อกำหนดให้ ARL0 = 370 และ 500

จากตารางแสดงการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับกระบวนการผลิตโดยใช้ค่าพิสัยเคลื่อนที่ MR = 2 เมื่อกำหนดให้ $ARL_0 = 370$ พบว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงการกระจายของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey เนื่องจากให้ค่า ARL_1 ต่ำสุด เมื่อกระบวนการมีการแจกแจงลักษณะสมมาตรและไม่สมมาตร ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์รูปร่าง และสำหรับกรณี $ARL_0 = 500$ เมื่อกระบวนการมีลักษณะไม่สมมาตร พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงการกระจายของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey และเมื่อกระบวนการมีการแจกแจงลักษณะสมมาตร แผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับกระบวนการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่าในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

 doi: 10.14416/j.appsci.2019.05.002

สรุปผลการทดลอง

จากผลการวิจัย แสดงการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey แผนภูมิควบคุม DEWMA และแผนภูมิควบคุม Tukey สำหรับการแจกแจงที่มีลักษณะสมมาตรและไม่สมมาตร สรุปผลได้ดังนี้ จากตารางที่ 9 และ 10 เมื่อข้อมูลมีลักษณะสมมาตร นั่นคือ ข้อมูลมีการแจกแจง Laplace (5,4) พบว่า เมื่อค่า MR = 2 ค่า ARL0 = 370 และที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง $1 \le \delta \le 1.6$ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey แต่เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์รูปร่าง $\delta > 1.6$ แผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ และเมื่อค่า ARL0 = 500 ที่ระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์รูปร่าง $1 \le \delta \le 2$ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมที่นำเสนอใหม่ DEWMA-Tukey แต่เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์รูปร่าง $\delta > 2$ แผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ สำหรับข้อมูลมีลักษณะไม่สมมาตรพบว่าแผนภูมิควบคุม DEWMA-Tukey มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงการกระจายของกระบวนการเหนือกว่าแผนภูมิควบคุมของ Tukey และ DEWMA ในทุกระดับขนาดการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์รูปร่าง และทุกกรณีศึกษา

ตารางที่ 9. แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมสำหรับแต่ละการแจกแจง และแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลง เมื่อ $ARL_0 = 370$

MR	การแจกแจง	$ARL_0 = 370$	
		$1 \le \delta \le 1.6$	$\delta > 1.6$
2	Weibull	DEWMA -Tukey	
	Gamma	DEWMA -Tukey	
	Beta	DEWMA -Tukey	
	Laplace	EWMA -Tukey	DEWMA -Tukey
3	Weibull	DEWMA -Tukey	
	Gamma	DEWMA -Tukey	
	Beta	DEWMA -Tukey	
	Laplace	DEWMA -Tukey	
10	Weibull	DEWMA -Tukey	
	Gamma	DEWMA -Tukey	
	Beta	DEWMA -Tukey	
	Laplace	DEWMA -Tukey	

ตารางที่ 10. แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมสำหรับแต่ละการแจกแจง และแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลง เมื่อ $ARL_0 = 500$

MR	การแจกแจง	$ARL_0 = 500$	
		$1 \le \delta \le 2$	$\delta > 2$
2	Weibull	EWMA -Tukey	
	Gamma	EWMA -Tukey	
	Beta	EWMA -Tukey	
	Laplace	EWMA -Tukey	DEWMA -Tukey
3	Weibull	DEWMA -Tukey	
	Gamma	DEWMA -Tukey	
	Beta	DEWMA -Tukey	
	Laplace	DEWMA -Tukey	
10	Weibull	DEWMA -Tukey	
	Gamma	DEWMA -Tukey	
	Beta	DEWMA -Tukey	
	Laplace	DEWMA -Tukey	

เอกสารอ้างอิง

Alemi, F. (2004). Tukey's control chart. *Quality Management in Healthcare*, *13*(4), 216-222. doi: 10.1097/00019514-200410000-00004

Alkahtani, S. S. (2013). Robustness of DEWMA versus EWMA control charts to non-normal processes. *Journal of Modern Applied Statistical Methods, 12*(1), 148-163. doi: 10.22237/jmasm/1367381820

Butletr, S. W. & Stefani, J. A. (1994). Supervisory run-to-run control of a polysilicon gate etch using in situ ellipsometry. *IEEE Transaction on Semiconductor Manufacturing, 7*(2), 193-201. doi:10.1109/ 66.286855

Kaewsrikhaw, P., Areepong, Y. & Sukparungsee, S. (2012). *Average run length of moving average control chart for non-conforming.* pp. 50-54. In the 4th Science Research Conference, 12-13 March 2012, Faculty of Science, Naresuan University.

Krasin, K., Areepong, Y. & Sukparungsee, S. (2012). *An integral equation approach for evaluation the average run length of lognormal cumulative sum chart.* pp. 44-49. In the 4th Science Research Conference. 12-13 March 2012, Faculty of Science, Naresuan University.

Mongkoltawat, P., Sukparungsee, S. & Areepong, Y. (2017). Exponentially weighted moving average-Tukey's control charts for moving range and range. *The Journal of KMUTNB., 27*(4), 843-854. doi: 10.14416/j.kmutnb.2017.11002 (in thai)

Montgomery, D. C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control* (6th ed.). USA: John Wiley & Sone Inc.

Ngamsopasirisakun, N., Sukparungsee, S. & Areepong, Y. (2012). *A Markov chain approach for evaluation characteristics of EWMA chart for lognormal observation*. pp. 39-43. In the 4th Science Research Conference. 12-13 March 2012, Faculty of Science, Naresuan University.

Page, E. S. (1954). Continuous inspection schemes. *Biometrika, 41*(1-2), 100-114. doi:10.1093/biomet/41.1-2.100

Roberts, S. W. (1959). Control chart tests based on geometric moving average. *Technometric, 42*(1), 239-250. http://dx.doi.org/10.1080/00401706.1959.10489860

Shewhart, W. A. (1931). *Economic Control of Quality of manufactured Product.* New York: D. Van Nostrand company Inc.

Sukparungsee, S. (2012). Robustness of Tukey's control chart in detecting a changes of parameter of Skew distributions. *International Journal of Applied Physics and Mathematics, 2*(5) 379-382.

Supchottharee, K. (2016). *Double exponentially weighted moving average - Tukey's control chart for monitoring of parameter change* (M.S. thesis) Department of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok (in Thai).